

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 ระเบียบวิธีวิจัย

- (1) ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- (2) ใช้แนวคิดจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ตั้งสมมติฐานไว้
- (3) ในกรณีที่แนวคิดจากงานวิจัยในข้อ (2) ไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้ จะตั้งสมมติฐานใหม่
- (4) ใช้เทคนิคการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ทฤษฎีบทที่ได้รับการยอมรับในระดับสากล

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการการวิจัย

ใช้เทคนิคการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ รูปแบบ ได้แก่

(1) การพิสูจน์ทางตรง (direct proof)

เป็นการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูปของประพจน์ $p \Rightarrow q$ โดยการพิสูจน์จะต้องสมมติให้ p เป็นจริง แล้วพิสูจน์ให้ได้ว่า q เป็นจริง

(2) การพิสูจน์ทางอ้อม (indirect proof)

(2.1) การพิสูจน์โดยประพจน์แย้งสลับที่ (contrapositive)

ประพจน์แย้งสลับที่ของประพจน์ $p \Rightarrow q$ คือ $\sim q \Rightarrow \sim p$ ซึ่งทั้งสองประพจน์สมมูลกัน ดังนั้นเราสามารถพิสูจน์โดยใช้ประพจน์ $\sim q \Rightarrow \sim p$ แทน $p \Rightarrow q$ โดยการพิสูจน์จะต้องสมมติให้ $\sim q$ เป็นจริง แล้วพิสูจน์ให้ได้ว่า $\sim p$ เป็นจริง

(2.2) การพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง (contradiction)

ในการพิสูจน์ข้อความ $p \Rightarrow q$ โดยการหาข้อขัดแย้ง จะกำหนดให้ p เป็นจริง และสมมติให้ $\sim q$ เป็นจริง (หรือ q เป็นเท็จ) แล้วแสดงให้เห็นว่าทำให้เกิดข้อขัดแย้ง ซึ่งอาจจะขัดแย้งกับ

สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือตรรกศาสตร์ เมื่อพบข้อขัดแย้ง จึงสามารถสรุปได้ว่า $\sim q$ เป็นเท็จ (กล่าวคือ q เป็นจริง)

(3) การพิสูจน์ข้อความในรูปแบบ $p \Leftrightarrow q$

เนื่องจากประพจน์ $p \Leftrightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ดังนั้นจะต้องแบ่งการพิสูจน์เป็นสองส่วนคือ $p \Rightarrow q$ และ $q \Rightarrow p$

(4) การพิสูจน์ข้อความในรูปแบบ $p \Rightarrow (q \vee r)$

เนื่องจากประพจน์ $p \Rightarrow (q \vee r)$ สมมูลกับประพจน์ $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ โดยการพิสูจน์จะต้องสมมติให้ $p \wedge \sim q$ เป็นจริง แล้วพิสูจน์ให้ได้ว่า r เป็นจริง ในทำนองเดียวกัน เนื่องจากประพจน์ $p \Rightarrow (q \vee r)$ สมมูลกับประพจน์ $(p \wedge \sim r) \Rightarrow q$ เช่นกัน ดังนั้นเราสามารถพิสูจน์โดยกำหนดให้ $p \wedge \sim r$ เป็นจริง แล้วพิสูจน์ให้ว่า q เป็นจริง ได้เช่นกัน

(5) การพิสูจน์ข้อความในรูปแบบ $(p \vee q) \Rightarrow r$

เนื่องจากประพจน์ $(p \vee q) \Rightarrow r$ สมมูลกับประพจน์ $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ โดยการพิสูจน์จะต้องแบ่งเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่ 1 จะต้องพิสูจน์ $p \Rightarrow r$ และ กรณีที่ 2 จะต้องพิสูจน์ $q \Rightarrow r$

3.3 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กึ่งกรุปการแปลงเชิงเส้น $Q = F(V, W) = \{\alpha \in T(V, W) : V\alpha \subseteq W\alpha\}$ เมื่อ W เป็นปริภูมิย่อยของปริภูมิเวกเตอร์ V ที่มีมิติจำกัดเหนือฟิลด์ F