

ผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง

**EFFECT OF WEDGE-SHAPE HOPPER ANGLE ON JAMMING OF  
2D GRANULAR MATERIAL UNDER VERTICAL VIBRATION**



ตะวันฉาย ตุงกะนาคกร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

พ.ศ. 2560

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ผลของมุมสอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่น  
แนวตั้ง

ผู้วิจัย ตะวันฉาย ตุงคะนาคร

สาขาวิชา การสอนวิทยาศาสตร์

แขนงวิชา ฟิสิกส์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

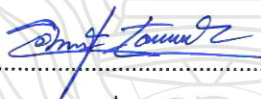
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร.ภาณุพัฒน์ ชัยวร

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสรี ปาน璋

คณะกรรมการสอบ



..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อิทธิชัย ปรีชาวุฒิมงคล)



..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.ภาณุพัฒน์ ชัยวร)



..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสรี ปาน璋)



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์



..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กมลฉัตร พลวัน)

วันที่ 20 เดือน กันยายน พ.ศ. 2560

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : ผลของมุมฮอปเปอร์รูปลิ่มต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่น  
แนวตั้ง

ชื่อผู้วิจัย : ตะวันฉาย ตุงคะนาคร

สาขาวิชา : การสอนวิทยาศาสตร์

แขนงวิชา : ฟิสิกส์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

: อาจารย์ ดร.ภาณุวัฒน์ ชัยวร

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสรี ปานซาง

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปลิ่มต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง อนุภาคทรงกระบอกที่เลือกใช้ในการทดลองเป็นไม้เนื้อแข็ง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 มิลลิเมตร ความยาว 6 เซนติเมตร ผิวของวัสดุเม็ดเรียบและแห้ง และมีจำนวน 350 และ 500 อนุภาค จะถูกนำมาจัดเรียงแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์ที่ขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 – 50 องศาซึ่งมุมที่ใช้มีขนาดน้อยกว่ามุมก่องของวัสดุเม็ดและขนาดช่องปล่อย 2 - 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด จากนั้นปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระ และสั่นในแนวตั้งโดยใช้ค่าความเร่งไร้มิติ 5 ค่าในช่วง 0.011g – 0.307g ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงได้ตามค่าความถี่ในการสั่น โดยแอมพลิจูดในการสั่นคงที่เท่ากับ 5 มิลลิเมตร ผลการทดลองพบว่า การเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง หรือมุมฮอปเปอร์ จะมีผลทำให้อัตราส่วนการติดขัดความน่าจะเป็นของการติดขัด และเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดลดลง แล้วทำให้อัตราการไหลเชิงมวลจะเพิ่มขึ้น ส่วนการเพิ่มจำนวนอนุภาควัสดุเม็ด หากปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระหรือสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติค่าน้อย ๆ ยังมีผลทำให้การติดขัดของวัสดุเม็ดเพิ่มขึ้น แต่หากทำการสั่นแนวตั้งด้วยค่าความเร่งไร้มิติที่มากพอกลับทำให้การติดขัดลดลง ทั้งนี้การติดขัดเป็นผลมาจากอนุภาควัสดุเม็ดเรียงขัดตัวกันบริเวณช่องเปิดฮอปเปอร์ โดยลักษณะการขัดตัวกันไม่สัมพันธ์กับเวลาและปริมาณวัสดุเม็ดที่คั่งค้าง ส่วนมากเกิดแบบไม่สมมาตร และมีความแปรผัน

สูง ยิ่งขนาดช่องเปิดฮอปเปอร์กว้างและมุมฮอปเปอร์น้อยจะยิ่งทำให้จำนวนอนุภาคที่เรียงตัวชัดเจน  
และแนวการโค้งตัวมาก

**คำสำคัญ :** วัสดุเม็ด, การติดขัด, ฮอปเปอร์, การสั้นแนวตั้ง



**The title** : Effect of Wedge-Shape Hopper Angle on Jamming of 2D Granular Material under Vertical Vibration

**The author** : Miss Tawanchay Tungkanakorn

**Program** : Master of Science Program in Science Teaching

**Department** : Physics

**Thesis Advisor** : Dr.Panupat Chaiworn Chairman  
: Assistant Professor Seri pansang Member

### ABSTRACT

This study aims to investigate the effect of wedge-shape hopper angle on jamming of 2D granular material under vertical vibration. The cylindrical particles used in the experiment made from hardwood 10 mm in diameter and 6 mm in length with smooth and dry surface. There were 350 and 500 particles, which randomly placed inside the hopper. The hopper angle was 10 – 50 degrees which were lesser than the granular material's repose angle. The hopper opening size had 2 – 6 times larger than the granular material's diameter. The granular material was freely flowed and vertical vibrated with 5 values of dimensionless vibration acceleration ranged from 0.011g – 0.307g which changed according to the frequency of vibration. The amplitude value of the vibration was constant at 5 mm. The result showed that the increasing of hopper opening size, dimensionless vibration acceleration value or hopper angle size decreased the jamming ratio, jamming probability and hopper emptying time that implying more mass flow rate. When increased the number of particles, granular material was freely flowed or vertical vibrated with low dimensionless vibration acceleration, the jamming increased. However, if granular material was vertical vibrated with high dimensionless vibration acceleration, the jamming decreased. In addition, jamming was caused by arching of granular particles at hopper opening. The pattern of jamming was not related to the time and the number of outstanding material and mostly

asymmetric and highly variable. The more hopper opening size and the lesser hopper angle size, the more number of arching particles and curve.

**Keywords :** Granular Material, Jamming, Hopper, Vertical Vibration



## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจาก อาจารย์ ดร.ภาณุวัฒน์ ชัยวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสรี ปานซาง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ มาโดยตลอดจนสำเร็จเรียบร้อย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.อิทธิชัย ปรีชาวุฒิปงศ์ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ และความช่วยเหลือในทุก ๆ ด้านในการทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบพระคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนในด้านสถานที่และอุปกรณ์ที่ใช้ และขอขอบคุณผู้ที่เกี่ยวข้องในด้านอื่น ๆ ที่ไม่ได้กล่าวนามที่มีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ประโยชน์อันพึงได้จากการศึกษาในครั้งนี้ ขอให้เป็นกตเวทิตาแต่บิดา มารดา ครอบครัว ตลอดจนผู้เขียนหนังสือและบทความต่าง ๆ ที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยจนสามารถทำให้อัจฉริยะสำเร็จได้ด้วยดี และเป็นตัวอย่างการศึกษาสำหรับผู้สนใจต่อไป

ตะวันฉาย ตุงกะนาค

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ .....	๗
ABSTRACT .....	๘
กิตติกรรมประกาศ .....	๙
สารบัญ .....	๗
สารบัญตาราง .....	๑๑
สารบัญภาพ .....	๑๒
บทที่	
<b>1 บทนำ</b> .....	<b>1</b>
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย .....	2
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย .....	2
ขอบเขตของการวิจัย .....	2
ข้อตกลงเบื้องต้น .....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	3
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย .....	4
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> .....	<b>6</b>
วัสดุเม็ด (Granular material) .....	7
ฮอปเปอร์ (Hopper) .....	10
การไหลในฮอปเปอร์ (Hopper flow) .....	15
การติดขัด (Jamming) .....	16
การเปลี่ยนแปลงการติดขัด (Jamming transition).....	19
การขัดตัวกัน (Arching) .....	20
การอุดตัน (Clogging) .....	20
มุมกอง (Angle of Repose) .....	21
การสั่นแนวตั้ง (Vertical vibration) .....	25



## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	26
<b>3</b> วิธีดำเนินการวิจัย .....	<b>35</b>
อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย .....	35
วิธีดำเนินการวิจัย .....	36
<b>4</b> ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	<b>42</b>
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ ความเร่งไว้มิติในการสั้นแนวตั้ง และอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ของวัสดุเม็ดต่อการติคักของวัสดุเม็ดภายใต้การสั้นแนวตั้ง .....	42
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาผลของจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดต่อการติคักภายใต้การ สั้นแนวตั้ง .....	54
<b>5</b> สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	<b>61</b>
สรุปผลการวิจัย.....	61
อภิปรายผล .....	61
ข้อเสนอแนะ.....	65
<b>บรรณานุกรม</b> .....	<b>67</b>
<b>ประวัติผู้วิจัย</b> .....	<b>73</b>
<b>ภาคผนวก</b> .....	<b>74</b>
ภาคผนวก ก วัสดุและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	75
ภาคผนวก ข รายละเอียดของความเร่งไว้มิติในการสั้น .....	77
ภาคผนวก ค กราฟผลการทดลอง เมื่อจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค .....	78
ภาคผนวก ง บทความวิจัยที่เผยแพร่และตีพิมพ์ในระดับชาติ .....	105

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	ความเร่งไว้มิติในการสั้นแนวตั้งที่ไซ้ .....	3
2.1	ความสามารถในการไหล-มูกองของวัสดุ .....	22



สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 การจำแนกขนาดสารด้วยเกณฑ์ขนาด .....	8
2.2 พฤติกรรมของวัสดุเม็ดเป็นเหมือนของแข็ง ของเหลว และก๊าซ โดยขึ้นอยู่กับสภาวะ.	9
2.3 แผนภาพการเกิดการเปลี่ยนแปลงการติดขัดของวัสดุเม็ด .....	10
2.4 รูปแบบของสอปเปอร์.....	11
2.5 ส่วนประกอบของสอปเปอร์ .....	12
2.6 การออกแบบสอปเปอร์ที่มีความชันของผนังขึ้นอยู่กับมุมเสียดทานของผนัง .....	13
2.7 รูปแบบการไหลในสอปเปอร์ .....	15
2.8 การขัดตัวกันของวัสดุเม็ดจะมีลักษณะเป็นรูปโค้งคว่ำ .....	20
2.9 มุมกองของวัสดุเม็ด .....	21
2.10 การหามุมกองด้วยวิธีการกองแบบวงกลม.....	24
3.1 แผนภาพระบบการทดลอง .....	38
3.2 แผนผังขั้นตอนการดำเนินการวิจัย .....	41
4.1 กราฟความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา .....	43
4.2 กราฟความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วย ความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g .....	44
4.3 กราฟความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วย ความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g .....	45
4.4 กราฟอัตราส่วนการติดขัดและมุมสอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อย สอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 .....	46
4.5 กราฟอัตราส่วนการติดขัดและมุมสอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้ง ด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g .....	46
4.6 กราฟอัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาด เส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา .....	47

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.7 กราฟอัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g .....	48
4.8 กราฟเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g .....	49
4.9 กราฟเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2 .....	50
4.10 กราฟอัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g .....	51
4.11 กราฟอัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 .....	51
4.12 เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน เมื่อปล่อยวัสดุเม็ดตกอย่างอิสระและเมื่อสั่นระบบในแนวตั้งด้วยค่าความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และ 0.049g .....	53
4.13 ลักษณะการขัดตัวกันของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g .....	54
4.14 กราฟความน่าจะเป็นของการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 .....	55
4.15 กราฟอัตราส่วนการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 .....	56
4.16 กราฟเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 .....	58
4.17 กราฟอัตราการไหลเชิงมวล เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 .....	59

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วัสดุเม็ด (Granular material) คือ กลุ่มของอนุภาคของแข็งที่ช่องว่างระหว่างอนุภาคสามารถแทรกด้วยของไหล เช่น น้ำหรืออากาศ (Cambou, Jean, & Radjai, 2009) วัสดุเม็ดนั้นมีความน่าสนใจอย่างยิ่งเนื่องจากมีคุณสมบัติพิเศษ สามารถแสดงพฤติกรรมเป็นของแข็ง ของเหลว หรือก๊าซก็ได้ขึ้นอยู่กับสถานะ (Andreotti, Forterre, & Pouliquen, 2013) เช่น เกิดการแยกตัว (Segregation) การหมุนวน (Convection) การติดขัด (Jamming) การขีดตัวกัน (Arching) และการกองตัว (Heaping) เป็นต้น เราสามารถพบวัสดุเม็ดได้ทั่วไปในธรรมชาติ เช่น ข้าว ทราช หิน และ ธัญพืชต่าง ๆ และยังคงนำมาใช้เป็นวัสดุหลักในอุตสาหกรรมอย่างกว้างขวาง เช่น อุตสาหกรรมยา อาหารและการเกษตรเหมืองแร่ ก่อสร้าง และการผลิตพลังงาน เป็นต้น ซึ่งกระบวนการทางอุตสาหกรรมไม่ว่าจะเป็นการผลิต การขนส่ง การจัดเก็บ และการปล่อย คุณสมบัติของวัสดุเม็ดล้วนมีผลทั้งสิ้น (Shirsath, Padding, Clercx, & Kuipers, 2015) ทั้งนี้ฮอปเปอร์ได้ถูกนำมาใช้ในการจัดเก็บและปล่อยวัสดุเม็ด อัตราการไหลออกจากฮอปเปอร์เป็นหัวข้อสำคัญมากสำหรับภาคอุตสาหกรรม มีตัวแปรมากมายที่ควบคุมอัตราการไหล เช่น ความกว้างของช่องปล่อยวัสดุ มุมของผนังฮอปเปอร์ และขนาดของวัสดุเม็ด เป็นต้น การติดขัดเป็นหนึ่งในปัญหาหลักที่พบในการใช้ฮอปเปอร์ (Cheng, 2012) ซึ่งที่ผ่านมาได้มีผู้พยายามแก้ไขปัญหานี้โดยส่วนใหญ่จะศึกษาเกี่ยวกับแรงเค้น ความเร็วแต่ละบริเวณ และอัตราการไหลออกจากฮอปเปอร์โดยไม่มี การศึกษาที่พบว่าการสั่นสามารถปรับปรุงให้การไหลของวัสดุเม็ดดีขึ้นได้ ไม่ว่าจะเป็นการสั่นเฉพาะที่หรือทั้งระบบ (Mankoc, Garcimarti, Zuriguel, & Maza, 2009) แต่การศึกษาโดยใช้การสั่นยังคงมีน้อย ยังไม่มีการให้ข้อมูลที่แน่ชัด และอธิบายได้ไม่ครอบคลุม จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยเรื่องมุมของผนังฮอปเปอร์ที่มีผลต่อพฤติกรรมการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ในงานวิจัยนี้จึงทำการทดลองเพื่อศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่มิตต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง โดยใช้ค่าความเร่งไร้หน่วยหลายค่าและมุมของฮอปเปอร์ที่ใช้มีค่าน้อยกว่ามุมกองของวัสดุเม็ด สำหรับงานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของ

สาขาการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นของฟิสิกส์ในวัสดุเม็ด (Nonlinear Analysis of Granular Physics) ซึ่งในประเทศไทยมีผู้ที่สนใจและศึกษาในสาขานี้ค่อนข้างน้อย ผู้วิจัยคาดหวังว่างานวิจัยนี้จะสนับสนุนและสร้างองค์ความรู้ใหม่แก่สาขานี้ อีกทั้งหวังว่าจะสามารถนำไปประยุกต์ให้เกิดประโยชน์ต่อไปในอนาคต สุดท้ายนี้ผู้วิจัยจะนำความรู้ที่ได้จากการวิจัยนี้ไปเผยแพร่ แนะนำถึงธรรมชาติที่ซับซ้อนและน่าสนใจในระบบดังกล่าวนี้ให้รู้จักกันมากขึ้นต่อไป

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลของมุมสอปเปอร์รูปปลี้มต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง

### ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. รู้ผลของมุมสอปเปอร์รูปปลี้มต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง
2. ได้องค์ความรู้ที่สามารถนำไปวิเคราะห์และแก้ไขปัญหาปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการติดขัดตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในทางอุตสาหกรรม

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาผลของมุมสอปเปอร์รูปปลี้มต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง
2. วัสดุเม็ดที่ใช้เป็นชนิดแห้ง (Dry granular) และผิวเรียบ (Smooth surface) ลักษณะเป็นอนุภาคทรงกระบอก วัสดุทำจากไม้ฮิโนกิ (Hinoki wood) ความหนาแน่น 0.414 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร ใช้ขนาดเดียวคือเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 มิลลิเมตร ความยาว  $60 \pm 0.5$  มิลลิเมตร จำนวน 350 และ 500 อนุภาค
3. ภาชนะที่ใช้ คือ สอปเปอร์รูปปลี้ม ผนังด้านข้างของส่วนสอปเปอร์ทำมุม ( $\theta$ ) 5 ค่า ได้แก่ 10, 20, 30, 40 และ 50 องศา กับแนวแกนนอน และขนาดช่องปล่อยวัสดุ (D) ที่ใช้มี 5 ขนาด คือ 2, 3, 4, 5, และ 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด
4. ใช้การสั่นแนวตั้งแบบทั้งระบบ (Global vertical vibration) โดยเป็นการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิก (Harmonic motion)
5. ความเร่งไร้มิติในการสั่น ( $\Gamma$ ) ที่ใช้ 5 ค่า อยู่ในช่วง  $0.011g \leq \Gamma \leq 0.307g$  โดยใช้ค่าแอมพลิจูดในการสั่นคงที่ คือ 5 มิลลิเมตร
6. เวลาที่ใช้ในการทดลองแต่ละครั้งคือ 600 วินาที

### ข้อตกลงเบื้องต้น

ในงานวิจัยที่ผ่านมาที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสั่นแนวตั้งได้ใช้ค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเป็นตัวบ่งบอกปริมาณการสั่น ซึ่งเมื่อคำนวณจากสูตร  $\Gamma = A(2\pi f)^2 / g$  ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งจะไม่มีหน่วย อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยต้องการสื่อถึงคุณสมบัติของความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งให้เข้าใจง่าย โดยเปรียบเทียบเป็นจำนวนเท่าของค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลก จึงนำค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นที่คำนวณได้มาหารด้วยค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลกที่เป็นตัวเลขและคูณด้วยความเร่งโน้มถ่วงของโลกซึ่งเป็นสัญลักษณ์  $g$  เพื่อให้ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมีค่าเท่าเดิม ยกตัวอย่างเช่น เมื่อ  $\Gamma = 0.110 = \frac{0.110g}{g} = \frac{0.110g}{9.81} = 0.011g$  สำหรับกรณีที่ไม่มีการสั่นแนวตั้ง ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งจะมีค่าเท่ากับ 0.000 หรือในที่นี้เท่ากับ 0.000g เนื่องจากไม่มีการสั่นหรือให้อยู่ภายใต้สภาวะแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งที่ใช้ในการทดลองนี้แสดงได้ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งที่ใช้

ความเร่งไร้มิติในการสั่น	ความเร่งไร้มิติในการสั่น ในรูปจำนวนเท่าของค่า ความเร่งโน้มถ่วงของโลก	แปลความหมาย
0.000	0.000g	ไม่มีการสั่น แต่อยู่ภายใต้สภาวะแรงโน้มถ่วงของโลก
0.108	0.011g	สั่นด้วยความเร่งเป็น 0.011 เท่าของ $g$
0.476	0.049g	สั่นด้วยความเร่งเป็น 0.049 เท่าของ $g$
1.079	0.110g	สั่นด้วยความเร่งเป็น 0.110 เท่าของ $g$
1.929	0.197g	สั่นด้วยความเร่งเป็น 0.197 เท่าของ $g$
3.014	0.307g	สั่นด้วยความเร่งเป็น 0.307 เท่าของ $g$

### นิยามศัพท์เฉพาะ

**วัสดุเม็ด (Granular material)** หมายถึง กลุ่มของอนุภาคของแข็งที่ช่องว่างระหว่างอนุภาคสามารถแทรกด้วยของไหล เช่น น้ำหรืออากาศ ในที่นี้คือกลุ่มของอนุภาคไม้อีโนกิที่ระหว่างอนุภาคแทรกด้วยอากาศ โดยเป็นอนุภาคชนิดแห้งและมีผิวเรียบ

**ฮอปเปอร์ (Hopper)** หมายถึง ภาชนะรูปทรงกรวยใช้เก็บบรรจุวัสดุและสามารถปล่อยให้ไหลผ่านออกไปยังก้นภาชนะ ในการศึกษาในที่นี้ได้ใช้ฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมซึ่งเป็นหนึ่งในฮอปเปอร์แบบวัสดุไหลออกทั้งหมด

**การติดขัด (Jamming)** หมายถึง สภาวะที่วัสดุเม็ดที่กำลังไหลเกิดการหยุดนิ่ง เป็นปรากฏการณ์ที่พบได้บ่อยในการไหลของวัสดุเม็ดออกจากช่องเปิดวัสดุของฮอปเปอร์ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่ไม่พึงประสงค์

**ความน่าจะเป็นของการติดขัด (Probability of jamming : J(d))** หมายถึง อัตราส่วนจำนวนครั้งที่เกิดการติดขัดต่อจำนวนครั้งที่ทำการทดลองในแต่ละเงื่อนไขในการปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์ โดยค่าของความน่าจะเป็นของการติดขัด จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เมื่อ 0 คือ ไม่มีการติดขัดเกิดขึ้นเมื่อปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์ หรือวัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้หมดทุกครั้ง และ 1 คือ เกิดการติดขัดเมื่อปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกทุกครั้ง

**อัตราส่วนการติดขัด (Jamming Ratio)** หมายถึง อัตราส่วนจำนวนครั้งที่เกิดการติดขัดในการสั่นหนึ่งครั้งต่อจำนวนการสั่นทั้งหมดที่เกิดขึ้นจนวัสดุเม็ดเกิดการไหลออกหมด โดยค่าของอัตราส่วนการติดขัดจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เมื่อ 0 หมายถึง ไม่มีการติดขัดเกิดขึ้นเลยในทุกรอบการสั่นแต่ละครั้ง และ 1 หมายถึง เกิดการติดขัดทุกครั้งในรอบการสั่นแต่ละครั้ง

**ความเร่งไร้มิติในการสั่น (The dimensionless vibration acceleration :  $\Gamma$ )** หมายถึง ปริมาณที่รวมความสัมพันธ์ของตัวแปรที่มีผลในการสั่น คือ ความถี่ในการสั่น ( $f$ ) และแอมพลิจูดในการสั่น ( $A$ ) ต่อค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลก ( $g$ ) โดยมีสมการความสัมพันธ์คือ  $\Gamma = A(2\pi f)^2 / g$  ซึ่งไม่มีหน่วย

**มุมกอง (Angle of repose :  $\theta_r$ )** หมายถึง มุมที่วัดได้จากด้านข้างของกองวัสดุเม็ดเทียบกับแนวแกนนอนเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดเคลื่อนที่ไหลลงอย่างอิสระ มีหน่วยเป็นองศา

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

A	แทน	แอมพลิจูดในการสั่น	หน่วย มิลลิเมตร (m)
f	แทน	ความถี่ในการสั่น	หน่วย รอบต่อวินาที
g	แทน	ความเร่งโน้มถ่วง	หน่วย เมตรต่อวินาที <sup>2</sup> (m/s <sup>2</sup> )
$\Gamma$	แทน	ความเร่งไร้มิติในการสั่น	
D	แทน	ความกว้างช่องปล่อยวัสดุของฮอปเปอร์	หน่วย มิลลิเมตร (m)
d	แทน	เส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด	หน่วย มิลลิเมตร (m)
$\theta$	แทน	มุมฮอปเปอร์	หน่วย องศา (degree, °)



s แทน หน่วยของเวลา คือ วินาที

g/s แทน หน่วยของอัตราการไหลเชิงมวล คือ กรัมต่อวินาที



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษา ค้นคว้าเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. วัสดุเม็ด (Granular material)
  - 1.1 นิยามของวัสดุเม็ด
  - 1.2 สมบัติสำคัญของวัสดุเม็ด
2. ฮอปเปอร์ (Hopper)
  - 2.1 นิยามและรูปแบบของฮอปเปอร์
  - 2.2 หลักการออกแบบฮอปเปอร์เบื้องต้น
  - 2.3 ปัญหาที่พบในการใช้ฮอปเปอร์
3. การไหลในฮอปเปอร์ (Hopper flow)
  - 3.1 รูปแบบการไหลในฮอปเปอร์ (Flow Modes)
  - 3.2 วิธีการวัดความสามารถของการไหล
4. การติดขัด (Jamming)
  - 4.1 นิยามของการติดขัด
  - 4.2 แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการติดขัด
  - 4.3 การติดขัดของวัสดุเม็ดที่มีความเสียดทาน (Jamming of frictional spheres)
5. การเปลี่ยนแปลงการติดขัด (Jamming transition)
  - 5.1 นิยามของการเปลี่ยนแปลงการติดขัด
  - 5.2 แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงการติดขัด
6. การขัดตัวกัน (Arching)
7. การอุดตัน (Clogging)
8. มุมกอง (Angle of Repose)

- 8.1 นิยามของมูกอง
- 8.2 ชนิดมูกองและปัจจัยที่มีผลต่อการมูกอง
- 8.3 วิธีการหามูกอง
- 9. การสั่นแนวตั้ง (Vertical vibration)
- 10. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### วัสดุเม็ด (Granular material)

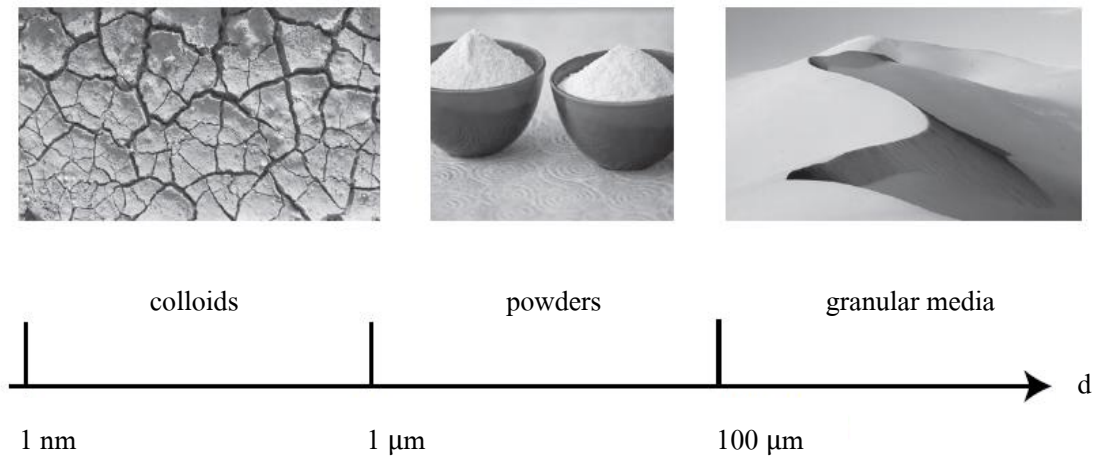
วัสดุเม็ดสามารถพบได้ทั้งในธรรมชาติและมีการนำมาใช้ในอุตสาหกรรมอย่างกว้างขวาง ตัวอย่างของวัสดุเม็ดในธรรมชาติ เช่น ทราย บิโทเมน วงแหวนของดาวเสาร์และแถบดาวเคราะห์น้อย เป็นต้น ปรากฏการณ์ที่พบในทางธรรมชาติ เช่น การเกิดแผ่นดินไหว การสลายตัวของหิน และดินถล่ม เป็นต้น ส่วนในทางอุตสาหกรรมวัสดุเม็ดได้ถูกนำมาใช้เป็นวัตถุดิบในการผลิต เช่น ข้าว น้ำตาล วัสดุพืช ยามีต เม็ดพลาสติก เม็ดโลหะ เม็ดแก้ว และคอนกรีต ดังนั้นจึงถูกนำมาใช้ในหลากหลายสาขาไม่ว่าจะเป็นอุตสาหกรรมยา อาหารและการเกษตร วิศวกรรมเคมี เหมืองแร่ วิศวกรรม โลหะ อวูธ และการผลิตพลังงาน สำหรับนิยามและสมบัติของวัสดุเม็ดที่สำคัญมีดังนี้

#### นิยามของวัสดุเม็ด

ได้มีผู้ให้คำนิยามถึงความหมายและขนาดของวัสดุเม็ดไว้ดังนี้

แกมบู, ฉองส์, และแรดจา (Cambou, Jean, & Radjai, 2009) ได้นิยามว่าวัสดุเม็ดคือวัสดุประกอบด้วยกลุ่มอนุภาคของแข็งที่รวมตัวกัน และช่องว่างระหว่างวัสดุสามารถถูกแทรกด้วยของไหล เช่น น้ำหรืออากาศ อนุภาคจะมีปฏิสัมพันธ์กันผ่านแรงยึดหยุ่น แรงเสียดทาน แรงยึดเหนี่ยวในอนุภาคชนิดเดียว กัน และแรงพื้นผิวอื่น ๆ นอกจากแรงที่เกิดจากการสัมผัสกันของอนุภาคแล้ว แรงภายนอกที่มากระทำยังสามารถทำให้อนุภาคมีการจัดเรียงตัวใหม่

เมื่อพิจารณาจากขนาดดังภาพที่ 2.1 แสดงให้เห็นว่าวัสดุเม็ด คือ กลุ่มของอนุภาคขนาดกลางที่สามารถเห็นได้ด้วยตาเปล่า โดยทั่วไปแล้วมีขนาดใหญ่กว่า 100 ไมครอน (Brown & Richards, 1970; Nedderman, 1992; Guyon & Troadec, 1994; Duran, 1997; Rao & Nott, 2008) ซึ่งข้อจำกัดด้านขนาดของวัสดุเม็ดยังสัมพันธ์กับข้อจำกัดของประเภทปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาค คือ ในอนุภาคขนาดเล็ก ซึ่งได้แก่จำพวกแป้ง จะมีเส้นผ่านศูนย์กลางระหว่าง 1 – 100 ไมครอน ปัจจัย เช่น แรงแวนเดอร์วาลส์ (Van der Waals forces) ความชื้น และ แรงต้านอากาศจะมีอิทธิพลอย่างมาก ดังนั้นสำหรับวัสดุเม็ดแล้วจึงไม่พิจารณาปัจจัยเหล่านี้ เนื่องจากมีอิทธิพลน้อยมาก และในอนุภาคที่มีขนาดเล็กกว่า 1 ไมครอน ซึ่งได้แก่คอลลอยด์ ที่เมื่อได้รับการกระตุ้นจากความร้อนนั้นจะมีผลอย่างมาก (Russel, Saville, & Schowalter, 1989)



ภาพที่ 2.1 การจำแนกขนาดสารด้วยเกณฑ์ขนาด ทำให้แบ่งออกได้เป็น 3 ชนิด คือ คอลลอยด์ (โคลน) ผง (แป้ง) และ วัสดุเม็ด (กองทราย)

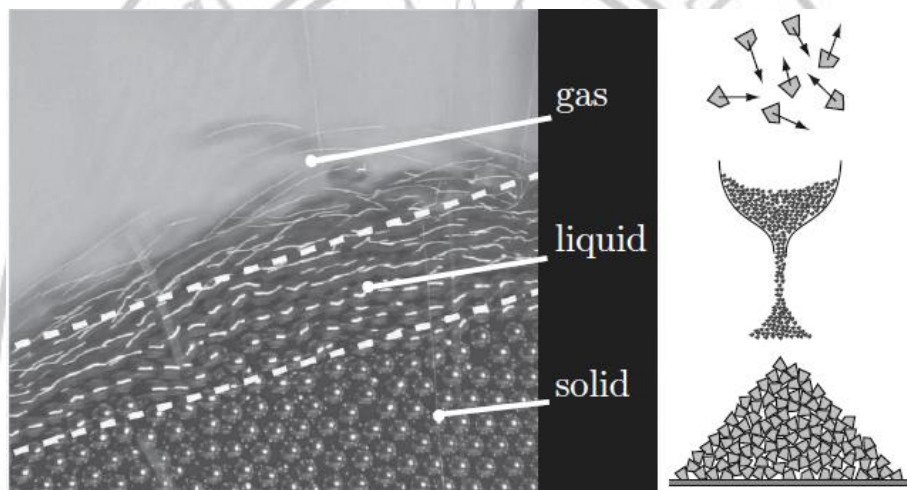
ที่มา: Andreotti, Forterre, & Pouliquen (2013)

#### สมบัติสำคัญของวัสดุเม็ด

วัสดุเม็ดมีความน่าสนใจมาก เนื่องจากมีสมบัติเฉพาะที่พิเศษต่าง ๆ ดังนี้

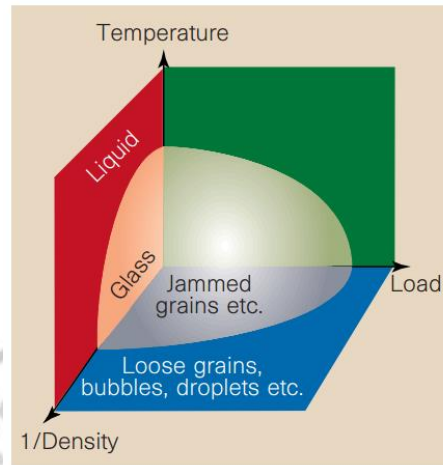
1. ประกอบไปด้วยกลุ่มของอนุภาคจำนวนมากที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางไม่น้อยกว่า 100 ไมครอน
2. เป็นระบบที่มีอุณหภูมิกงที่ (Athermal system)
3. ไม่มีเกณฑ์การแยกขนาดที่ชัดเจน เนื่องจากก้ำกึ่งระหว่างขนาดของวัสดุซึ่งเป็นขนาดระดับจุลภาค และขนาดของการไหลซึ่งเป็นขนาดระดับมหภาค
4. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคมีความซับซ้อน คือจากกฎการสัมผัสของของแข็งระหว่าง 2 อนุภาคจะมีความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนและไม่เป็นเส้นตรง (Non-linear phenomena) เช่น แรงเสียดทาน และความไม่ยืดหยุ่นที่เกิดอย่างฉับพลัน (Inelastic shocks) หรือเมื่ออนุภาคอยู่ในของไหลที่มีความหนืดจะเกิดปฏิกิริยาเนื่องจากแรงจากที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของของไหลอีกด้วย
5. เกิดการกระจายของพลังงานได้ง่าย ตัวอย่างเช่น เมื่อโยนลูกบอลลงไปในกลุ่มทราย จะไม่เกิดการกระดอนขึ้น แต่พลังงานจลน์เกือบทั้งหมดจะกระจายอยู่ในรูปการชนและแรงเสียดทานระหว่างเม็ดทรายและลูกบอลทันที จากการกระจายเหล่านี้ที่เกิดในระดับจุลภาค ทำให้มีความจำเป็นต้องศึกษาฟิสิกส์ยุคใหม่หรือฟิสิกส์สถิติเพิ่มเติมจากฟิสิกส์ยุคเก่า (Andreotti, Forterre, & Pouliquen, 2013)

6. วัสดุเม็ดสามารถแสดงสถานะของสสารได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับสภาวะขณะนั้น หรือการเปลี่ยนแปลงปริมาตรเมื่อได้รับแรงภายนอก ได้แก่ แสดงพฤติกรรมเหมือนของแข็ง ของเหลว และก๊าซ (Jaeger, Nagel, & Behringer, 1996; Göncü, 2012) ดังภาพที่ 2.2 ตัวอย่างเช่น เม็ดทรายเมื่อเทลงบนพื้นจะกองตัวอยู่นิ่งสามารถต้านทานแรงภายนอกได้อันเป็นพฤติกรรมของ ของแข็ง เมื่อปล่อยให้อยู่ในนาฬิกาทราย จะเกิดการไหลอันแสดงพฤติกรรมเหมือนของไหล และ เมื่อให้แรงภายนอกมาก ๆ เช่น การเขย่าภาชนะที่บรรจุ เม็ดทรายจะฟุ้งกระจายไปรอบ ๆ และเกิด การกระเด็นกระดอนซึ่งแสดงพฤติกรรมเป็นเหมือนก๊าซ



ภาพที่ 2.2 พฤติกรรมของวัสดุเม็ดเป็นเหมือนของแข็ง  
ของเหลว และก๊าซโดยขึ้นอยู่กับสภาวะ  
ที่มา: Andreotti, Forterre, & Pouliquen (2013)

การแสดงพฤติกรรมระหว่างของแข็งและของเหลวเป็นลักษณะพื้นฐานเฉพาะของวัสดุ เม็ด นอกจากนี้ยังพบพฤติกรรมร่วมกันกับวัสดุอื่น คือ โฟม อิมัลชันและครีมข้น (Coussot & Ancy, 1999; Larson, 1999) การศึกษาวัสดุที่มีขนาดกลางนั้นยังครอบคลุมวัสดุที่เป็นฟอง (Bubbles) หยด (Drops) และอนุภาค (Particles) ทั้งนี้หากระบบมีความหนาแน่นเกินค่าวิกฤต (Critical density) วัสดุจะเกิดการติดกันและเกิดพฤติกรรมเหมือนของแข็ง หากต้องการไหลระบบ เกิดการไหลก็ต้องลดความเค้นจุดคราก (Yield stress) หรือความหนาแน่นลงซึ่งได้มีนักวิชาการ หลานท่านสนใจศึกษาวิจัยระบบการติดขัด (Jamming system) ที่มีกรอบแนวคิดดังภาพที่ 2.3



**ภาพที่ 2.3** แผนภาพการเกิดการเปลี่ยนแปลงการติดขัด (Jamming transition) ของวัสดุเม็ดตาม สมมติฐานของเลียว และเนเกล (Liu & Nagel) สภาวะของแข็ง (Solid or 'Jammed' state) นั้นจะเกิดเมื่ออุณหภูมิต่ำ (ใน โมเลกุลก๊าซ) มีแรงกดดันภายนอกน้อย (ใน โฟม และครีมข้น) และเมื่อมีความหนาแน่นสูง (ในวัสดุเม็ดและอิมัลชัน)

**ที่มา:** Liu & Nagel (1998)

การศึกษาวัสดุเม็ดยุคนั้นมีมาอย่างยาวนาน เริ่มต้นจากการศึกษาหาค่าอธิบายเกี่ยวกับ วงแหวนของดาวเสาร์ในปี ค.ศ. 1970 ต่อมาในช่วงปี ค.ศ. 1980 ได้พัฒนามาศึกษาทฤษฎีจลน์และการไหลเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกในทางธรณีฟิสิกส์ จนมาถึงปัจจุบันการศึกษาวงแหวนดาวเสาร์ได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและศึกษาทั้งในทางธรณีฟิสิกส์ กลศาสตร์ ฟิสิกส์สถิติ ฟิสิกส์ไม่เชิงเส้น และการไหล ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับวัสดุเม็ดจึงมีประโยชน์อย่างยิ่งเพื่อเข้าใจปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่เกิดขึ้นสัมพันธ์กับวัสดุเม็ด ตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในเกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันและในทางอุตสาหกรรม ทั้งนี้ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในวัสดุเม็ดประกอบไปด้วยการแยกตัว การหมุนวนหรือการพา การติดขัด การขัดตัวกัน การกองตัว การอุดตัน ผลของบราซิลนัท (Brazil nut effect) ผลของบราซิลนัทย้อนกลับ (Reverse brazil nut effect) การไหล และการปะทุ (Eruption) ซึ่งในที่นี่จะกล่าวถึงเฉพาะปรากฏการณ์การติดขัด

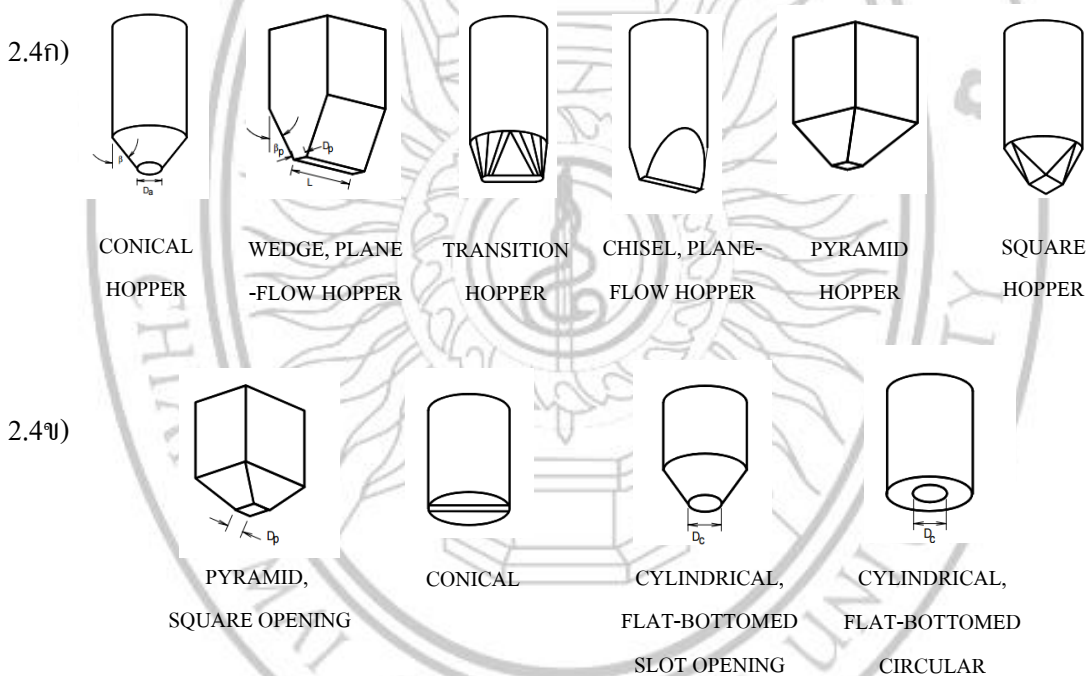
### ฮอปเปอร์ (Hopper)

เป็นเวลาหลายพันปีมาแล้วที่ฮอปเปอร์ได้ถูกนำมาใช้เพื่อป้องกันและเก็บรักษาผลผลิตทางการเกษตร มีหลักฐานแสดงการออกแบบฮอปเปอร์อย่างหลากหลายในศตวรรษที่ 60 และเพื่อให้การใช้งานฮอปเปอร์สะดวก มีประสิทธิภาพ รวมทั้งง่ายต่อการเก็บและปล่อย การออกแบบ

ฮอปเปอร์จึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง รายละเอียดของนิยาม รูปแบบ หลักการออกแบบเบื้องต้น และ ปัญหาที่พบในการใช้ฮอปเปอร์มีดังนี้

**นิยามและรูปแบบของฮอปเปอร์**

ฮอปเปอร์ มีอีกชื่อหนึ่งคือ ไซโล ซึ่งฮอปเปอร์ หมายถึง สิ่งก่อสร้างเพื่อเก็บผลผลิตทางเกษตร ไว้ชั่วคราวก่อนส่งออก มักเป็นถังอะลูมิเนียมขนาดใหญ่ (องค์การค้ำของคुरुสภา, 2541) ฮอปเปอร์จะมีลักษณะเป็นภาชนะรูปกรวยหรือท่อขนาดใหญ่ใช้เพื่อบรรจุวัสดุที่ต้องการเท เช่น ข้าว หรือ ถ่านหิน ฮอปเปอร์จะมีกว้างของส่วนด้านบนมากกว่า วัสดุที่เคลื่อนที่ผ่านจะมีปริมาณลดลงจากมากไปหาน้อย ตัวอย่างเช่น เมล็ดพืช แล้ววัสดุจะออกจากท่อไปด้านล่างของภาชนะด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก จากที่กล่าวมาข้างต้น จึงสรุปได้ว่าฮอปเปอร์ คือ ภาชนะรูปทรงกรวยใช้เก็บบรรจุวัสดุและสามารถปล่อยให้ไหลผ่านออกไปยังก้นภาชนะ อย่างไรก็ดีในบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องมีลักษณะเป็นรูปทรงกรวยก็ได้ แต่มีรูเปิดภาชนะเล็กกว่าส่วนด้านบนที่บรรจุวัสดุ



ภาพที่ 2.4 รูปแบบของฮอปเปอร์ 2.4ก) ฮอปเปอร์แบบวัสดุไหลทั้งหมด

2.4ข) ฮอปเปอร์แบบวัสดุไหลเฉพาะส่วนแกนกลาง

ที่มา: (Chase , n.d.)

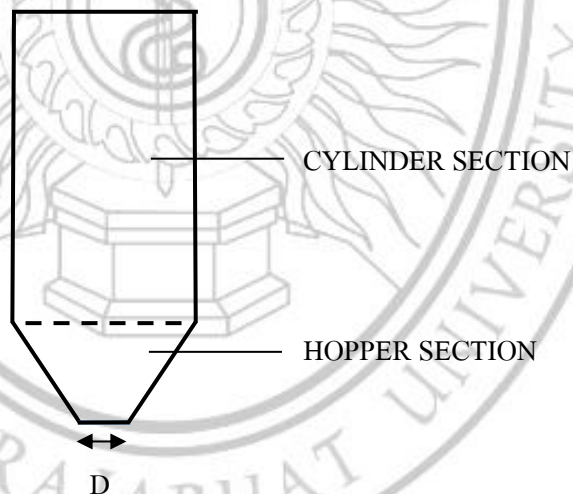
ส่วนรูปแบบของฮอปเปอร์มีหลากหลายรูปแบบ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ได้แก่ ฮอปเปอร์แบบวัสดุไหลทั้งหมด (Mass flow hopper) เช่น ฮอปเปอร์รูปโคน ฮอปเปอร์รูปลิ้น

ฮอปเปอร์รูปพีระมิด และฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยม เป็นต้น และอีกชนิดคือฮอปเปอร์แบบวัสดุไหลเฉพาะส่วนแกนกลาง (Core flow hopper) เช่น ฮอปเปอร์รูปพีระมิดที่ช่องเปิดวัสดุเป็นรูปสี่เหลี่ยม และฮอปเปอร์รูปทรงกระบอกที่มีฐานแบนและช่องเปิดวัสดุเป็นรูปวงกลม เป็นต้น (Chase, n.d.) ดังแสดงในภาพที่ 2.4

#### หลักการออกแบบฮอปเปอร์เบื้องต้น

ลักษณะรูปทรงของฮอปเปอร์มีผลต่ออัตราการไหลออกของวัสดุเม็ดจากฮอปเปอร์ ดังนั้นในการออกแบบฮอปเปอร์จึงควรคำนึงถึงปริมาณวัสดุที่ต้องการเก็บและปล่อยโดยไม่มีวัสดุเหลือตกค้างอยู่ เพื่อให้ฮอปเปอร์มีประสิทธิภาพการใช้งานสูงสุด โดยในการศึกษานี้ผู้วิจัยต้องการศึกษาการไหลและการติดขัดของวัสดุเม็ดในฮอปเปอร์ใน 2 มิติและต้องการให้วัสดุเม็ดเกิดการไหลอย่างคงที่ ไม่เกิดบริเวณที่มีวัสดุเม็ดตกค้างดังนั้นจึงจะเลือกใช้ฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยม (Wedge, plane flow hopper หรือ Wedge-shape hopper) ซึ่งส่วนประกอบของฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมนี้แสดงได้ดังภาพที่ 2.5 คือสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ส่วนหลัก ได้แก่

1. ส่วนบนรูปทรงกระบอก (Cylinder section)
2. ส่วนล่างรูปกรวย (Hopper section)
3. ช่องปล่อยวัสดุ (Hopper opening) กำหนดให้เส้นผ่านศูนย์กลางใช้สัญลักษณ์  $D$



ภาพที่ 2.5 ส่วนประกอบของฮอปเปอร์

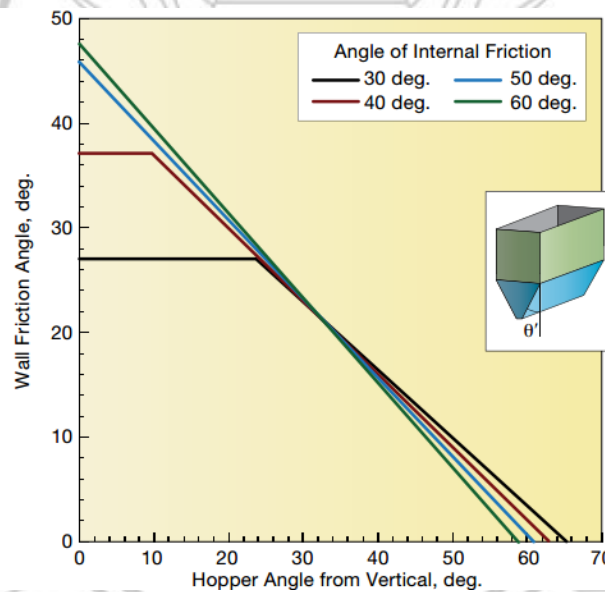
เมย์นาร์ด (Maynard, 2013) ได้แนะนำขนาดของส่วนบนรูปทรงกระบอกในเบื้องต้นที่ไม่คำนึงถึงความ สามารถของการจุในส่วนล่างรูปกรวยว่าคำนวณได้จากสมการที่ 2.1



$$H=m/(\rho/A) \tag{2.1}$$

เมื่อ	H	คือ ความสูงของส่วนบนรูปทรงกระบอก	หน่วย เมตร
	m	คือ มวลของวัสดุที่ถูกเก็บ	หน่วย กิโลกรัม
	$\rho$	คือ ความหนาแน่นรวมขณะกองอยู่ในภาชนะ	หน่วย กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร
	A	คือ พื้นที่หน้าตัดของส่วนบนรูปทรงกระบอก	หน่วย ตารางเมตร

ความสูงสุดท้ายของส่วนบนรูปทรงกระบอกพิจารณาตามปริมาตรที่จะสูญเสียไป ด้านบนของวัสดุเนื่องจากมุมกองของวัสดุที่กองอยู่ เช่นเดียวกับปริมาตรส่วนล่างรูปกรวย และควรพยายามให้ความสูงของส่วนบนรูปทรงกระบอกอยู่ระหว่าง 1 - 4 เท่าของความกว้างหรือเส้นผ่านศูนย์กลาง



ภาพที่ 2.6 การออกแบบสอปเปอร์ที่มีความชันของผนังขึ้นอยู่กับมุมเสียดทานของผนัง ซึ่งโดยทั่วไปแล้วสอปเปอร์รูปกลมมักจะทำมุม 10 องศากับแนวตั้ง

ที่มา: Maynard (2013)

นอกจากนี้มุมของสอปเปอร์จำเป็นต้องมีความชันมากกว่า 15 - 20 องศา เพื่อให้มีค่ามากกว่ามุมเสียดทานของผนัง (Wall friction angle) ดังภาพที่ 2.6 เพื่อไม่ให้วัสดุเม็ดติดค้าง (Self-cleaning) และขนาดมุมกองของวัสดุเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอในการนำมาใช้กำหนดมุมเอียงของ

ฮอปเปอร์ อย่างไรก็ตามควรออกแบบให้มุมฮอปเปอร์ทำกับแนวแกนนอนมากกว่ามุมกองของวัสดุ เพื่อป้องกันการตกค้างของวัสดุเช่นกัน ส่วนขนาดช่องปล่อยวัสดุสำหรับฮอปเปอร์รูปลิ้ม ควรมีขนาดอย่างน้อยหนึ่งในสามของความกว้างเพื่อป้องกันการเกิดแรงเชื่อมแน่นและการขัดกันภายใน (Interlocking arch)

### ปัญหาที่พบในการใช้ฮอปเปอร์

จากการใช้ฮอปเปอร์เพื่อเก็บและปล่อยวัสดุเม็ด เกิดปัญหามากมายในการใช้ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการแบบฮอปเปอร์หรือคุณสมบัติและลักษณะของวัสดุเม็ดที่ใช้ โดยทั่วไปแล้วสามารถจำแนกออกได้เป็น 8 ปัญหา ดังนี้

1. การไหลแบบเฉพาะวัสดุส่วนแกนกลางหรือ Funnel flow (Ratholing or Piping)
2. อัตราการไหลช้า (Flow is too slow) คืออัตราการไหลออกของวัสดุช้ากว่าขาเข้า
3. ไม่ไหลเนื่องจากการขัดตัวกันหรือเรียงตัวเป็น โดม (Arching or Doming) เกิดจากแรงเชื่อมแน่นมากพอทำให้เกิดการสร้างสะพานการขัดตัวเพื่อรองรับวัสดุเนื่องจากมีแรงมากเกินไป
4. อากาศแทรกตัว (Flushing) เกิดจากวัสดุไม่มีแรงเชื่อมแน่นมากพอ ทำให้เกิดโดมที่คงตัว แต่แข็งแรงพอที่อากาศสามารถทะลุผ่านได้ ทำให้อากาศแทรกตัวไปในวัสดุได้ วัสดุเม็ดจึงไหลช้า
5. วัสดุเม็ดไหลออกไม่หมด (Incomplete emptying) มีการคงค้างของวัสดุเม็ดในบริเวณที่เรียก “Dead space”
6. การแยกชั้น (Segregation) เกิดขึ้นเนื่องจากวัสดุเม็ดที่ใช้มีขนาดและความหนาแน่นต่างกัน เป็นผลมาจากการสั่นและการเคลื่อนที่ซิมของอนุภาคที่มีขนาดเล็กกว่าผ่านบริเวณช่องว่างระหว่างอนุภาคขนาดใหญ่กว่า
7. การรวมตัวกันของวัสดุเม็ดเมื่อเวลาผ่านไป (Time consolidation) ในหลายวัสดุเมื่อทิ้งไว้นาน ๆ จะเกิดการเรียงตัวใหม่ทำให้วัสดุแน่นตัวขึ้น
8. การจับเป็นก้อน (Caking) เกิดจากพันธะเคมี-กายภาพระหว่างอนุภาคเนื่องจากความชื้น (Chase, n.d.)

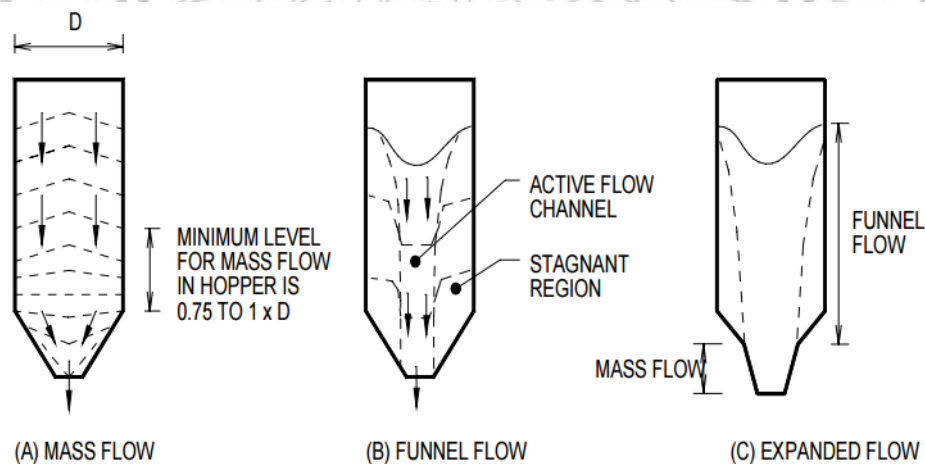
ทั้งนี้หนึ่งในปัญหาหลักของทางอุตสาหกรรมในการใช้ฮอปเปอร์คืออัตราการไหลของอนุภาคไม่คงที่ และในระหว่างการไหลผ่านฮอปเปอร์ วัสดุเม็ดจะเกิดการติดขัดซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่พบได้บ่อย ทำให้ต้องมีการศึกษาวิจัยในประเด็นนี้ โดยพฤติกรรมการไหลออกจากฮอปเปอร์ (Hopper discharge behavior) สัมพันธ์กับทั้งรูปแบบการไหลที่ซับซ้อนของวัสดุเม็ดภายในฮอปเปอร์และคุณสมบัติของฮอปเปอร์ (Cheng, 2012)

## การไหลในฮอปเปอร์ (Hopper flow)

ในการไหลออกของวัสดุเม็ดจากฮอปเปอร์ จะมีรูปแบบการไหลซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของฮอปเปอร์และวัสดุเม็ดที่ใช้ ดังนั้นเพื่อให้การไหลเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลจึงจำเป็นต้องศึกษาและทำความเข้าใจถึงรูปแบบการไหลในฮอปเปอร์ และวิธีการวัดความสามารถการไหล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. รูปแบบการไหลในฮอปเปอร์ (Flow Modes) เมื่อทำการศึกษารูปแบบการไหลของวัสดุเม็ดในฮอปเปอร์ พบว่าแบ่งออกเป็น 2 ชนิดใหญ่ ๆ ได้แก่ การไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมด (Mass flow) และการไหลแบบเฉพาะวัสดุส่วนแกนกลาง (Funnel flow) ในกรณีพิเศษอาจเกิดการไหลทั้งสองแบบร่วมกัน (Expanded flow)

ความแตกต่างของการไหลทั้งสามแบบ คือ หนึ่ง การไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมด วัสดุที่อยู่ในฮอปเปอร์จะเคลื่อนที่ไปทั้งหมดทุก ๆ ตำแหน่งตลอดพื้นที่หน้าตัด แต่ไม่จำเป็นต้องมีความเร็วของแต่ละอนุภาคเท่ากัน สอง การไหลแบบเฉพาะวัสดุส่วนแกนกลาง จะมีเพียงส่วนแกนกลางของวัสดุในฮอปเปอร์เท่านั้นที่เคลื่อนที่ลงสู่ปากฮอปเปอร์ ในขณะที่วัสดุเม็ดบริเวณด้านข้างจะอยู่นิ่งไม่เกิดการไหล และสาม การไหลทั้งสองแบบร่วมกัน คือ ส่วนบนรูปทรงกระบอกของฮอปเปอร์จะมีการไหลแบบเฉพาะวัสดุส่วนแกนกลาง และส่วนล่างรูปกรวยจะเป็นการไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมด รูปแบบการไหลของวัสดุในฮอปเปอร์ทั้งสามแบบสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 2.7



ภาพที่ 2.7 รูปแบบของการไหลในฮอปเปอร์ (A) การไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมด (B) การไหลแบบเฉพาะวัสดุส่วนแกนกลาง และ (C) การไหลทั้งสองแบบร่วมกัน

ที่มา: Chase (n.d.)

เพื่อให้การไหลคงที่ ไม่มีเกิดการแยกชั้นตามแนวขวางของวัสดุ มีประสิทธิภาพในการเก็บวัสดุสูงและไม่มีวัสดุค้างเมื่อปล่อยให้ไหล จึงควรออกแบบฮอปเปอร์มีลักษณะเป็นฮอปเปอร์แบบวัสดุไหลทั้งหมด ดังรูป 2.4ก) ที่กล่าวมาแล้ว โดยมุมของฮอปเปอร์ควรทำมุมอยู่ในช่วง 0 - 40 องศา กับแนวแกนตั้ง (Chase, n.d.)

2. วิธีการวัดความสามารถของการไหล ในการพิจารณาความสามารถในการไหลของวัสดุเม็ด ต้องใช้อุปกรณ์และวิธีการต่าง ๆ เข้ามาช่วย โดยทั่วไปแล้ว มี 6 วิธีที่นิยมใช้ ได้แก่

2.1 มุมกอง (Angle of repose) (Zhou, Xu, Yu, & Zulli, 2002; Ieleji & Zhou, 2008)

2.2 ดัชนีการอัด (Compressibility index or Hausner ratio) (Grey & Beddow, 1969)

2.3 การไหลในเครื่องแบบกลิ้งหมุน (Flow in a rotating drum) (Nalluri & Kuentz, 2010; Pirard, Lumay, Vandewalle, & Pirard, 2009)

2.4 การไหลผ่านรูเปิด (Flow through an orifice) (Ahn, Basaranoglu, Yölmaz, Bugutekin, & Gul, 2008)

2.5 เซลล์เฉือน (Shear cell) (Carr & Walker, 1968)

2.6 เครื่องรีโอมิเตอร์ (Rheometers) (Freeman, 2007)

ในการศึกษานี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้ 2 วิธีการประกอบกัน คือ มุมกองและการไหลผ่านรูเปิด โดยมุมกองจะหาใช้เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดมุมฮอปเปอร์ที่ใช้ แล้วศึกษาการไหลผ่านช่องเปิดวัสดุของวัสดุเม็ด

### การติดขัด (Jamming)

หนึ่งในปัญหาหลักที่เกิดในการใช้ฮอปเปอร์ในทางอุตสาหกรรมคือเรื่องอัตราการไหลออกจากฮอปเปอร์ของวัสดุเม็ด อีกทั้งระหว่างที่วัสดุไหลออกมักจะเกิดปรากฏการณ์การติดขัด ซึ่งประเด็นนี้ได้มีการศึกษาวิจัยอย่างแพร่หลายในช่วงไม่กี่ปีที่ผ่านมา ทั้งนี้มีผู้ได้ให้คำนิยามและแนวคิดเกี่ยวกับการติดขัดไว้ดังนี้

#### นิยามของการติดขัด

เมื่อสังเกตการไหลของวัสดุเม็ดที่ออกจากฮอปเปอร์จะพบว่าในบางกรณีขณะที่วัสดุกำลังไหลนั้นจะเกิดการหยุดนิ่งสลับกับไหลเป็นบางครั้ง จึงน่าจะเป็นที่มาของคำว่า “การติดขัด” ทั้งนี้เลียว และเนเกล (Liu & Nagel, 1998) ได้นิยามไว้ว่า “การติดขัดคือสถานะที่วัสดุเม็ดที่ไหลเกิดการหยุดนิ่ง”

### แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการติดขัด

ในการปล่อยวัสดุเม็ดออกจากไซโลด้วยแรงโน้มถ่วงของโลกมีแนวโน้มที่ระบบจะเกิดการติดขัดขึ้น การไหลของวัสดุเม็ดอาจเกิดการหยุดแบบทันทีทันใดเนื่องจากเกิดการขัดตัวกันของวัสดุเม็ด (Arching or Vault) เมื่อขนาดช่องปล่อยวัสดุไม่ได้มีขนาดมากกว่าขนาดของวัสดุเม็ดมาก ๆ อย่างไรก็ตามนอกเหนือจากการหลีกเลี่ยงการลดขนาดช่องปล่อยวัสดุเพื่อเพิ่มอัตราการไหล (Flow rate) และลดความน่าจะเป็นของการติดขัด สามารถใช้วิธีการเพื่อปรับปรุงการไหลของวัสดุเม็ดได้ด้วยการสั่น ไม่ว่าจะเป็นการสั่นเฉพาะที่ (Local vibration) หรือทั้งระบบ (Global vibration) อย่างไรก็ตามที่สั่นแล้วระบบอาจเกิดการอุดตันขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากการเกิดการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดเช่นกัน โครงสร้างการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดสามารถหยุดการไหลได้แม้ว่าระบบจะถูกสั่นอยู่ก็ตามก็ได้ อย่างไรก็ตามการโค้งสามารถถูกสลายทำให้กลับมาไหลได้ทันทีหากระบบถูกได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง และหากการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องไม่ได้ผล จำเป็นต้องให้การก่อควานจากภายนอกที่มากขึ้นเพื่อทำให้ระบบไม่มีการติดขัด (Unjamming) (Mankoc, Garcimarti, Zuriguel, & Maza, 2009)

อีกนัยหนึ่งกล่าวได้ว่าการติดขัดเป็นแรงต้านการเคลื่อนที่ผ่านกันของวัสดุเม็ดที่เกิดอย่างไม่แน่นอน (Albert, Pfeifer, Barabási, & Schiffer, 1999; Albert, et al., 2000) การหยุดการเคลื่อนที่ เกิดเมื่อมีการเชื่อมต่อเครือข่าย (Network) ของวัสดุเม็ดซึ่งไม่สามารถจัดเรียงตัวได้ใหม่ ยกเว้นให้แรงที่มากพอ จะสลายเครือข่ายนั้นเพื่อให้มีการเริ่มเคลื่อนที่ของวัสดุเม็ดอีกครั้ง อนุภาคในเครือข่ายเหล่านี้เป็นเพียงส่วนเล็ก ๆ ของวัสดุทั้งหมดจะประกอบไปด้วยห่วงโซ่แรง (Force chain) ซึ่งจะสิ้นสุดแค่ที่ผนังภาชนะที่บรรจุ (O'Hern, Langer, Liu, & Nagel, 2001; Coppersmith, Liu, Majumdar, Narayan, & Witten, 1996)

การเคลื่อนที่และการติดขัดของวัสดุเม็ดได้รับอิทธิพลมาจาก 1) การผลักกันด้วยความเกะกะ (Steric repulsions) เป็นผลจากรูปทรงของวัสดุเม็ด 2) แรงเสียดทาน (Friction forces) เป็นผลมาจากสมบัติของผิววัสดุเม็ด และธรรมชาติทางเคมีของวัสดุเม็ด และ 3) แรงเชื่อมแน่น (Cohesive forces) ถูกเหนี่ยวนำให้เกิดได้จากสะพานของเหลว (Liquid bridges) (Kudrolli, 2008; Fiscina, Lumay, Ludewig, & Vandewalle 2010; Emery, Oliver, Pugsley, Sharma, & Zhou, 2009) ประจุไฟฟ้า (Electric charges) (Mersch, Lumay, Boschini, Vandewalle, Valverde, & Castellanos, 2006) ปฏิสัมพันธ์แรงแวนเดอร์วาลส์ (Van der Waals interactions) (Valverde, Espin, Quintanilla, & Castellanos, 2009) และปฏิสัมพันธ์ระหว่างไดโพลแม่เหล็ก (Magnetic dipole–dipole interactions) (Forsyth, Hutton, Rhodes, & Osborne, 2001; Lumay & Vandewalle, 2008; Lumay, Dorbolo, & Vandewalle, 2009; Lumay & Vandewalle, 2010) วัสดุเม็ดสามารถแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือวัสดุเม็ด

ที่มีแรงเชื่อมแน่นและไม่มีแรงเชื่อมแน่น สำหรับวัสดุเม็ดที่ไม่มีแรงเชื่อมแน่น ปฏิกริยาระหว่างอนุภาคมีความสัมพันธ์หลักกับการผลักกันด้วยความเกาะและความเสียดทานเท่านั้น ดังนั้นสมบัติจุลภาคขึ้นอยู่กับรูปร่าง การกระจายขนาดและพื้นผิวของวัสดุเม็ด เมื่อแรงเชื่อมแน่นระหว่างวัสดุเม็ดมากกว่าน้ำหนักของหนึ่งอนุภาค สมบัติระดับมหภาคจะมีผลมากขึ้นอย่างมากเนื่องมาจากแรงเชื่อมแน่นภายในและการอัดแน่น (Packing) (Chaudhuri, Alexandar, Faqih, Muzzio, Davis, & Tomassone, 2006) ดังนั้นยิ่งขนาดอนุภาคเล็ก สมบัติจุลภาคจะถูกควบคุมโดยแรงเชื่อมแน่นเป็นหลัก (Lumay et al., 2012)

สำหรับความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability,  $J(d)$ ) สามารถคำนวณหาได้จากสมการที่ 2.2 (To, Lai, & Pak, 2001)

$$J(d) = \frac{N_a}{N_t} \quad (2.2)$$

เมื่อ  $J(d)$  คือ ความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability)  
 $N_a$  คือ จำนวนครั้งที่เกิดการติดขัด (Number of jamming events)  
 $N_t$  คือ จำนวนครั้งที่ทำการทดลองในแต่ละเงื่อนไข (Number of trial for each conditions)

เพื่อให้การอัตราไหลออกจากฮอปเปอร์ของวัสดุเม็ดคงที่และน่าเชื่อถือ การศึกษาในหัวข้อนี้จึงได้รับความสนใจจากทั้งในนักวิจัยทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม โดยพฤติกรรม การไหลออกจากฮอปเปอร์ของวัสดุเม็ดมีความสัมพันธ์กับรูปแบบการไหลที่ซับซ้อนภายในฮอปเปอร์และคุณสมบัติของวัสดุเม็ด

#### การติดขัดของวัสดุเม็ดที่มีความเสียดทาน (Jamming of frictional spheres)

โดยทั่วไปแล้วอาจแบ่งการศึกษาการติดขัดของวัสดุตามชนิดของวัสดุเม็ดได้เป็น 2 รูปแบบใหญ่ ๆ คือ วัสดุเม็ดที่มีความเสียดทาน (Frictional spheres) และวัสดุเม็ดที่นิ่มและไร้แรงเสียดทาน (Soft frictionless spheres) ในที่นี้ขอกล่าวถึงเพียงการติดขัดของวัสดุเม็ดที่มีความเสียดทานดังนี้ คุณสมบัติของการเปลี่ยนแปลงการติดขัดส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับแรงเสียดทาน เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนการอัดตัว (Packing fraction:  $\phi_c$ ), เลขโคออร์ดิเนชัน (Coordination number:  $Z_c$ ) และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ( $\mu$ ) โดยทั่วไปแล้วการติดขัดไม่ได้

เกิดขึ้นเหมือนกันทั้งระบบ และไม่มีค่าจุดวิกฤติที่แสดงถึงพฤติกรรมตามกฎเลขยกกำลัง (Power-law) แต่จากการคำนวณทางสถิติพบว่าค่าเฉลี่ยจำนวนผิวสัมผัสระหว่างวัสดุเม็ดที่เคลื่อนไหวทำให้เกิดแรงกดอัดใหม่ทำให้การเปลี่ยนแปลงทั้งระบบแล้วเกิดขึ้นเหมือนกัน (Shundyak, Hecke, & Saarloos, 2007)

### การเปลี่ยนแปลงการติดขัด (Jamming transition)

จากการที่การติดขัดเป็นสภาวะที่วัสดุที่กำลังเกิดการหยุดนิ่ง ดังนั้นจึงมีการศึกษากลไกการเปลี่ยนแปลงของทั้ง 2 สภาวะในระบบ ซึ่งอาจเรียกว่าการเปลี่ยนแปลงการติดขัด โดยมีผู้ให้คำนิยามและแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงการติดขัดดังนี้

#### นิยามของการเปลี่ยนแปลงติดขัด

การเปลี่ยนแปลงการติดขัด คือพฤติกรรมของวัสดุเม็ดสถิตเมื่อมีการผิดรูปของวัสดุทำให้เกิดการชิดกัน ซึ่งเป็นพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงระหว่างของแข็งและของเหลว (Ediger, Angell, & Nagel, 1996; Hecke, 2010) หรือเป็นกลไกการเคลื่อนที่ลงวิกฤติอย่างช้า ๆ ของระบบจากสมดุลไปสู่การแน่นเกินไปของอนุภาค (Overcrowding) ซึ่งการแน่นเกินไปนี้เป็นผลมาจากการอัดแน่นของอนุภาค (Debenedetti & Stillinger, 2001) การที่มีทางเปิดให้อนุภาคเคลื่อนที่เพียงเล็กน้อยทำให้กลไกของระบบถูกหยุด (Coniglio, Herrmann, Fierro, & Nicodemi, 2004) ซึ่งนำไปสู่การติดขัด

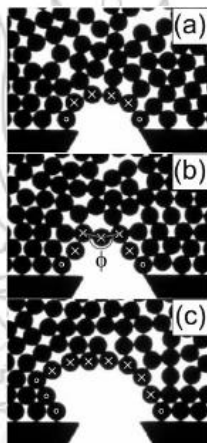
เมื่อก้าวตามนิยามแล้ว กลไกของระบบจะเป็นของแข็งเมื่อมีการเปลี่ยนรูปเกิดขึ้น ซึ่งเป็นการหาจุดหรือตำแหน่งสมดุล ภายใต้อิทธิพลของแรงภายนอก และระบบจะเป็นของเหลวเมื่อวัสดุเม็ดเกิดการไหลอย่างไม่แน่นอนเมื่อมีแรงเค้นเฉือนมากระทำ (Shear stress) ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นระหว่างของแข็งและของเหลว ระบบจะเกิดการคืนสภาพสู่ตำแหน่งสมดุลอย่างเกือบพอดีเมื่อมีความเครียด (Strain) เกิดขึ้นมากมาย กล่าวอีกนัยหนึ่งคือต้องการให้ค่าโมดูลัสของแรงเฉือน (Shear modulus) เป็นศูนย์หรือหายไปเมื่อการเกิดการเปลี่ยนแปลงสภาวะของแข็ง-ของเหลว อย่างไรก็ตามทฤษฎีตัวกลางยังผล (Effective-medium theory) ได้ทำนายว่าอัตราส่วนแรงเฉือนต่อโมดูลัสของแรงบีบอัดหรือบัลก์โมดูลัส (Bulk modulus) ยังคงมีค่าแน่นอนในข้อจำกัดนี้ อย่างไรก็ตามยังไม่เป็นที่กระจ่างว่าสมบัติเชิงกล (Mechanical properties) ของวัสดุเม็ดมีการเปลี่ยนแปลงใกล้เคียงกับการเปลี่ยนแปลงการติดขัดหรือไม่ (Andreotti, Forterre, & Pouliquen, 2013)

#### แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการการเปลี่ยนแปลงการติดขัด

ทฤษฎีของค่าเฉลี่ย-พื้นที่ (Mean-field theory) เป็นทฤษฎีที่ใช้อธิบายการตอบสนองของวัสดุเม็ดที่เกิดขึ้น คือค่าเฉลี่ยของวัสดุจะเป็นไปตามการเปลี่ยนแปลงหรือการผิดรูปของพื้นที่เปรียบ

ได้เหมือนกับวัสดุเม็ดถูกบีบอยู่บนแผ่นที่การเปลี่ยนรูปร่างอย่างยืดหยุ่น หรืออาจกล่าวได้ว่าการผิดรูปที่เกิดขึ้นมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงที่ผิวสัมผัสเฉพาะที่ (Local contact) เพียงเล็กน้อยเท่านั้น อย่างไรก็ตามการเปลี่ยนแปลงการติดขัดคล้ายกับการแยกสภาวะของแข็งจากสภาวะของเหลว การเคลื่อนที่ที่ไม่สอดคล้องกันนี้ (Non-affine displacement or heterogeneous) เป็นการตอบสนองต่อพฤติกรรมที่ผิดปกติที่เกิดขึ้น (O'Hern, Silbert, Liu, & Nagel, 2003)

### การขัดตัวกัน (Arching)



ภาพที่ 2.8 การขัดตัวกันของวัสดุเม็ดจะมีลักษณะเป็นรูปโค้งกว่า

ที่มา : Garcimartín, Zuriguel, Pagnaloni, & Janda (2010)

การติดขัดที่เกิดขึ้นเป็นผลมาจากการขัดตัวกันของวัสดุ โดยมีลักษณะคือวัสดุเม็ดจะเรียงกันขัดกันเป็นรูปโค้งกว่า ดังภาพที่ 2.8 ทั้งนี้เป็นเพราะต้องการให้ระบบอยู่ในสมดุล อยู่นิ่งได้และไม่ไหลออกจากสอปเปอร์ โดยได้มีผู้ได้อธิบายการขัดตัวกันไว้ดังนี้ โนวัก, ไนท์, นาอิม, แจเกอร์, และเนเกล (Nowak, Knight, Naim, Jaeger, & Nagel, 1998) ได้อธิบายว่าการขัดตัวกันเป็นการตอบสนองจากการส่งต่อของแรงเค้น (Stress propagation) แล้วมีผลทำให้มีการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนปริมาตร (Volume fraction) (O'Hern, Langer, Liu & Nagel, 2001)

### การอุดตัน (Clogging)

การอุดตันเป็นหนึ่งในคุณสมบัติที่น่าสนใจอย่างยิ่งของวัสดุเม็ด ซึ่งเป็นการหยุดการไหลอย่างทันทีทันใดเนื่องมาจากสิ่งกีดขวางหรือขอบเขต ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องจัดการเกิดการ



อุดตันเพื่อให้ปริมาตรการไหลออกของวัสดุเม็ดคงที่ ทั้งนี้การอุดตันเป็นผลมาจากการเกิดการติดขัดในบริเวณต่าง ๆ มากเกินไป (Rich field jamming) (Thomas & Durian, 2013)

จากที่กล่าวมาข้างต้นในเรื่องการติดขัด การเปลี่ยนแปลงการติดขัด การขัดตัวกันและการอุดตัน ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า หากในฮอปเปอร์มีการส่งผ่านแรงเค้นมากเกินไป ระบบที่กำลังไหลจะเกิดการเปลี่ยนแปลงจากไหลเป็นหยุดนิ่งคือมีการเปลี่ยนแปลงการติดขัด ซึ่งเป็นสภาวะการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจากของเหลวเป็นของแข็ง โดยวัสดุเม็ดจะขัดกันเป็นตัวโค้งเพื่อให้อยู่นิ่งในสมดุลได้ทำให้เกิดการติดขัดขึ้น หากมีแรงภายนอกมากพอมากระตุ้น เช่น การสั่น หรือการเคาะ วัสดุจะสามารถกลับมาไหลได้อีกครั้ง อย่างไรก็ตามหากมีการส่งผ่านแรงเค้นกระจายในฮอปเปอร์มากเกินไปหรือมีการติดขัดอย่างต่อเนื่อง ในที่สุดวัสดุเม็ดจะเกิดการหยุดนิ่งอย่างถาวรคือเกิดการอุดตัน

#### มุมกอง (Angle of Repose)

เนื่องมาจากในการออกแบบฮอปเปอร์หนึ่งในปัจจัยที่นำมาพิจารณาประกอบ คือ ขนาดมุมกองของวัสดุเม็ด แม้ว่ามุมกองเพียงอย่างเดียวไม่สามารถเป็นตัวบ่งชี้ขนาดมุมของฮอปเปอร์แต่ในเบื้องต้นแล้วต้องแบบให้มุมฮอปเปอร์กับแนวแกนนอนที่ใช้มีขนาดมากกว่ามุมกองของวัสดุที่บรรจุ เพื่อให้ไม่ทำให้วัสดุเม็ดคั่งค้างอยู่ในฮอปเปอร์ โดยมุมกองสามารถใช้บ่งชี้ความสามารถในการไหลของวัสดุเม็ดได้ ทั้งนี้ในการวัดความสามารถในการไหลของวัสดุสามารถทำได้หลายวิธี ได้แก่ การหามุมกอง ดัชนีการอัด การไหลในเครื่องแบบกลิ้งหมุน การไหลผ่านรูเปิด เซลล์เจ็อน และเครื่องรีโอมิเตอร์ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว สำหรับในการศึกษานี้ได้เลือกใช้วิธีการหามุมกองเพื่อใช้เป็นแนวทางในการออกแบบฮอปเปอร์ โดยมีรายละเอียดเกี่ยวกับนิยามมุมกอง ชนิด และปัจจัยที่มีผลต่อมุมกอง และวิธีการหาค่ามุมกองมีดังนี้

#### นิยามของมุมกอง



ภาพที่ 2.9 มุมกองของวัสดุเม็ด

ที่มา: Sprite (2007)

เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลลงอย่างอิสระไปกองอยู่ มุมที่วัดได้จากด้านข้างของกองวัสดุ เทียบกับแนวแกนนอนเรียกว่า “มุมกอง” ดังภาพที่ 2.9 และกำหนดให้สัญลักษณ์ที่ใช้แทนมุมกอง คือ  $\theta_r$  (Indian Standard Institution, 1973) มุมกองจะเป็นมุมชันสูงสุดที่กองวัสดุคงอยู่ได้โดยไม่ไหลพัง หรือเคลื่อนที่ลงมา นอกเหนือจากนี้ ยังสามารถเรียกว่า “มุมกองพื้น มุมทรงตัว หรือมุมก่อกอง”

#### ชนิดมุมกองและปัจจัยที่มีผลต่อการกอง

มุมกองขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย ได้แก่ มุมเสียดทานภายใน (Internal friction angle) การกระจายขนาดของอนุภาค รูปร่าง น้ำหนัก ระดับความชื้น การแบ่งชั้น การแยกชั้น นอกจากนี้วิธีการ และขั้นตอนการเทยังมีผลด้วย ได้แก่ ระดับความสูงของการเท และอยู่ในขณะหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ ดังนั้นมุมกองจึงมี 2 ชนิด (Stewart, 1968) ได้แก่

1. มุมกองขณะหยุดนิ่ง (Static angle of repose)
2. มุมกองขณะเคลื่อนที่ (Dynamic angle of surcharge)

#### ตารางที่ 2.1 ความสามารถในการไหล-มุมกองของวัสดุ

การไหล	มุมกอง	ลักษณะเฉพาะของวัสดุ
ไหลอย่างอิสระมาก (Very free flowing)	0 - 19°	วัสดุที่มีรูปทรงกลมขนาดเล็กมากและสม่ำเสมอทั้งในสถานะเปียกและแห้ง เช่น ทรายซิลิกาแห้ง ซีเมนต์ และคอนกรีตเปียก
ไหลอย่างอิสระ (Free flowing)	20 - 25°	วัสดุที่มีรูปทรงกลมและผิวเรียบมัน เช่น ัญฟูพืชและ เมล็ดถั่ว
ไหลปกติ (Average flowing)	30 - 34°	วัสดุที่มีน้ำหนัปกปานกลาง ผิวไม่เรียบ เช่น ถ่านหิน แอนทราไซต์ กากเมล็ดฝ้ายและ โคลน
	35 - 39°	วัสดุเม็ดโดยทั่วไป เช่น ถ่านหินบิทูมินัส ก้อนหิน และแร่ทั้งหมด
ไหลช้า (Sluggish)	40° ขึ้นไป	วัสดุที่มีผิวไม่เรียบ เหนียว เป็นเยื่อ หรือเกี่ยวติดกัน เช่น เศษไม้ ขานอ้อยและทรายห่อ

หมายเหตุ. From Kulinowski & Kasza., n.d., Belt Conveyors for bulk Materials Calculations by CEMA 5<sup>th</sup> Edition.

แม้ว่ามุมกองขณะเคลื่อนที่จะมีความสำคัญมากกว่ามุมกองขณะหยุดนิ่ง อย่างไรก็ตามในการศึกษานี้ได้เลือกหาเฉพาะมุมกองของวัสดุขณะหยุดนิ่งเนื่องจากมีข้อจำกัดด้านอุปกรณ์ที่ใช้โดยมุมกองเป็นสมบัติมหภาคที่สำคัญมากที่เป็นลักษณะพฤติกรรมเฉพาะของวัสดุแต่ละชนิดดังเห็นได้จากตารางที่ 2.1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวัสดุต่างชนิดจะมีขนาดมุมกองและความสามารถในการไหลต่างกัน

นอกเหนือจากข้อมูลในตารางที่ 2.1 มีข้อมูลที่แสดงว่าวัสดุเม็ดที่มีรูปร่างเป็นดิสก์หรือทรงกระบอก พบว่ามีขนาดของมุมกองเท่ากับ  $24 \pm 1$  องศา (Cantelaube, Duparcmeur, Bideau, & Ristow, 1995) จากที่กล่าวมาทั้งหมด จึงสรุปได้ว่ามุมกองเป็นคุณสมบัติเฉพาะของวัสดุแต่ละชนิดวัสดุที่มีมุมกองไม่เกิน 30 องศามีความสามารถในการไหลดี นอกจากนี้ยังพบว่ามุมกองสัมพันธ์อย่างยิ่งกับสมบัติของวัสดุ เช่น แรงเสียดทานแบบลื่นไถล (Sliding friction) และแรงเสียดทานแบบกลิ้ง (Rolling friction) โดยมีความสัมพันธ์แบบเป็นปฏิภาคโดยตรงต่อกันและเบี่ยงเบนตามรูปร่าง อีกทั้งยังเป็นปฏิภาคผกผันกับขนาดอนุภาค (Ghazavi, Hosseini, & Mollanouri, 2008)

#### วิธีการหามุมกอง

วิธีการหาค่ามุมกองสามารถทำได้หลายวิธี เช่น วิธีที่หนึ่ง การปล่อยวัสดุที่อยู่ในภาชนะให้ไหลตกลงอย่างอิสระ วัสดุจะไหลลงมากองเป็นรูปกรวยคว่ำ จากนั้นทำการวัดขนาดและคำนวณหามุมกองจากสมการที่ 2.3 (Chukwu & Akande, 2007)

$$\theta_r = \tan^{-1} \frac{2(H_c - H_p)}{D_p} \quad (2.3)$$

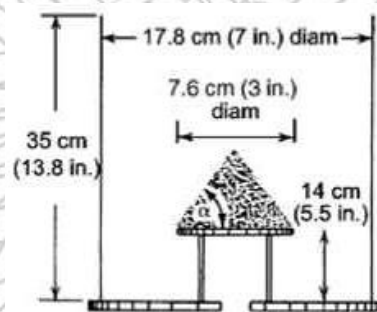
เมื่อ	$H_c$	คือ ความสูงของยอดวัสดุจากพื้น
	$H_p$	คือ ความสูงของแท่นรอง
	$H_c - H_p$	คือ ความสูงของกองวัสดุ
	$D_p$	คือ เส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมของกองวัสดุ

ส่วนวิธีที่สอง คือให้วัสดุเม็ดอยู่ในภาชนะจากนั้นเอียงมุมเล็กน้อย มุมที่ผิววัสดุยังอยู่หนึ่งได้โดยไม่มีเคลื่อนที่ของวัสดุเม็ด เรียกว่า มุมสถิตสูงสุด (Angle of maximal stability,  $\theta_m$ ) ยิ่งเพิ่มมุมของการเอียง มุมของวัสดุจะยิ่งลดลงเรื่อย ๆ จนมีค่าเท่ากับมุมกอง (Jaeger & Nagel, 1992) กล่าวได้ว่ามุมที่วัสดุเริ่มเกิดการเคลื่อนที่ คือ มุมวิกฤต (Critical angle,  $\theta_c$ ) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของมุมเสียด

ทานสูงสุด โดยทั่วไปแล้วมุมวิกฤตมีค่าเท่ากับ 30 องศา หรือหากพิจารณาในสภาวะที่ไม่มีแรงเชื่อมแน่นหรือแรงเสียดทาน สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.4

$$\theta_c(\phi) = \arctan \frac{1}{2\sqrt{2} \cos(\pi/3 - \phi)} \quad (2.4)$$

เมื่อกำหนดให้  $\phi$  คือ มุมเสียดทานสูงสุด (Albert, Albert, Hornbaker, Schiffer, & Barabási, 1997) วิธีที่สาม คือ การกองแบบวงกลม (Circular heap) ดังภาพที่ 2.10 หามุมกองโดยนำแผ่นฐานเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.6 เซนติเมตร (3 นิ้ว) วางรองวัสดุและล้อมรอบด้วยท่อทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 17.8 เซนติเมตร (7 นิ้ว) ที่สูงเพียงพอ (35 เซนติเมตร หรือ 13.8 นิ้ว) เพื่อให้ใจว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุไหลจะตกลงเต็มแผ่นฐาน จากนั้นวัสดุจะถูกปล่อยให้ไหลตกช้า ๆ ลงบนแผ่นฐาน โดยมุมที่ทำแนวอนกับผิวของวัสดุคือมุมกอง (Brown, 1960)



ภาพที่ 2.10 การหามุมกองด้วยวิธีการกองแบบวงกลม

ที่มา : Brown & Richards (1970)

วิธีสุดท้ายเป็นการกำหนดขนาดฐานของวัสดุ (Fix base cone) วัสดุจะถูกเทลงในกรวยเล็ก ๆ เพื่อให้ค่อย ๆ ไหลลงสู่ฐานที่กำหนดขนาดของฐานไว้แล้ว (Geldart, Abdullah, Hassanpour, Nwoke, & Wouters, 2006)

สำหรับในงานวิจัยนี้วัสดุที่ใช้ค่อนข้างมีขนาดใหญ่และเป็นการศึกษาในสองมิติ ดังนั้นผู้วิจัยจึงประยุกต์เอาวิธีการต่าง ๆ เข้าด้วยกันเพื่อให้สะดวกในการทดลองและมีความเหมาะสม คือ ใช้วิธีปล่อยให้ไหลลงอย่างอิสระโดยกำหนดขนาดฐานของวัสดุ

### การสั่นแนวตั้ง (Vertical vibration)

จากที่ผ่านมามีส่วนใหญ่ว่าจะศึกษาเกี่ยวกับแรงเค้น ความเร็วแต่ละบริเวณ และอัตราการไหลออกผ่านฮอปเปอร์โดยไม่มีการสั่น อย่างไรก็ตามปัญหาในการใช้ฮอปเปอร์ เช่น อัตราการไหลช้า อากาศเข้าแทรกตัววัสดุ และเกิดการขัดตัวกัน จึงได้มีความพยายามที่จะแก้ไขปัญหาลำนี้ โดยการให้แรงสั่นเพื่อช่วยให้การไหลราบรื่นและเร็ว แต่เทคนิคที่ใช้กันโดยทั่วไปยังคงมีความเข้าใจน้อย ดังนั้นการศึกษากการสั่นในฮอปเปอร์จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง ทั้งนี้โดยทั่วไปแล้วการสั่นแบ่งออกได้เป็น 3 วิธี ได้แก่ การสั่นแนวตั้ง (Vertical vibration) การสั่นแนวนอน (Horizontal vibration) และการหมุน (Rotation)

ในการศึกษาที่ผ่านมามีส่วนใหญ่ว่าใช้การสั่นแนวตั้ง เมื่อใช้การสั่นแนวตั้งพบว่าอัตราการไหลลดลงเมื่อแอมพลิจูดในการสั่นเพิ่มขึ้น (Suzuki, Takahashi, & Tanaka, 1968; Takahashi, Suzuki, & Tanaka, 1968; Evesque & Mefteh, 1993) แต่เมื่อใช้การสั่นแนวนอนผลที่ได้ตรงกันข้ามกับการสั่นแนวตั้งอย่างมีนัยสำคัญ กล่าวคือ อัตราการไหลเพิ่มขึ้นเมื่อแอมพลิจูดในการสั่นเพิ่มขึ้น (Weathers et al., 1997)

การสั่นจะเป็นการให้พลังงานกลแก่ระบบ ตัวแปรที่มีผลต่อการสั่นได้แก่ ความถี่ในการสั่น และแอมพลิจูดในการสั่น โดยความสัมพันธ์ของทั้งสองตัวแปรจะรวมอยู่ในรูปของความเร่งไร้หน่วย (Dimensionless acceleration,  $\Gamma$ ) (Hunt, Weathers, Brennen, Lee, & Wassgren, 1999) โดยเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Gamma = \frac{A(2\pi f)^2}{g} = \frac{A\omega^2}{g} \quad (2.5)$$

เมื่อ	$\Gamma$	คือ ความเร่งไร้หน่วย	
	A	คือ แอมพลิจูดในการสั่น	หน่วย เมตร
	f	คือ ความถี่ในการสั่น	หน่วย รอบต่อวินาที
	$\omega$	คือ ความเร็วเชิงมุม	หน่วย เรเดียนต่อวินาที
	g	คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก	กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 9.81 เมตรต่อวินาที <sup>2</sup>

ทั้งนี้ในการสั่นเราสามารถเลือกปรับขนาดแอมพลิจูดหรือความถี่ในการสั่นให้มีค่าคงที่หรือใช้หลายค่าก็ได้ตามต้องการ

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะประกอบไปด้วยงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการติดขัดและการอุดตันของวัสดุเม็ดที่ตกอย่างอิสระและมีการสั่น และงานวิจัยเกี่ยวกับมูกอง และมีทั้งการใช้วิธีการทดลองจริงและการจำลอง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

โจว, ซู, หยู, และซูลลี (Zhou, Xu, Yu, & Zulli, 2001) เสนอผลการทดลองและการจำลองการศึกษาการมูกองของวัสดุเม็ดที่มีผิวหยาบขนาดเดียว เนื่องจากมูกองเป็นตัวแปรระดับมหภาคที่เป็นสมบัติเฉพาะซึ่งสำคัญที่สุดของวัสดุเม็ด ในการจำลองได้ใช้วิธีการ Modified discrete element method วัสดุเม็ดที่ใช้คือ เม็ดแก้วเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.55, 1, 2, 5, และ 10 มิลลิเมตร จำนวน 2,000 อนุภาค ในที่นี้ได้ทำการเน้นย้ำความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ เช่น ลักษณะเฉพาะของเม็ดวัสดุ สมบัติของวัสดุ และรูปทรงของวัสดุ โดยนำวัสดุเม็ดใส่ลงในภาชนะรูปทรงสี่เหลี่ยมกว้างและสูง 400 มิลลิเมตรเฉพาะส่วนครึ่งบนที่ถูกกั้นอยู่ จากนั้นเปิดให้วัสดุเม็ดไหลลงมาเหลือฐานรองครึ่งบนเฉพาะบริเวณกึ่งกลางกว้างรวม 300 มิลลิเมตร ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าภายใต้เงื่อนไขการจำลอง มูกองได้รับอิทธิพลจากแรงเสียดทานแบบดิสก์และแบบกลิ้งเป็นหลัก หากสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานแบบดิสก์และแบบกลิ้งมีค่ามาก ขนาดของมูกองก็จะมากตามและไม่ได้ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของวัสดุ อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio) สัมประสิทธิ์ความหน่วง (Damping coefficient) และมอดุลัสของยัง (Young's modulus) อีกทั้งหากเพิ่มขนาดของวัสดุเม็ดหรือความหนาของภาชนะบรรจุจะทำให้ขนาดมูกองลดลงและยังพบว่าการศึกษาด้วยการจำลองมีความเที่ยงตรงกว่าการทดลอง

โท, หลาย, และแพค (To, Lai, & Pak, 2001) ทดลองการติดขัดของวัสดุเม็ดหนึ่งชนิดเดียวที่ไหลผ่านฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมซึ่งขนาดช่องปล่อยวัสดุด้านล่างและผนังด้านข้างสามารถเลื่อนปรับขนาดได้พร้อมกัน วัสดุเม็ดที่ใช้คือ เหล็กกล้าไร้สนิมที่มีลักษณะเป็นดิสก์เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 มิลลิเมตร หนา 3 มิลลิเมตร จำนวน 200 อนุภาค ผลการทดลองพบว่าความน่าจะเป็นในการเกิดการติดขัดเมื่อมูกองของผนังด้านข้างของฮอปเปอร์เท่ากับ 34 และ 60 องศาเท่ากัน มีการเกิดการติดขัดมากกว่าเมื่อมูกองของผนังด้านข้างเท่ากับ 75 องศา โดยทั้งสามมุมเมื่อขนาดความกว้างช่องปล่อยวัสดุ ( $d$ ) เพิ่มขึ้น ความน่าจะเป็นของการติดขัดจะลดลงเรื่อย ๆ ( $3.3 < d < 4.3$ ) และเข้าใกล้ศูนย์เมื่อถึงความกว้างค่า ๆ หนึ่ง ( $d > 4.3$ ) ทั้งนี้การติดขัดที่เกิดขึ้นจะเห็นได้ว่าวัสดุเม็ดจะมีการชิดกันแล้วขัดตัวกันเป็นรูปโค้งแบบคว่ำเสมอ โดยระยะจากผิวของวัสดุเม็ดที่เรียงตัวกันเกิดการขัดตัวกันเรียงจากด้านหนึ่งไปยังอีกด้านนั้นจะมีมากกว่าขนาดช่องปล่อยวัสดุ และจำนวนอนุภาคที่เกิดการเรียงตัวขัดกันจะเพิ่มขึ้นตามขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ทั้งนี้เมื่อผนังด้านข้างของฮอปเปอร์มีขนาด 75 องศา วัสดุเม็ดจะไหลลงก่อนจะเกิดการติดขัดอย่างแท้จริง ดังนั้นความน่าจะเป็นในการเกิดการติดขัด

น่าจะขึ้นอยู่กับรูปแบบการไหลก่อนการเกิดการติดขัด และอัตราการไหลของวัสดุเม็ดออกจากฮอปเปอร์มีความสัมพันธ์กับความน่าจะเป็นในการเกิดการติดขัด และกล่าวได้ว่าการติดขัดจะเกิดขึ้นอย่างชัดเจนเมื่อมุมของผนังด้านข้างของฮอปเปอร์น้อยกว่า 75 องศา อีกทั้งมีศึกษาถึงความน่าจะเป็นในการเกิดการติดขัดของวัสดุเม็ดชนิดผิวเรียบและผิวขรุขระเมื่อความกว้างช่องปล่อยวัสดุทรายต่างกัน ผลพบว่าวัสดุที่มีผิวขรุขระจะมีอัตราการติดขัดที่มากกว่า แสดงให้เห็นว่าเมื่อแรงเสียดทานเพิ่มขึ้น ความน่าจะเป็นของการติดขัดจะเพิ่มขึ้นด้วย

ต่อมาในปี 2002 โท, หลาย, และพัค (To, Lai, & Pak) ศึกษาปรากฏการณ์การติดขัดที่เกิดในการไหลของวัสดุเนื้อเดียวในฮอปเปอร์แบบ 2 มิติ วัสดุเม็ดที่ใช้เป็นดิสก์เหล็กกล้าไร้สนิม เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 มิลลิเมตร และหนา 3 มิลลิเมตร บรรจุในฮอปเปอร์รูปตัว Y หนา 4 มิลลิเมตรที่มีมุมของผนังด้านข้างทำมุม 60 องศา กับแนวแกนนอน ผลการทดลองพบว่าเมื่อขนาดช่องปล่อยวัสดุมีขนาดเล็ก จะเกิดการติดขัดเนื่องจากการเกิดการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดบริเวณช่องปล่อยวัสดุทั้งนี้ความน่าจะเป็นของการเกิดการติดขัดลดลงอย่างรวดเร็วในบางช่วงขนาดช่องปล่อยวัสดุ และจากการสังเกตลักษณะการขัดตัวกันที่เกิดขึ้นในการเกิดการติดขัดสามารถอธิบายในเชิงปริมาณได้ด้วยแบบจำลองการเดินแบบสุ่มอย่างจำกัด (Restricted random walker model) ที่ความน่าจะเป็นของการเกิดการติดขัดขึ้นอยู่กับจำนวนของวัสดุเม็ด คือการขัดตัวกันจะเกิดการกระจายมากขึ้นตามจำนวนวัสดุเม็ดที่มากขึ้น ซึ่งได้จากการเปรียบเทียบระหว่างเมื่อมีจำนวนอนุภาค 200, 400, และ 700 อนุภาค และขนาดของการขยายตัวของ การขัดตัวในแนวนอนและและตั้ง (Horizontal and vertical spans of the jamming arches) สามารถอธิบายได้จากแบบจำลองนี้ได้เช่นกัน

โจว, ซู, หยู, และซูลลี (Zhou, Xu, Yu, & Zulli, 2002) นำเสนอการศึกษาทดลองและการจำลองทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมุมกองของวัสดุเม็ดผิวหยาบชนิดเดี่ยว ขนาดเดี่ยว ผลการศึกษาแสดงว่ามุมกองได้รับผลอย่างยิ่งจากแรงเสียดทานกลิ้งและแรงเสียดทานไถล กล่าวคือ หากสัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถลระหว่างอนุภาควัสดุเม็ดด้วยกันและระหว่างวัสดุเม็ดและผนังฮอปเปอร์มีค่ามาก จะทำให้แรงเสียดทานมากตาม แรงในระบบที่ทำให้วัสดุเม็ดเกิดการเคลื่อนที่น้อย วัสดุเม็ดจึงไหลออกจากฮอปเปอร์ได้ไม่ดี มีการไหลช้า การค่อย ๆ ไหลลงของวัสดุเม็ดทำให้มุมกองของวัสดุเม็ดมาก

ซูริเกิล, การ์ซิมาร์ติน, มาซา, ปุกนาโลนิ, และปาสเตอร์ (Zuriguél, Garcimartín, Maza, Pugnaloní, & Pastor, 2005) เสนอการศึกษาทดลองการติดขัดที่ทำให้วัสดุเม็ดไม่สามารถไหลออกจากช่องปล่อยวัสดุได้ด้วยแรงโน้มถ่วงของโลกแบบ 2 มิติ วัสดุเม็ดที่ใช้ในการศึกษานี้ประกอบไปด้วยหลายชนิดและหลากหลายรูปร่างบรรจุอยู่ในภาชนะรูปทรงสี่เหลี่ยมสูง 500 มิลลิเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 30, 80, 120, และ 150 มิลลิเมตร ซึ่งใหญ่กว่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของอนุภาค

ประมาณ 30 เท่า ผลการศึกษาพบว่าเมื่อขนาดช่องปล่อยวัสดุมีขนาดเล็กกว่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุ การเกิดการติดขัดของวัสดุเม็ดที่ช่องปล่อยวัสดุเป็นผลมาจากการเกิดการขัดตัวกัน และเมื่อเพิ่มขนาดอัตราส่วนระหว่างขนาดช่องปล่อยวัสดุและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ความน่าจะเป็นในการขัดตัวกันที่บริเวณรูปเปิดลดลงและมีค่าอัตราส่วนที่มีนัยสำคัญที่ทำให้ไม่เกิดการติดขัดเลย อีกทั้งการไหลเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง อีกทั้งยังพบว่ารูปร่างของวัสดุเม็ดมีผลอย่างมากต่อการเกิดการขัดตัวกันและการติดขัด ส่วนชนิดของวัสดุเม็ดนั้น ไม่มีผลใด ๆ

เดสมอนด์ และแฟรงคลิน (Desmond & Franklin, 2006) ค้นพบว่าการศึกษากการติดขัดของวัสดุเม็ดที่มีรูปร่างเป็นแท่งยาว (Prolate) แบบ 3 มิติโดยในการศึกษานี้ได้ใช้วัสดุเม็ดเป็นอะคริลิก วัสดุเม็ดสามารถแสดงพฤติกรรมเป็นของแข็งอันเป็นการตอบสนองต่อการกระตุ้นเฉพาะที่คือเสมือนมีแรงจากสปริง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางต่อความยาวของวัสดุ (Aspect ratio) และขนาดของภาชนะที่บรรจุ สำหรับกลไกการเคลื่อนที่แสดงให้เห็นว่าแบ่งพฤติกรรมออกเป็น 2 แบบ คือ บริเวณที่เกิดพฤติกรรมติด-เลื่อน (Stick-slip) และเหมือนของแข็ง และในบริเวณรอยต่อทั้ง 2 บริเวณนั้นวัสดุเม็ดจะแสดงพฤติกรรมทั้ง 2 แบบผสมกัน หากอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางต่อความยาวของวัสดุเม็ดน้อย จะแสดงพฤติกรรมการเคลื่อนที่เป็นของแข็งอย่างชั่วคราวทั้งที่เป็นลักษณะพฤติกรรมเฉพาะในช่วงที่เกิดการเปลี่ยนแปลง และหากอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางต่อความยาวของวัสดุเม็ดมากขึ้น วัสดุเม็ดจะไม่แสดงพฤติกรรมเป็นของแข็งหากขนาดภาชนะมีขนาดใหญ่พอ นอกจากนี้ยังพบว่าอัตราส่วนการอัดตัวมีความสัมพันธ์ขึ้นกับขนาดของภาชนะเล็กน้อย แต่สัมพันธ์อย่างยิ่งอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางต่อความยาวของวัสดุ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีสถานะเฉลี่ย (Mean-field theory หรือ Mean field random contact model)

ชีฟวัวร์, โกลาร์ด, และรูสเซล (Chevoir, Gaulard, & Roussel, 2007) ศึกษาผลการทดลองการไหลและการติดขัดของวัสดุเม็ดสองขนาดคือเส้นผ่านศูนย์กลาง 80 และ 800 ไมครอนที่ผสมกันอยู่ในภาชนะรูปทรงสี่เหลี่ยมขนาดกว้างและยาว 0.1 เมตร สูง 1.5 เมตร แล้วปล่อยให้ไหลผ่านช่องปล่อยวัสดุด้านล่างที่มีลักษณะเป็นตะแกรงกรองซึ่งมีจำนวนช่องตั้งแต่ 350-4000 ช่อง โดยใช้ความหนาแน่นของวัสดุเม็ดหลายค่า จากการทดลองพบว่าวัสดุเม็ดที่ถูกปล่อยจะเกิดการไหลซึ่งแบ่งออกได้ 3 รูปแบบ คือ การไหลอย่างคงที่ (Steady flow) การไหลที่มีการอุดตัน และการติดขัด หากช่องตะแกรงมีขนาดใหญ่หรือความหนาแน่นของวัสดุเม็ดน้อย จะเกิดการไหลอย่างคงที่ เมื่อลดขนาดช่องตะแกรงหรือเพิ่มความหนาแน่นของวัสดุเม็ด จะเกิดการไหลแบบติดขัดมากขึ้น แล้วเกิดการอุดตันในที่สุด ดังนั้นอัตราการไหลของวัสดุเม็ดจึงเป็นปฏิภาคตรงกับขนาดช่องตะแกรง และเป็นปฏิภาคผกผันกับความหนาแน่นของวัสดุเม็ด สำหรับการเกิดการติดขัดจะเกิดเมื่อวัสดุเม็ดเรียงตัวกันในแนวนอนเป็นรูปโค้ง ในขณะที่ความเร็วของวัสดุเม็ดจะเป็นศูนย์ และเมื่อวัสดุเม็ดที่เรียงตัว



กันนั้นสลายตัว วัสดุเม็ดยังจะไหลตกลงสู่ด้านล่างอย่างอิสระ ด้วยความเร็วเฉลี่ยเท่ากับรากที่สองของผลคูณกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องตะแกรง เมื่อเปรียบเทียบกับอัตราการไหลผ่านตะแกรงของวัสดุเม็ดยุติเดียวกับการทดลองนี้ที่ใช้วัสดุเม็ดยุติสองชนิดพบว่า การไหลของวัสดุเม็ดยุติเดียวจะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดของช่องตะแกรงใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ ในขณะที่การไหลของวัสดุเม็ดยุติสองชนิดจะเพิ่มขึ้นแล้วคงที่เมื่อขนาดของช่องตะแกรงค่า ๆ หนึ่ง ส่วนการไหลแบบอุดตันนั้นการเกิดขึ้นเริ่มต้นเป็นแบบสุ่มและอัตราการไหลมีความแปรผันมาก โดยการเกิดการไหลที่การอุดตันในชั้นเริ่มต้นเกิดจากการที่วัสดุเม็ดยุติขนาดใหญ่ไปเกาะบริเวณตะแกรงทำให้วัสดุเม็ดยุติเล็กเกิดการกรองอีกชั้นหนึ่ง เรียกว่า Filtration cake ส่งผลให้ลดอัตราการไหลแทรกของวัสดุเม็ดยุติเล็ก

แมงคอก และคณะ (Mankoc et al., 2007) ทำการศึกษาอัตราการไหลของวัสดุเม็ดยุติไหลผ่านรูขนาดใหญ่ เนื่องมาจากเดิมอัตราการไหลนั้นขึ้นอยู่กับขนาดช่องปล่อยวัสดุซึ่งเป็นไปตามกฎเลขยกกำลัง  $5/2$  (5/2 Power law) ที่ได้ศึกษาในช่องปล่อยวัสดุขนาดเล็ก ในการศึกษาครั้งนี้มีข้อมูลทั้งการทดลองและการจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ ครอบคลุมขนาดช่องปล่อยวัสดุหลายขนาด ผลการศึกษาคือได้สร้างกฎใหม่สำหรับอัตราการไหลของวัสดุเม็ดยุติที่ถูกต้องเหมาะสมทั้งช่องปล่อยวัสดุขนาดเล็กไปจนถึงใหญ่ โดยทำการดัดแปลงมาจากกฎของบีเวอร์ลู (Beverloo law)

ชุกวู และอากานเด (Chukwu & Akande, 2007) พัฒนาเครื่องมือเพื่อใช้ในการวัดมุมกองของวัสดุเม็ดยุติที่ถูกนำมาใช้ในทางอุตสาหกรรมกว่า 20 ชนิด ในศึกษานี้ได้ทำการวัดขนาดของวัสดุเม็ดยุติทั้งก่อนและหลังได้รับความชื้น ผลการใช้เครื่องมือพบว่าในวัสดุต่างชนิดกันจะมีความสูงของกองวัสดุต่างกัน ดังนั้นมุมกองจึงเป็นอัตราส่วนของความสูงของกองวัสดุต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน ทั้งนี้วัสดุที่ผิวเรียบทำให้ไม่ยึดติดกันจะมีความสูงของกองน้อย ดังนั้นขนาดมุมกองจึงน้อยตาม ในทางตรงกันข้ามวัสดุที่มีผิวขรุขระ วัสดุจะติดกัน มีความสูงของกองวัสดุและขนาดมุมกองมาก

แมงคอก, การ์ซิมาร์ติน, ซูริเกิล, และมาซา (Mankoc, Garcimartin, Zuriguel, & Maza, 2009) เสนอผลการทดลองการติดขัดของวัสดุที่ไม่มีแรงยึดติดระหว่างโมเลกุลที่ปล่อยให้ไหลออกจากไซโลภายใต้การสั่นแนวตั้ง ทั้งนี้มี 2 กลไกที่อาจทำให้การสั่นช่วยการไหลของวัสดุเม็ดยุติ คือ หนึ่ง การสั่นลดความน่าจะเป็นของการเกิดการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดยุติแล้วไปบล็อกการไหล และสอง การสั่นจะสลายการเกิดการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดยุติที่ไปบล็อกการไหลที่เกิดขึ้น การทดลองพบว่าความน่าจะเป็นของการเกิดการบล็อกของวัสดุเม็ดยุติในระบบที่มีการสั่นและไม่มีการสั่นเหมือนกัน ส่วนความน่าจะเป็นในการเกิดการติดขัดขึ้นอยู่กับขนาดความกว้างของช่องปล่อยวัสดุ การติดขัดจะเริ่มลดน้อยลงเมื่อความกว้างของช่องปล่อยวัสดุเป็นสองเท่าของเส้นผ่านศูนย์กลาง

วัสดุเม็ด จากนั้นการติดขัดลงเรื่อย ๆ อย่างรวดเร็ว จนกระทั่งเมื่อกว้างของช่องปล่อยวัสดุเป็นสี่เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด ความน่าจะเป็นของการติดขัดจึงเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งสัมพันธ์กับผลการทดลองที่เมื่อให้การสั่นแก่ระบบ ปริมาณอนุภาคที่ไหลออกมาผ่านช่องปล่อยวัสดุจะมีค่ามากกว่าเมื่อไม่มีการสั่นแก่ระบบ

เจนด้า, มาซา, การ์ซิมาร์ติน, คอลบ์, ลานูซ่า, และเคลเมน (Janda, Maza, Garcimartín, Kolb, Lanuza, & Cl'emen, 2009) ศึกษาผลการทดลองการไหลแบบไม่ติดขัดของวัสดุเม็ดหนึ่งชนิดในภาชนะรูปทรงเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.9 เซนติเมตรที่ปลายด้านล่างเป็นช่องปล่อยวัสดุที่มีลักษณะเอียงเป็น 45 องศา แล้วทำการสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความถี่ 350 เฮิรตซ์ โดยการสั่นที่เกิดขึ้นจะเกิดโดยตรงกับวัสดุเม็ดภายในภาชนะ และไม่สัมผัสกับผนังภาชนะ และทำการวัดพลังงานที่เกิดขึ้นในการสั่นด้วยเครื่องเพียโซอิเล็กทริก แล้วใช้ค่าแอมพลิจูดต่างกัน จำนวนวัสดุเม็ดที่ใช้ประมาณ  $2 \times 10^4$  อนุภาค ผลการทดลองพบว่าอัตราการไหลโดยเฉลี่ยของวัสดุเม็ดจะเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราส่วนของขนาดช่องปล่อยวัสดุของภาชนะต่อเส้นผ่านศูนย์กลางเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เมื่อปล่อยให้เกิดการไหลโดยไม่มีการสั่น อัตราการไหลโดยเฉลี่ยของวัสดุเม็ดจะเพิ่มขึ้นอย่างคงที่ ในขณะที่เมื่อทำให้เกิดการสั่น อัตราการไหลจะน้อยกว่าเมื่อใช้ความถี่ในการสั่นมากกว่า อย่างไรก็ตามเมื่อความถี่ในการสั่นลดลง อัตราในการไหลก็จะคงที่และเป็นเช่นเดียวกับเมื่อไม่มีการสั่นที่ความกว้างของช่องปล่อยวัสดุภาชนะ ณ ค่า ๆ หนึ่ง ทั้งนี้ยังพลังงานในการสั่นมาก ยิ่งทำให้เกิดการไหลอย่างไม่ติดขัดของวัสดุเม็ด เมื่อวัดปริมาณวัสดุที่ไหลออกจากภาชนะภายใต้การสั่นที่มีค่าความถี่ในการสั่นต่างกัน พบว่าหากความถี่ในการสั่นมีค่ามาก จะใช้เวลาในการไหลของวัสดุเม็ดที่ออกมาในปริมาณเท่ากันน้อย อย่างไรก็ตาม ความถี่ในการสั่นนั้นไม่มีผลต่ออัตราการไหลของวัสดุเม็ด ในส่วนของการติดขัด การทดลองนี้พบว่ากลไกการเกิดการติดขัด เกิดจากการสร้างการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดที่บริเวณช่องปล่อยวัสดุ การขัดตัวกันที่เกิดขึ้นจะถูกสลายด้วยการสั่น และสร้างขึ้นใหม่ด้วยการติดขัด ซึ่งระยะเวลาที่เกิดการติดขัดจะลดลงเมื่อความถี่ในการสั่นเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาการติดขัดในระยะเวลาต่าง ๆ อย่างไม่กำหนด พบว่าความถี่ในการสั่นจะแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือกลุ่มที่น้อยมาก เมื่อพิจารณาเฉพาะเวลาสุดท้ายจะพบว่าวัสดุไม่เกิดการไหล เนื่องจากการสร้างการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดบริเวณช่องปล่อยวัสดุกลุ่มปานกลาง การไหลจะเป็นแบบไม่คงที่ เวลาในการเกิดการติดขัดจะไม่สามารถเห็นแนวโน้มที่ชัดเจน และกลุ่มที่มาก หลังจากให้อัตราการไหลเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วงแรก อัตราการไหลจะคงที่และมีค่ามากที่สุด ในสามกลุ่ม ดังนั้นค่าความถี่ในการสั่นจะมีค่าวิกฤตค่าหนึ่งที่ทำให้ไม่เกิดการติดขัด

เจิง (Cheng, 2010) ทดลองเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงการติดขัดแบบ 2 มิติ เมื่อมีการสั่นในแนวตั้งในสภาวะศูนย์กลางของเม็ดสาอู (Tapioca pearl) ที่เมื่อมีความชื้นจะเกิดการขยายตัว

ในการศึกษาการแน่นได้ใช้การวัดค่าสหสัมพันธ์ของสองประชากรในแต่ละค่าสัดส่วนการอัดตัว ผลคือพบว่าค่าสหสัมพันธ์ของสองประชากรมีลักษณะรูปร่างเป็นเหมือนการแกว่งกวัด ในออสซิลเลเตอร์เชิงกลในทุกตัวกลางใด ๆ เมื่อสัดส่วนการอัดตัวเพิ่มขึ้น จากระยะที่ไม่มีเกิดการคิดขัด ค่าสูงสุดของสหสัมพันธ์ของสองประชากรจะเพิ่มขึ้นซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของ สหสัมพันธ์ของสองประชากรที่ 1 และ 2 เท่านั้น และยังได้ศึกษาการพัฒนาการเกิดการรวมกลุ่ม ของระบบ ค่าความยาวคงที่ (Static length scale) ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการคำนวณจำนวน โครงสร้าง อนุภาควัสดุเมื่อระบบถึงจุดที่เกิดการคิดขัด (Jamming point) และสุดท้ายในการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่าในวัสดุที่มีลักษณะไม่เป็นเนื้อเดียวกันมาก ๆ แรงเสียดทานเป็นต้นเหตุที่ทำให้ระบบเกิดการคิดขัดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และในกรณีการคิดขัดที่เกิดขึ้นอาจเป็นเพราะระบบมีห่วงโซ่แรง มากเกินไป

แทง และเบรินเจอร์ (Tang & Behringer, 2011) ศึกษาผลการทดลองการคิดขัดของวัสดุ เม็ดในฮอปเปอร์เกิดขึ้นอย่างไร โดยศึกษาการไหลของวัสดุเม็ดชนิดโพโตอีลาสติก 2 ขนาดที่ผสม กันอยู่ในสถานะทรงฮอปเปอร์แล้วปล่อยให้ไหลตกสู่ด้านล่างอย่างอิสระ พบว่าเมื่อเกิดการคิดขัดจะ เกิดการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดเป็นรูปโค้งชิดกันเหนือปากของฮอปเปอร์เสมอ โดยการเกิดการขัดตัว กันนั้นเป็นแบบสุ่ม ไม่สามารถทำนายตำแหน่งของวัสดุเม็ดที่จะมารวมตัวได้ โดยวัสดุเม็ดเหล่านั้น จะอยู่ในช่วงรัศมีของตำแหน่งเริ่มต้นเดียวกัน แต่มีมุมที่ต่างกัน นอกจากนี้ยังพบว่าความเร็วของ วัสดุเม็ดจะมากที่สุดบริเวณปลายทางออกของฮอปเปอร์ และมีความแปรปรวนตามรูปแบบช่วงเวลา เชิงพื้นที่ (Spatio-temporal pattern) อย่างมาก อีกทั้งยังศึกษาความเค้นในระดับอนุภาคซึ่งทำให้เข้า กระบวนการเกิดการคิดขัดได้เป็นอย่างดี คือ บริเวณผิวของอนุภาคที่อยู่ติดกันจะเกิดแรงกระทำ ต่อกัน ทำให้เห็นการกระจายของแรงเชิงพื้นที่ของอนุภาคภายในฮอปเปอร์ เช่นเดียวกับการกระจาย ความเค้นของวัตถุที่ไหลซึ่งแปรเปลี่ยนตามเวลาอย่างแปรปรวน จากผลของทั้งความเค้น และความเร็วในการไหลของวัสดุเม็ด ทำให้ภายในฮอปเปอร์มีความเค้นของวัสดุเม็ดเป็นสายเป็น ช่วง ๆ กระจายอยู่ในฮอปเปอร์ซึ่งก่อให้เกิดการคิดขุดันเอง

เจิง (Cheng, 2012) ศึกษารูปแบบการไหลของวัสดุเม็ดออกจากฮอปเปอร์ด้วยการจำลอง เหตุการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้เทคนิค Discrete Element Method (DEM) แล้วศึกษาเทียบกับ ผลที่ได้จากการทดลองที่มีผู้ทำการศึกษาก่อนหน้านี้แล้ว วัสดุที่ใช้ที่การศึกษานี้มีรูปร่างกลมชนิด ยึดหยุ่นและไม่ยึดหยุ่น เส้นผ่านศูนย์กลาง 0.77 และ 0.602 เซนติเมตร จำนวน 8,750 อนุภาค มุมของฮอปเปอร์ที่ใช้มีขนาดตั้งแต่ 0 ถึง 90 องศา ในขณะที่ช่องปล่อยวัสดุมีขนาดหลากหลายตั้งแต่ 2.9 ถึง 4.5 เซนติเมตร และใช้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเท่ากับ 0.5 เพื่อให้ค่าที่ได้ใกล้เคียง กับผลจากการทดลอง แล้ววัดค่าเวลาที่ใช้ในการไหลหมดของวัสดุซึ่งสัมพันธ์กับอัตราการไหลออก

ของวัสดุเมื่อขนาดมุมและขนาดช่องปล่อยวัสดุมีค่าต่าง ๆ จากนั้นคำนวณค่าเวลาที่ใช้ แรงปกติที่เกิด ความเร็ว และค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดเปรียบเทียบกับผลการทดลองของมหาวิทยาลัยดุค เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองให้มากที่สุด อีกทั้งยังได้แสดงห่วงโซ่แรงที่เกิดขึ้นภายในฮอปเปอร์ ความเร็วแต่ละตำแหน่งของอนุภาคที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา อย่างไรก็ตามความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นงานวิจัยนี้ น่าเกิดจากการที่ลักษณะอนุภาคที่ใช้ในการจำลองนี้เป็นทรงกลม แตกต่างจากการทดลองที่นำมาเปรียบเทียบซึ่งอนุภาคมีลักษณะเป็นดิสก์

โทมัส และดูเรียน (Thomas & Durian, 2013) รายงานผลการศึกษาอิทธิพลของรูปร่างลักษณะที่มีต่อการอุดตันที่เกิดในการไหลของวัสดุเม็ดผ่านช่องปล่อยวัสดุของลักษณะที่มีลักษณะกั้นแบน โดยใช้ขนาดช่องปล่อยวัสดุหลายขนาด และเอียงมุมลักษณะซึ่งทำมุมกับแนวแกนนอนที่หลากหลาย การศึกษาในครั้งนี้พบว่าโดยทั่วไปแล้วการเอียงมุมลักษณะมาก ๆ จะทำให้ระบบเกิดการอุดตันมากขึ้น ดังนั้นจึงทำการวัดการกระจายมวลของวัสดุเม็ดที่ไหลออกกระหว่างที่เกิดการอุดตันในหลาย ๆ ขนาดช่องปล่อยวัสดุแล้วหาขนาดช่องปล่อยวัสดุที่ทำให้มวลของวัสดุเม็ดที่ไหลออกแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จากนั้นทำซ้ำโดยเปลี่ยนมุมในการเอียงลักษณะ แล้วแบ่งรูปแบบการอุดตันเป็น 2 แบบ คือ การไหลแบบคอกอย่างอิสระ (เกิดเมื่อช่องปล่อยวัสดุมีขนาดใหญ่และมีการเอียงมุมน้อย) และการไหลที่การอุดตัน (เกิดเมื่อช่องปล่อยวัสดุมีขนาดเล็กและมีการเอียงมุมมาก) นอกจากนี้ยังใช้วัสดุเม็ด 4 แบบ ได้แก่ 1) วัสดุที่มีรูปทรงกลมผิวเรียบ คือ เม็ดแก้ว 2) วัสดุที่มีการอัดแน่นและมีหลากหลายมุม คือ เม็ดทราย 3) วัสดุที่มีรูปร่างกลมแบนหรือดิสก์ คือ เลนทิลส์ (Lentils) และ 4) วัสดุที่มีรูปร่างคล้ายแท่ง คือ เมล็ดข้าว สำหรับช่องปล่อยวัสดุรูปทรงกลมพบว่ารูปแบบการอุดตันของวัสดุทั้ง 4 แบบเหมือนกัน ส่วนช่องปล่อยวัสดุแคบ ๆ รูปลิ่มเหลี่ยมผืนผ้า กว้างและเม็ดทรายมีรูปแบบการอุดตันเหมือนเมื่อใช้ช่องปล่อยวัสดุรูปทรงกลม ในขณะที่เลนทิลส์และข้าวมีพฤติกรรมแตกต่างออกไป โดยอาจมีสาเหตุจากแนวการวางตัวระหว่างวัสดุเม็ดและช่องปล่อยวัสดุ

คอนดิก (Kondic, 2014) รายงานการจำลองการไหลของวัสดุเม็ดที่ออกจากฮอปเปอร์แบบ 2 มิติด้วย วิธี DEM ทั้งนี้ได้จำลองการไหลทั้งในวัสดุที่มีความยืดหยุ่น มีแรงเสียดทาน และมีลักษณะเป็นดิสก์จำนวน 8,750 อนุภาค โดยใช้ขนาดมุมของผนังฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยวัสดุที่หลากหลาย โดย ฮอปเปอร์ที่ใช้เป็นรูปสี่เหลี่ยม กว้าง 43 เซนติเมตร ดังนั้นจึงมีการพิจารณาทั้งรูปแบบการไหลที่เกิดเมื่อมีการติดขัดเกิดขึ้น (เกิดเมื่อขนาดช่องปล่อยวัสดุมีขนาดเล็ก) ซึ่งเกิดขึ้นบ่อย และแทบจะไม่มีหรือไม่มีเกิดการติดขัดเกิดขึ้นเลย (เกิดเมื่อขนาดช่องปล่อยวัสดุมีขนาดใหญ่) นอกจากนี้ยังได้ศึกษาการกระจายของการเกิดการติดขัด มวลของวัสดุเม็ดที่ไหลออกมาได้ ความเร็ว และระดับแรงดันที่เกิดขึ้นแต่ละบริเวณในฮอปเปอร์ขณะวัสดุเม็ด สำหรับ

ผลการศึกษาพบว่าปัจจัยจากวัสดุที่ใช้ เช่น ความเสียดทานหรือสัมประสิทธิ์การคืนตัวกับเวลาที่ใช้ในการไหลออกจากฮอปเปอร์ทั้งหมดมีความสัมพันธ์กันน้อยมาก ยิ่งขนาดช่องปล่อยวัสดุเล็กลงจะเกิดการอุดตันเกิดการติดขัดกันที่บริเวณช่องปล่อยวัสดุและความน่าจะเป็นของการติดขัดจะค่อย ๆ ลดลงเมื่อขนาดช่องปล่อยวัสดุมีขนาดใหญ่ขึ้น อย่างไรก็ตามพบว่าวัสดุที่มีความยืดหยุ่นอย่างสมบูรณ์จะไม่เกิดการติดขัด ลักษณะกราฟการกระจายเวลาที่ไหลเมื่อช่องปล่อยวัสดุมีขนาดเล็กจะเป็นไปตามกฎเอกซ์โพเนนเชียล ต่างจากเมื่อช่องปล่อยวัสดุมีขนาดใหญ่จะไม่เป็นไปตามกฎเอกซ์โพเนนเชียล สำหรับการติดขัดหากช่องปล่อยวัสดุมีขนาดใหญ่พอที่จะไม่เกิดขึ้น วัสดุสามารถไหลออกจากฮอปเปอร์ได้อย่างต่อเนื่อง ส่วนมวลวัสดุที่ไหลออกจากวัสดุทั้งเมื่อช่องปล่อยวัสดุขนาดใหญ่และเล็กนั้นผลการจำลองก็สอดคล้องกับ Beverloo

สง, โคน์, และวิกส์ (Hong, Kohne, & Weeks, 2015) ทดลองการไหลของหยดสารอิมัลชันซึ่งเป็นน้ำมันในน้ำซึ่งไหลผ่านในฮอปเปอร์ถึง 2 มิติ โดยใช้สารลดแรงตึงผิวเคลือบหยดอนุภาคเพื่อให้สามารถเคลื่อนที่ผ่านกันได้ง่ายเสมือนไม่มีแรงเสียดทานระหว่างอนุภาค และฮอปเปอร์ที่สร้างขึ้นเตรียมจากนาสไลด์สองแผ่นมาประกบกัน พบว่าขนาดของอนุภาคที่เกิดขึ้นจะมีขนาดหลากหลาย เมื่อปล่อยให้ไหลผ่านช่องปล่อยวัสดุ อนุภาคที่ใหญ่จะบีบตัวให้ยาวขึ้นแล้วไหลผ่านรู เมื่อไหลผ่านช่องปล่อยวัสดุแล้วจะคืนรูปเป็นวงกลมดั้งเดิม สำหรับความน่าจะเป็นของการติดขัด มีความสัมพันธ์กับอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางฮอปเปอร์ต่อเส้นผ่านศูนย์กลางอนุภาค คือการติดขัดจะเริ่มลดน้อยลงเมื่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางฮอปเปอร์และอนุภาคน้อยกว่าหนึ่งมีค่าเท่ากัน จากนั้นการติดขัดจะลดลงอย่างรวดเร็วและเข้าใกล้ศูนย์เมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางฮอปเปอร์มากกว่าอนุภาคเป็นสองเท่า และการติดขัดมีความสัมพันธ์กับเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของแต่ละอนุภาคผ่านช่องปล่อยวัสดุ คือการติดขัดมาก แต่ละอนุภาคจะใช้เวลานานกว่าจะไหลผ่านได้หนึ่งหยด และระยะเวลาของแต่ละอนุภาคที่ไหลจะห่างกันมาก ในขณะที่หากการติดขัดน้อยก็จะใช้เวลาในการไหลและระยะเวลาของแต่ละอนุภาคน้อย ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบการไหลผ่านรูของของเหลวและของแข็งพบว่ามีความต่างกัน คือในของเหลวอนุภาคจะไม่รวมตัวกันเกิดการขัดตัวเป็นแนวเส้นโค้ง

คอร์เรีย, โอลิเวียรา, โอลิเวียรา, อีเลียส, ซานโตส, และแบปเตสตินิ (Corrêa, Oliveira, Oliveira, Elias, Santos & Baptestini, 2016) ประเมินอิทธิพลของระดับของการคั่วและบดที่มีผลต่อระดับความชื้นและมุกองของเมล็ดกาแฟในระหว่างการเก็บรักษา โดยนำเมล็ดกาแฟดิบที่แห้ง (สายพันธุ์โรบัสต้าและอาราบิก้า) มาคั่วสองระดับที่แตกต่างกันคือสีอ่อนปานกลางและสีเข้มปานกลาง แล้วบดเป็นสามขนาดที่แตกต่างกัน คือ ละเอียด (0.59 มิลลิเมตร) ปานกลาง (0.84 มิลลิเมตร) และหยาบ (1.19 มิลลิเมตร) จากนั้นนำมาเก็บไว้ในที่อุณหภูมิต่างกันสองอุณหภูมิ (10 และ 30 องศา

เซลล์เซียส) และวิเคราะห์หลังจากห้ระยะเวลาการจัดเก็บข้อมูลที่แตกต่างกัน (0, 30, 60, 120, และ 180 วัน) ผลการประเมินพบว่า 1) ขนาดของการบดมีผลต่อระดับความชื้นอย่างมีนัยสำคัญโดยไม่คำนึงถึงชนิดกาแฟและระดับการคั่ว 2) ระดับการคั่วมีผลทางอ้อมต่อระดับความชื้นของกาแฟอย่างมีนัยสำคัญ คือระดับความชื้นของกาแฟลดลงเมื่อระดับการคั่วมากขึ้น 3) ระดับความชื้นของกาแฟคั่วทั้งหมดและพื้นเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาในการเก็บรักษาโดยไม่คำนึงถึงอุณหภูมิที่ใช้เก็บ แสดงให้เห็นว่ากาแฟคั่วมีสมบัติดูดความชื้น และ 4) มุมกองของกาแฟคั่วเพิ่มขึ้นเมื่อมีขนาดอนุภาคเล็กและระดับการคั่วต่ำ

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งหมดสรุปได้ว่าปัจจัยที่มีผลต่อการติดขัด ได้แก่ มุมฮอปเปอร์ ขนาดช่องปล่อยวัสดุซึ่งรวมทั้งอัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดต่อขนาดช่องปล่อยวัสดุ ผิวของวัสดุเม็ดคือผิวเรียบและผิวขรุขระ ชนิดของวัสดุเม็ดคือชนิดที่มีความยืดหยุ่นและไม่มี ความยืดหยุ่น ความหนาแน่นในการบรรจุของวัสดุเม็ด รูปร่างของวัสดุเม็ด ความชื้น การใช้และไม่ใช้การสั่น ความแรงไรรุ่นในการสั่น แอมพลิจูดของการสั่น การใช้ระบบ 2 หรือ 3 มิติ และการเอียงตัวของภาชนะที่บรรจุวัสดุเม็ด ส่วนมุมกองและสมบัติหลายประการของวัสดุเม็ดมีความสัมพันธ์ต่อกัน อย่างไรก็ตามยังไม่มีผู้ที่ศึกษาผลของมุมของฮอปเปอร์รูปลิ้มต่อการติดขัดของ วัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นในแนวดิ่ง

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง ดังนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง ณ ห้องปฏิบัติการวัสดุเม็ดและการจำลองทางคณิตศาสตร์แบบไม่เชิงเส้น คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในบทนี้จะกล่าวถึงอุปกรณ์ที่ใช้ สถานที่ดำเนินการวิจัย วิธีดำเนินการวิจัย ซึ่งในการทดลองจะแบ่งเป็น 2 ตอนใหญ่ คือ ตอนที่ 1 ศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดต่อการติดขัดภายใต้การสั่นแนวตั้ง และตอนที่ 2 ศึกษาผลของจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดต่อการติดขัดภายใต้การสั่นแนวตั้ง รวมทั้งกล่าวถึงการวิเคราะห์ผล สำหรับรายละเอียดในหัวข้อต่าง ๆ มีดังนี้

#### อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองนี้จะประกอบไปด้วย 4 ชนิดได้แก่ วัสดุเม็ด แผ่นอะคริลิกใส ฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยม และเครื่องสั่นแนวตั้ง โดยวัสดุเม็ด อะคริลิกใส และฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมนี้ผู้วิจัยได้ทำการสร้างและเตรียมขึ้นมา นอกจากนี้ผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์จาก คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ให้ใช้เครื่องสั่นแนวตั้ง รวมทั้งสถานที่ทดลอง ทั้งนี้รายละเอียดของอุปกรณ์เหล่านี้ มีดังนี้

1. **วัสดุเม็ด** วัสดุเม็ดทำมาจากไม้เนื้อแข็งที่มีน้ำหนักเบา คือไม้อิโนกิ มีความหนาแน่นเท่ากับ 0.414 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ผิววัสดุเรียบและแห้ง ขนาดเดียว คือ เป็นทรงกระบอกหน้าตัดกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของไม้เท่ากับ 10 มิลลิเมตร แต่ละชั้นมีความยาวเท่ากับ  $60 \pm 0.5$  มิลลิเมตร และมีจำนวน 350 และ 500 อนุภาค

2. **แผ่นอะคริลิกใส** แผ่นอะคริลิกใสนี้จะใช้ในการทดลองหามุมกึ่งของวัสดุเม็ด คือใช้เป็นฐานรองวัสดุเม็ดและประกบด้านข้างขณะเรียงวัสดุเม็ด สำหรับแผ่นอะคริลิกใสที่ใช้เป็นฐานรองวัสดุเม็ดจะมีความยาว 3 ขนาด คือ 20, 21 และ 24 เซนติเมตร ตามลำดับ แผ่นอะคริลิกใสที่ใช้ส่วนประกบด้านข้างขณะเรียงวัสดุเม็ดใช้ขนาดเดียว จำนวน 2 แผ่น คือมีความยาว 22 เซนติเมตร แผ่นอะคริลิกใสทั้งหมดนี้จะมีความกว้างเท่ากันคือ 6 เซนติเมตร และมีความหนา 5 มิลลิเมตร

3. ฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยม ฮอปเปอร์ที่ใช้ทำมาจากแผ่นอะคริลิกใสหนา 5 มิลลิเมตร ส่วนบนรูปทรงกระบอกจะมีขนาดคงที่ คือ มีความกว้าง 200 มิลลิเมตร ความสูง 300 มิลลิเมตร และความหนา 6 มิลลิเมตรและใช้การเลื่อนปรับขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยตามต้องการ โดยมุมฮอปเปอร์ที่ใช้ในการทดลองคือ 10, 20, 30, 40 และ 50 องศา กับแนวแกนนอน ส่วนขนาดช่องเปิดฮอปเปอร์ คือ 2, 3, 4, 5 และ 6 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด

4. เครื่องสั่นแนวตั้ง เครื่องสั่นแนวตั้งนี้อาศัยหลักการทำงานคือเป็นการสั่นสะเทือนทางกลที่ใช้ลูกเบี้ยวเป็นตัวบังคับให้ระบบที่การสั่นในรูปแบบคลื่นของชาชนี้ดังสมการที่ 3.1

$$y(t) = A \sin(2\pi ft) = A \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

เมื่อ A คือแอมพลิจูดในการสั่น (เมตร) f คือความถี่ในการสั่น (รอบต่อวินาที)  $\omega$  คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที) และ t คือเวลาที่ใช้ในการสั่น โดยที่ค่าแอมพลิจูดในการสั่นคงที่เท่ากับ 5 มิลลิเมตร และสามารถปรับค่าความถี่ในการสั่นได้ ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกใช้ความถี่ในการสั่น 5 ค่า ทำให้ค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมีจำนวน 5 ค่าตาม คือ อยู่ในช่วง  $0.011g \leq \Gamma \leq 0.307g$  โดยผู้วิจัยได้ทำการคำนวณหาความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งตามสมการที่ 2.5

#### วิธีดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยจึงได้วางแผนและดำเนินการวิจัยอย่างเป็นขั้นตอน เริ่มจากการทบทวนวรรณกรรม ออกแบบการทดลอง ดำเนินการทดลอง แล้วทำการวิเคราะห์และสรุปผล โดยมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ค้นหาหาข้อมูลเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการติดขัดของอนุภาควัสดุเม็ดทั้งในสองมิติและสามมิติในฮอปเปอร์ภายใต้การสั่นและตกอย่างอิสระด้วยวิธีการทดลองจริงและใช้แบบจำลองว่ามีพฤติกรรมอย่างไร และปัจจัยใดที่มีผลต่อการติดขัด

2. เลือกวัสดุเม็ด ทดลองหามุมของวัสดุเม็ดที่ใช้ แล้วออกแบบฮอปเปอร์

##### 2.1 การเลือกวัสดุทดลอง

การเลือกวัสดุที่จะนำมาทดลอง ผู้วิจัยได้คำนึงถึงวัตถุประสงค์และขอบเขตของงาน ทั้งนี้ต้องเป็นวัสดุชนิดเดียวที่มีผิวเรียบและแห้ง ขนาดเดียว หาได้ง่ายตามท้องตลาด จึงทำให้ในงานวิจัยนี้เลือกวัสดุเป็นไม้เนื้อแข็งทรงกระบอกหน้าตัดกลมหน้าหนักเบา คือ ไม้ฮิโนกิ มีความหนาแน่นเท่ากับ  $0.414 \text{ kg/m}^3$  ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของไม้ 10 มิลลิเมตร และตัดวัสดุแต่ละชิ้นให้มีความยาว



เท่ากับ 60 เซนติเมตร  $\pm 0.5$  มิลลิเมตร (Calvetti, Combe, & Lanier, 1997) จากนั้นนำไม้ที่ตัดเสร็จแล้วมาขัดผิวด้านข้างและขัดหน้าตัดให้เรียบ แล้วนำมาพันสีที่หน้าตัด จำนวน 350 และ 500 อนุภาค

## 2.2 หาค่ามุกองของวัสดุเม็ด

การทดลองในงานวิจัยนี้ต้องกำหนดขนาดมุมฮอปเปอร์ที่จะใช้ให้น้อยกว่าค่ามุกองของวัสดุ เพื่อส่งเสริมให้เกิดการติดขัดขึ้น ดังนั้นจึงทำการทดลองหาค่ามุกองโดยมีขั้นตอนดังนี้ นำวัสดุเม็ดมาเรียงซ้อนกันบนแผ่นฐานรูปทรงที่เหลี่ยมที่มีขนาดความกว้าง 200, 210, และ 240 มิลลิเมตร ตามลำดับ เรียงให้เป็นแนวเดียวกัน โดยใช้แผ่นอะคริลิกเป็นแนวกั้นในแนวตั้งทั้งสองข้าง เรียงวัสดุเม็ดแถวแรกแล้วยึดวัสดุเม็ดอนุภาคที่อยู่ด้านซ้ายสุดและขวาสุดให้แน่นเพื่อแทนการกำหนดขนาดฐาน จากนั้นเรียงวัสดุเม็ดเป็นแนวตรงกันให้ได้ความสูง 18 ชั้น แล้วทำการเลื่อนแผ่นอะคริลิกที่กั้นทั้งสองข้างออกเพื่อให้วัสดุเม็ดเคลื่อนที่ไหลตกอย่างอิสระ แล้วคำนวณหาค่ามุกองของวัสดุตามสมการที่ 2.3 พร้อมหาค่าเฉลี่ย ซึ่งได้ค่าเท่ากับ  $55.417 \pm 0.756$  องศา ดังนั้นขนาดมุมฮอปเปอร์ที่จะใช้ทดลองต้องมีค่าไม่เกิน 55 องศา

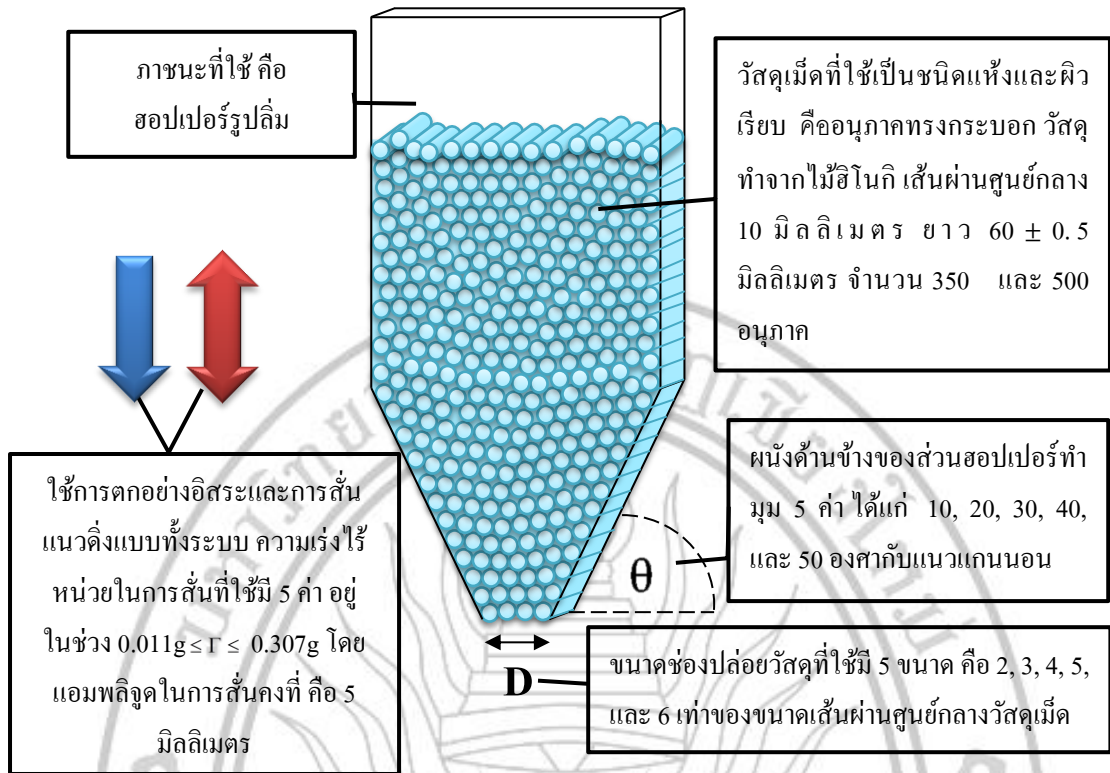
## 2.3 การเลือกและออกแบบฮอปเปอร์

การเลือกภาชนะที่ใช้ทดลองผู้วิจัยได้เลือกฮอปเปอร์รูปลิ้ม เพื่อให้เหมาะสมกับการทดลองการติดขัดใน 2 มิติและวัสดุเม็ดเกิดการไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมดหรือวัสดุที่อยู่ในฮอปเปอร์จะเคลื่อนที่ไปทั้งหมดทุกๆตำแหน่งตลอดพื้นที่หน้าตัด ไม่เกิดบริเวณที่มีวัสดุเม็ดตกค้าง

ฮอปเปอร์ที่ใช้ทำมาจากแผ่นอะคริลิกใสหนา 5 มิลลิเมตร ทั้งนี้ในส่วนของส่วนบนรูปทรงกระบอกจะมีขนาดคงที่ คือ มีความกว้าง 200 มิลลิเมตร ความสูง 300 มิลลิเมตร และความหนา 6 มิลลิเมตร และใช้การเลื่อนปรับขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยตามต้องการ โดยมุมฮอปเปอร์ที่ใช้ในการทดลองค่ามากที่สุดจะน้อยกว่ามุมกองของวัสดุเม็ด เพื่อส่งเสริมให้เกิดการติดขัด ดังนั้นมุมฮอปเปอร์ที่ใช้ในการทดลองจึงเป็น 10, 20, 30, 40, และ 50 องศา กับแนวแกนนอน ส่วนขนาดช่องเปิดฮอปเปอร์เป็น 2, 3, 4, 5, และ 6 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด

## 3. เตรียมวัสดุเม็ด ฮอปเปอร์และเครื่องสั่นที่ใช้ในการทดลอง

4. ติดตั้งเครื่องสั่นในแนวตั้ง วัสดุเม็ด และฮอปเปอร์เข้าด้วยกันให้เป็นระบบการทดลอง แสดงแผนภาพระบบการทดลองได้ดังภาพที่ 3.1 ระบบการทดลองที่ประกอบด้วยวัสดุเม็ดซึ่งถูกจัดเรียงแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์ที่มีขนาดช่องปล่อยวัสดุ 2 - 6 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด และมุมฮอปเปอร์ 10 - 50 องศา กับแนวแกนนอน วัสดุเม็ดจะถูกปล่อยให้ออกจากฮอปเปอร์แบบตกอิสระและภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยเครื่องสั่นแนวตั้งที่มีแอมพลิจูดคงที่ 5 มิลลิเมตร โดยใช้เวลาในการสั่นแนวตั้ง 5 ค่า คือ อยู่ในช่วง  $0.011g \leq \Gamma \leq 0.307g$



ภาพที่ 3.1 แผนภาพระบบการทดลอง

5. ทดสอบระบบการทดลองและความสมดุลของระบบ

6. ทำการทดลองพร้อมทั้งทำการบันทึกภาพเคลื่อนไหว โดยผู้วิจัยได้แบ่งการทดลองออกเป็น 2 ตอน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาผลของมุมสอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั้นแนวตั้ง และอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเมมต่อการติดขัดภายใต้การสั้นแนวตั้ง ขั้นตอนการทดลองในตอนนี้มีดังนี้

1.1 ปรับขนาดมุมสอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ให้มีค่าเท่ากับ 10 องศา กับแนวแกนนอน และ 2 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเมมตามลำดับ

1.2 ทำการจัดเรียงวัสดุเมมจำนวน 350 อนุภาคลงในสอปเปอร์ให้อยู่ในสภาวะเริ่มต้นก่อนการทดลอง

1.3 ปล่อยให้วัสดุเมมตกอย่างอิสระนาน 10 นาที พร้อมพร้อมบันทึกภาพวิดีโอ ทดลองซ้ำ 10 ครั้ง

1.4 ทำซ้ำข้อ 1-2 แต่ปรับค่าความเร่งไร้มิติในการสั้นแนวตั้งเท่ากับ  $0.011g$  แล้วเริ่มทำการสั้นระบบในแนวตั้งนาน 10 นาที พร้อมบันทึกภาพวิดีโอ ทดลองซ้ำ 10 ครั้ง

1.5 ทำซ้ำข้อ 1-4 แต่เปลี่ยนมุมฮอปเปอร์ให้มีค่าเท่ากับ 20, 30, 40, และ 50 องศา กับแนวแกนนอน ทดลองซ้ำมุมละ 10 ครั้ง

1.6 ทำซ้ำข้อ 1-5 แต่เปลี่ยนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ให้มีค่าเท่ากับ 3, 4, 5, และ 6 เท่า ของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ทดลองซ้ำช่องปล่อยละ 10 ครั้ง

1.7 ทำซ้ำข้อ 1-6 แต่เปลี่ยนค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเป็น 0.049g, 0.110g, 0.197g, และ 0.307g ทดลองซ้ำมุมละ 10 ครั้ง

**ตอนที่ 2 การศึกษาผลของจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดต่อการติดขัดภายใต้การสั่นแนวตั้ง**  
ขั้นตอนการทดลองในตอนนี้มีดังนี้

2.1 ปรับขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ให้มีค่าเท่ากับ 10 องศา กับแนวแกนนอน และ 3 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดตามลำดับ

2.2 ทำการจัดเรียงวัสดุเม็ดจำนวน 500 อนุภาคลงในฮอปเปอร์ให้อยู่ในสภาวะเริ่มต้น ก่อนการทดลอง

2.3 ทำซ้ำข้อ 1-2 แต่เปลี่ยนมุมฮอปเปอร์ให้มีค่าเท่ากับ 20, 30, 40, และ 50 องศา กับแนวแกนนอน ทดลองซ้ำมุมละ 10 ครั้ง

2.4 ทำซ้ำข้อ 1-3 แต่เปลี่ยนค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเป็น 0.049g, 0.110g, 0.197g, และ 0.307g ทดลองซ้ำมุมละ 10 ครั้ง

7. บันทึกผลการทดลอง โดยนำภาพจากวิดีโอที่บันทึก มานับจำนวนครั้งที่เกิดการติดขัด จำนวนอนุภาควัสดุเม็ดไหลออกมา และเวลาสุดท้ายที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตันหรือเกิดการไหลออกหมด

8. วิเคราะห์ผลการทดลอง ในการวิจัยนี้ได้ศึกษาผลของ 4 ตัวแปร ได้แก่ 1) มุมฮอปเปอร์ 2) ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง 3) อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด และ 4) จำนวนอนุภาควัสดุเม็ด ในการวิเคราะห์ผลการทดลองจะศึกษาในหัวข้อต่าง ๆ ดังนี้

8.1 ความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability,  $J(d)$ ) คืออัตราส่วนจำนวนครั้งการทดลองที่เกิดการอุดตันต่อจำนวนครั้งการทดลองในแต่ละเงื่อนไข โดยค่าของความน่าจะเป็นของการติดขัดจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 และมีความหมายดังนี้ 0 หมายถึง ไม่มีการอุดตันเกิดขึ้นทุกการทดลองเมื่อปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์หรือวัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้หมด และ 1 หมายถึง เกิดการอุดตันทุกการทดลองเมื่อปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออก

8.2 อัตราส่วนการติดขัด (Jamming ratio) เนื่องจากความน่าจะเป็นของการติดขัดสามารถไม่สามารถอธิบายการติดขัดที่เกิดขึ้นในการสั่นวัสดุเม็ดจนวัสดุเม็ดไหลออกหมดหรืออุด

ต้นได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นิยามอัตราส่วนการติดขัดขึ้นมาว่า คือ อัตราส่วนจำนวนครั้งที่เกิดการติดขัดในการสั่นหนึ่งครั้งต่อจำนวนการสั่นทั้งหมดที่เกิดขึ้นในการสั่นหนึ่งครั้งจนวัสดุเม็ดไหลออกหมด โดยค่าของอัตราส่วนการติดขัดจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 และมีความหมายดังนี้ 0 หมายถึง ไม่มีการติดขัดเกิดขึ้นเลยในทุกรอบการสั่นแต่ละครั้ง และ 1 หมายถึง เกิดการติดขัดทุกครั้งในรอบการสั่นแต่ละครั้ง

### 8.3 เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน (Clogging time)

เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน คือ เวลาสุดท้ายที่วัสดุเม็ดไม่เกิดการไหลออกจากฮอปเปอร์

### 8.4 เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด (Hopper emptying time)

เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด ในกรณีที่วัสดุเม็ดเกิดการไหลออกจากฮอปเปอร์หมด จะใช้เวลาที่อนุภาควัสดุเม็ดอันสุดท้ายไหลออกจากหมดฮอปเปอร์ ส่วนกรณีที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะใช้เป็น 600 วินาที

8.5 อัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate or Flux) คือน้ำหนักของวัสดุเม็ดที่ไหลออกมากต่อเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด

### 8.6 ลักษณะการจัดเรียงตัวของวัสดุเม็ดเมื่อเกิดการอุดตัน

ผู้วิจัยจะสังเกตรูปแบบการจัดเรียงตัวของวัสดุเม็ด จำนวนอนุภาค พร้อมหาความสัมพันธ์ของรูปแบบที่เกิดกับตัวแปรต่างๆ เช่น ขนาดช่องเปิดฮอปเปอร์ มุมฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง จำนวนวัสดุเม็ดที่คั่งค้างในฮอปเปอร์ และเวลาที่ผ่านไป เป็นต้น

นอกจากนี้ทำการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความน่าจะเป็นของการติดขัด อัตราส่วนการติดขัดเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด และอัตราการไหลเชิงมวล

## 9. สรุปผลการทดลอง

### 10. เขียนรายงานวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์และเผยแพร่บทความ

สำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยเรื่องผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้งทั้งหมดสามารถเขียนสรุปเป็นแผนผังขั้นตอนการดำเนินการวิจัยแสดงได้ดังภาพที่ 3.2



ภาพที่ 3.2 แผนผังขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติ ภายใต้การสั่นแนวตั้ง วัสดุเม็ดที่ใช้เป็นวัสดุชนิดเดียว ทำจากไม้เนื้อแข็งและมีน้ำหนักเบาคือไม้ อินทนิล มีความหนาแน่นเท่ากับ 0.414 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร รูปทรงกระบอก ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของไม้เท่ากับ 10 มิลลิเมตร แต่ละชั้นมีความยาวเท่ากับ  $60 \pm 0.5$  มิลลิเมตร ผิวแห้งและเรียบ นำมาจัดเรียงแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมฮอปเปอร์ 5 ค่า คือ 10, 20, 30, 40, และ 50 องศา กับแนวแกนนอน ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด 5 ค่า คือ 2, 3, 4, 5, และ 6 เท่า แล้วปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตกอิสระ จากนั้นทำการสั่นแนวตั้งทั้งระบบด้วยความเร่งไร้มิติจำนวน 5 ค่า คือ 0.011g, 0.049g, 0.110g, 0.197 และ 0.307g โดยได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่หนึ่งทำการทดลองโดยใช้วัสดุเม็ดจำนวน 350 อนุภาค พิจารณาอิทธิพลของตัวแปร 3 ตัว คือ มุมฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และ อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ผลการวิจัยได้จำแนกพิจารณาเป็น 6 หัวข้อ ได้แก่ 1) ความน่าจะเป็นของการติดขัด 2) อัตราส่วนการติดขัด 3) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด 4) อัตราการไหลเชิงมวล 5) เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน และ 6) ลักษณะการจัดเรียงตัวของวัสดุเม็ดเมื่อเกิดการอุดตัน ต่อมาในตอนที่สอง ได้ทำการเปรียบเทียบอิทธิพลด้านจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดในหัวข้อดังนี้ 1) ความน่าจะเป็นของการติดขัด 2) อัตราส่วนการติดขัด 3) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด และ 4) อัตราการไหลเชิงมวล ซึ่งทดลองโดยใช้วัสดุเม็ดจำนวน 300 และ 500 อนุภาค ทั้งนี้การทดลองในแต่ละเงื่อนไขจะทดลองซ้ำ 10 ครั้งเพื่อหาค่าเฉลี่ยและความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ผลการทดลองจะแสดงในรูปแบบกราฟความสัมพันธ์ต่าง ๆ และภาพแสดงการขัดตัวกันของอนุภาค โดยมีรายละเอียดทั้งหมดดังต่อไปนี้

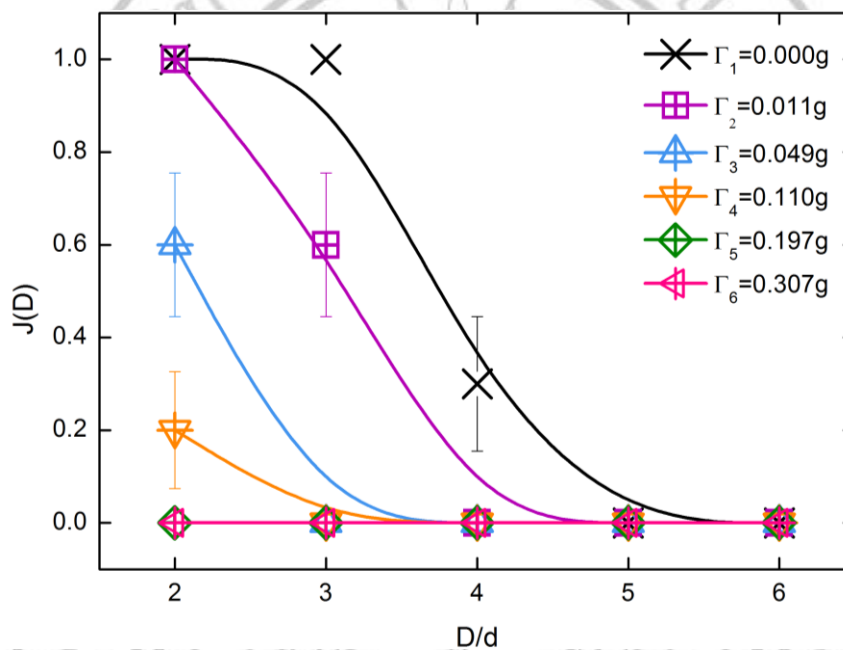
**ตอนที่ 1 ผลการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดต่อการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้ง**

ในการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้ง ผู้วิจัยได้ทำการทดลองโดยนำวัสดุเม็ด

จำนวน 350 อนุภาคจัดเรียงแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ 2 - 6 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด และมีขนาดมุมฮอปเปอร์ 10 - 50 องศา กับแนวแกนนอน แล้วปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระและสั้นในแนวตั้งทั้งระบบ ผลการศึกษาในหัวข้อต่าง ๆ มีดังนี้

#### ความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability, $J(d)$ )

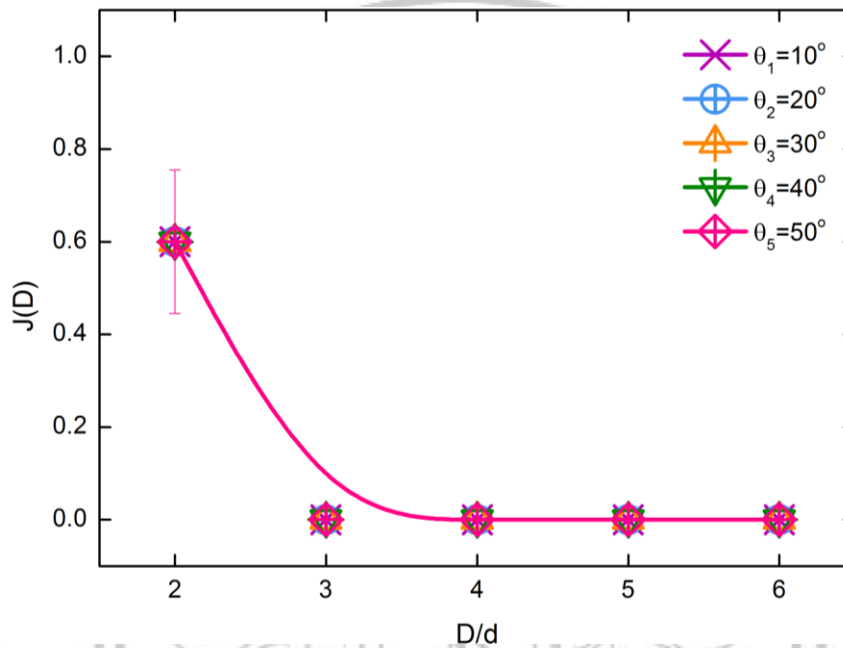
ในการศึกษาที่ผ่านมาส่วนใหญ่ได้พิจารณาผลของการติดขัดในหัวข้อความน่าจะเป็นของการติดขัด ซึ่งหาได้จากอัตราส่วนของจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดการติดขัดต่อจำนวนเหตุการณ์ที่ทำการทดลองทั้งหมด ผลการศึกษาในงานวิจัยนี้แสดงผลได้ดังภาพที่ 4.1 - 4.3



ภาพที่ 4.1 ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา

จากภาพที่ 4.1 แสดงความน่าจะเป็นของการติดขัด เมื่อมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา กำหนดให้แกนนอนเป็นอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ส่วนแนวตั้งเป็นความน่าจะเป็นของการติดขัด พบว่าการสั้นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติมีผลทำให้ความน่าจะเป็นของการติดขัดน้อยกว่าการปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ โดยยิ่งความเร่งไร้มิติในการสั้นยิ่งมากค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดจะยิ่งลดลงในทุกอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด และหากความเร่งไร้มิติในการสั้นมีค่ามากพอ ในที่สุดค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดจะมีค่าเข้าสู่ศูนย์ ซึ่งก็คือไม่มีการติดขัดเกิดขึ้นเลยทุกครั้ง

เมื่อพิจารณาอัตราส่วนขนาดช่องปล่อย ฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดรวมด้วย พบว่ายิ่งขนาดช่องเปิดกว้าง ความน่าจะเป็นของการติดขัดจะยิ่งลดลงเช่นกัน อย่างไรก็ตาม การติดขัดจะไม่เกิดขึ้นเลยเมื่อขนาดช่องเปิดฮอปเปอร์เป็น 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ วัสดุเม็ด

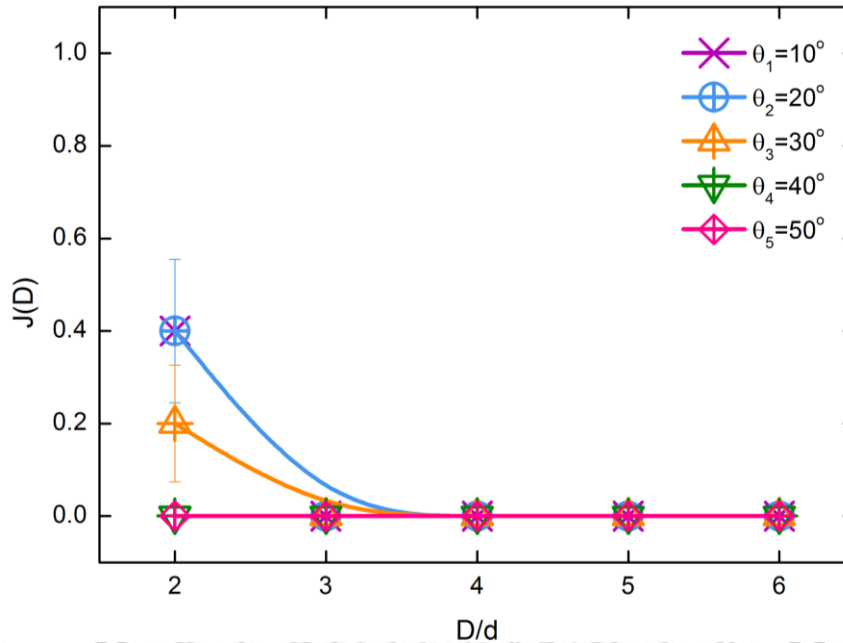


ภาพที่ 4.2 ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g

ต่อมาพิจารณาปัจจัยด้านมุมฮอปเปอร์จากภาพที่ 4.2 แสดงความน่าจะเป็นของการติดขัด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g กำหนดให้แกนนอนเป็นอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ส่วนแนวตั้งเป็นความน่าจะเป็นของการติดขัด พบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระและสั่นด้วยความเร่งไร้มิติในแนวตั้ง ทั้ง 5 ค่า พบว่าความน่าจะเป็นของการติดขัดมีค่าเท่ากันทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ อย่างไรก็ตามยังพบว่าเมื่อสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g ดังภาพที่ 4.3 แสดงให้เห็นว่าที่อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2 เมื่อมุมฮอปเปอร์มีขนาดเป็น 10 และ 20 องศา กับแนวแกนนอน ความน่าจะเป็นของการติดขัดมีค่าสูงที่สุด คือ 0.4 เมื่อมุมฮอปเปอร์เป็น 30 องศา ความน่าจะเป็นของการติดขัดมีค่าลดลง คือ 0.2 และเมื่อมุมฮอปเปอร์เป็น 40 และ 50 องศา ความน่าจะเป็นของการติดขัดมีค่าลดลงจนเป็นศูนย์ ส่วนที่อัตราส่วนขนาดช่องปล่อย



สอบเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดอื่น ๆ ความน่าจะเป็นของการติดขัดมีค่าเท่ากัน  
ทุกขนาดมุมสอบเปอร์

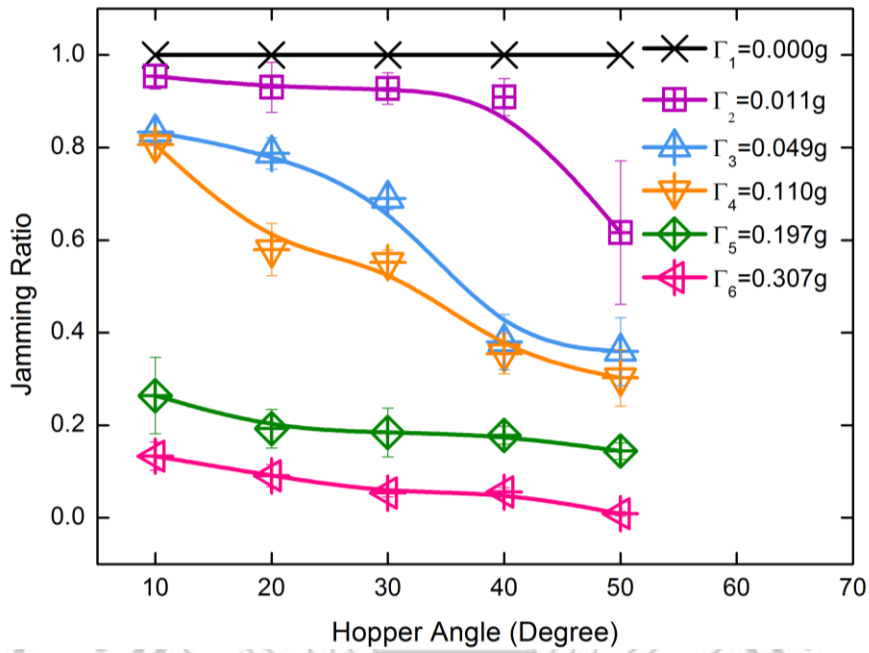


ภาพที่ 4.3 ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอบเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่าน  
ศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g

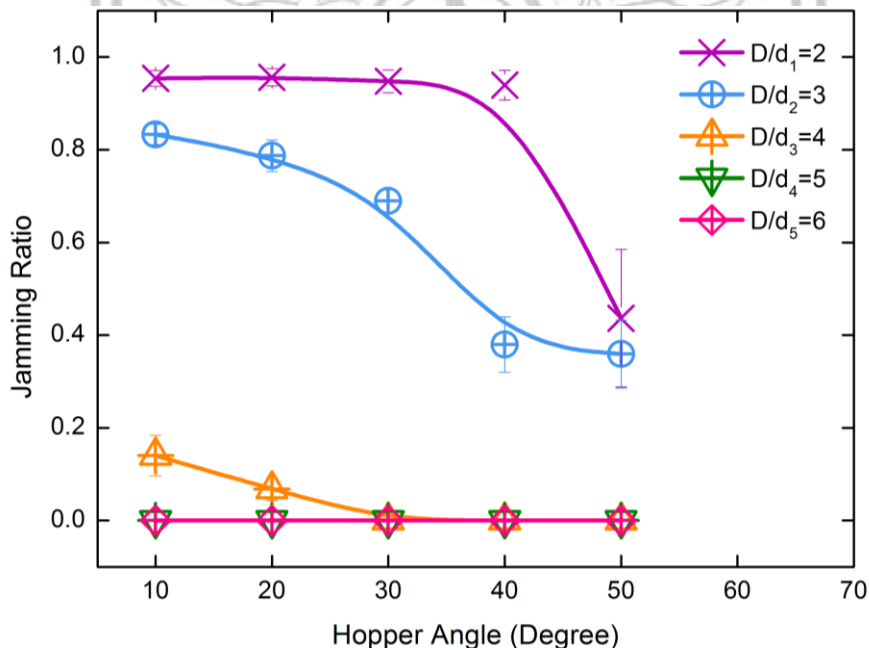
#### อัตราส่วนการติดขัด (Jamming ratio)

สืบเนื่องจากการศึกษาที่ผ่านมาได้อธิบายการติดขัดในรูปของความน่าจะเป็นของ  
การติดขัด ซึ่งไม่สามารถอธิบายการติดขัดที่เกิดขึ้นในการสั่นขึ้น-ลงแต่ละครั้งได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้  
นิยามอัตราส่วนการติดขัดขึ้นมาว่า อัตราส่วนการติดขัด คือ จำนวนรอบการสั่นที่เกิดการติดขัด  
ต่อจำนวนรอบการสั่นทั้งหมดจนวัสดุเม็ดไหลออกหมด ซึ่งเป็นปริมาณที่สามารถอธิบายการติดขัด  
ได้ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพได้ ผลการศึกษาดังนี้

จากภาพที่ 4.4 แสดงอัตราส่วนการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอบเปอร์ต่อ  
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 กำหนดให้แกนนอนเป็นมุมสอบเปอร์ ส่วนแนวตั้ง  
เป็นความน่าจะเป็นของการติดขัด พบว่าเมื่อไม่มีการสั่นระบบในแนวตั้ง อัตราส่วนการติดขัดจะมี  
ค่าประมาณ 1 ทุกขนาดมุมสอบเปอร์ แต่เมื่อยิ่งเพิ่มขนาดมุมสอบเปอร์และความเร่งไร้มิติในการสั่น  
แนวตั้งแล้ว อัตราส่วนการติดขัดจะยังมีค่าลดลง และมีค่าเข้าใกล้ศูนย์เมื่อมุมสอบเปอร์มีขนาดมาก  
ที่สุดคือ 50 องศา และใช้ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมากที่สุด คือ 0.307g

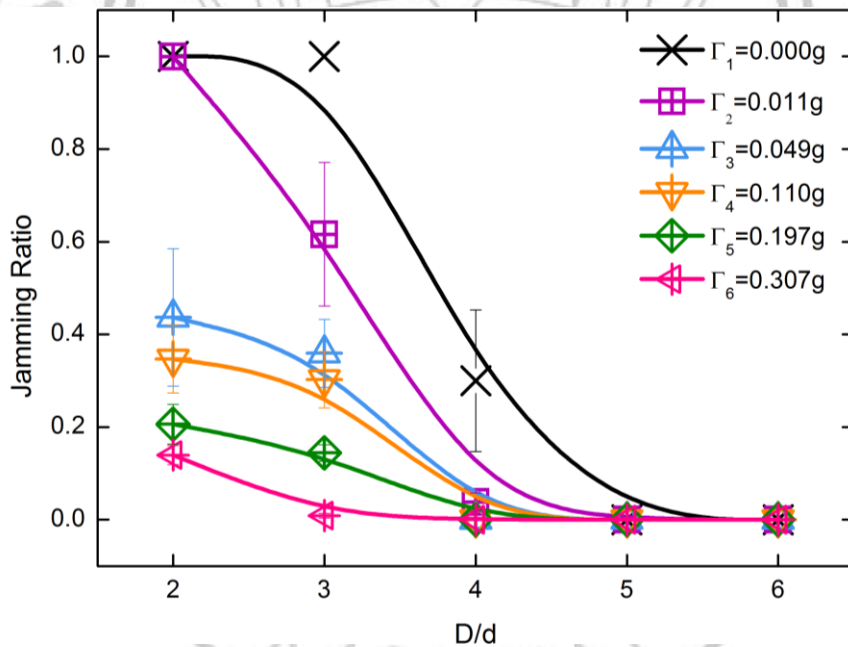


ภาพที่ 4.4 อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3

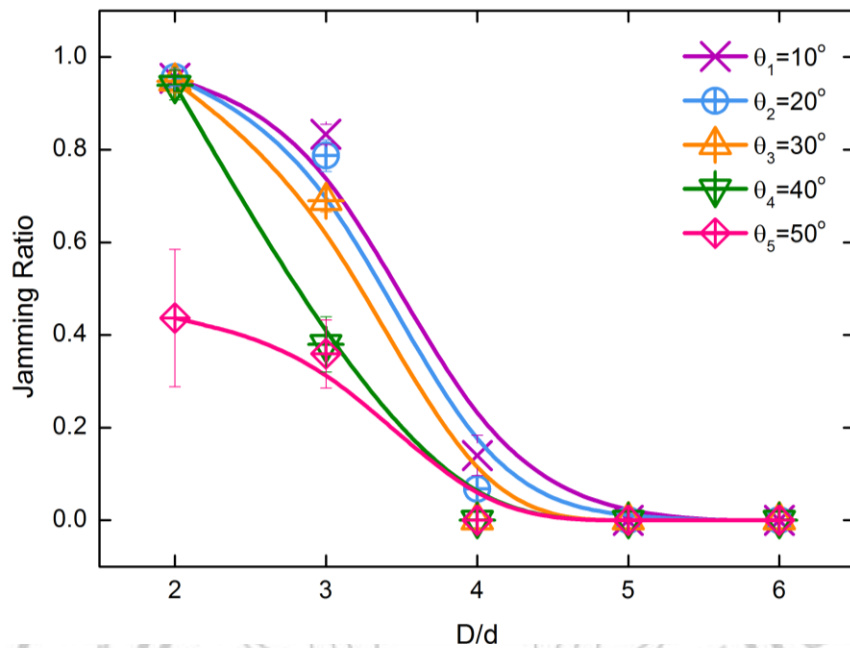


ภาพที่ 4.5 อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้ง ด้วยความเร่งไรร่วมเท่ากับ 0.049g

ต่อมาพิจารณาปัจจัยด้านอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดจากภาพที่ 4.5 แสดงอัตราส่วนการติดขัด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งเป็นความน่าจะเป็นของการติดขัด พบว่าเมื่อช่องเปิดฮอปเปอร์แคบ คือ 2 และ 3 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด และมุมฮอปเปอร์มีค่าน้อย คือ 10, 20, และ 30 องศา กับแนวแกนนอน อัตราส่วนการติดขัดจะมีค่ามาก คือ ประมาณ 0.7 - 1 จากนั้นเมื่อขนาดมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้นเป็น 40 และ 50 องศา มีผลทำให้อัตราส่วนการติดขัดลดลงจนมีค่าประมาณ 0.4 ต่อมาเมื่อช่องเปิดฮอปเปอร์เป็น 4 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด เมื่อมุมฮอปเปอร์มีขนาด 10 และ 20 องศา อัตราส่วนการติดขัดมีค่าประมาณ 0.15 และ 0.1 ตามลำดับ และเมื่อมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้นตั้งแต่ 30 องศา เป็นต้นไป รวมทั้งเมื่อช่องเปิดฮอปเปอร์กว้าง 5 และ 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ อัตราส่วนการติดขัดมีค่าประมาณศูนย์ คือแทบไม่มีการติดขัดเกิดขึ้นในรอบการสั่นหรือไม่มีการติดขัดเกิดขึ้นเลยในรอบการสั่น



ภาพที่ 4.6 อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา

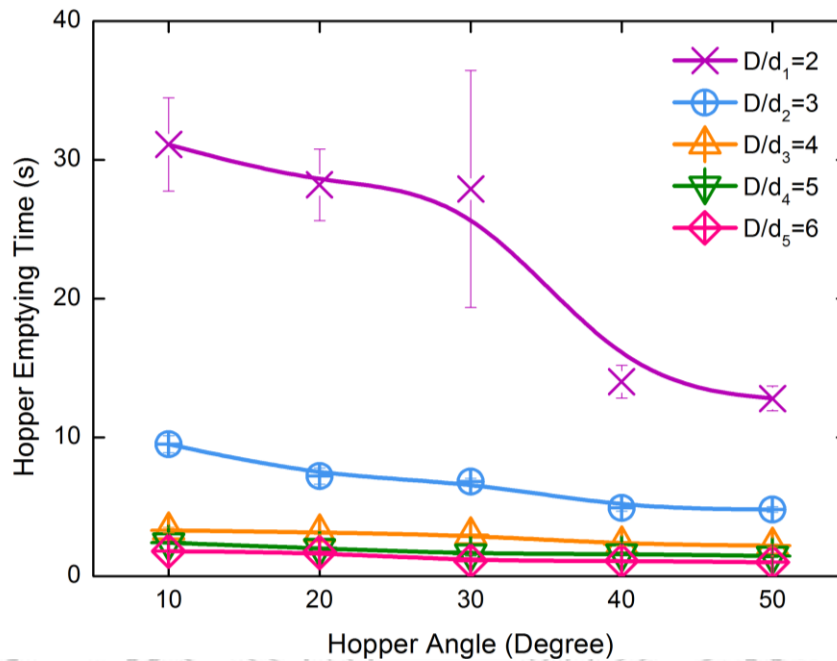


ภาพที่ 4.7 อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g

เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมฮอปเปอร์มีหลายขนาด และทำการสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติหลายค่า ดังแสดงในภาพที่ 4.6 และ 4.7 พบว่าเส้นแนวโน้มของกราฟมีลักษณะคล้ายกันคือ เป็นรูปตัวเอส หรือซิกมอยด์ เคิร์ฟ (Sigmoid curve) กล่าวคือ อัตราส่วนการติดขัดจะมีค่าเข้าใกล้หนึ่งเมื่อช่องเปิดแคบ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งน้อย หรือ มุมฮอปเปอร์มีขนาดน้อย เมื่อเพิ่มค่าตัวแปรต่างๆ อัตราส่วนการติดขัดจะลดลงอย่างรวดเร็ว และเข้าใกล้ศูนย์เมื่อตัวแปรทั้ง 3 ค่ามาก

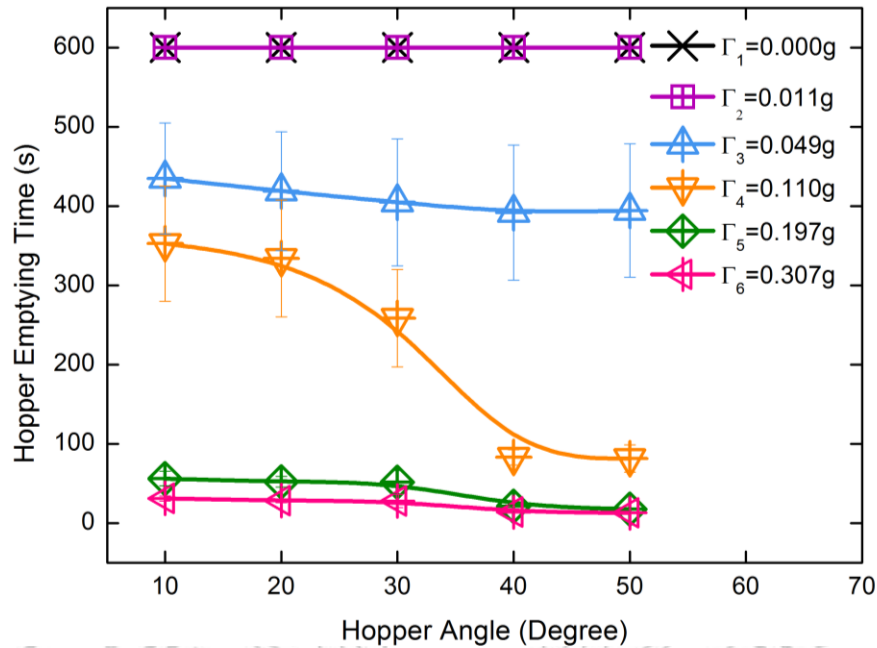
#### เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด (Hopper emptying time)

หนึ่งในสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมที่ต้องพิจารณา คือ เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมด ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการศึกษาในหัวข้อนี้ โดยเวลาในที่นี้เป็นเวลานับตั้งแต่เปิดช่องปล่อยปล่อยฮอปเปอร์ให้วัสดุเม็ดไหลออกจนกระทั่งวัสดุเม็ดอนุภาคสุดท้ายออกมาจากปากฮอปเปอร์ โดยกำหนดให้เวลาสูงสุดที่ทำการสังเกตคือ 600 วินาที หากยังมีวัสดุเม็ดเหลือค้างในฮอปเปอร์ จะบันทึกเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดเป็น 600 วินาที แสดงผลได้ดังนี้



ภาพที่ 4.8 เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้ง ด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g

จากภาพที่ 4.8 แสดงเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งเป็นเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออก พบว่าเมื่อให้ช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดเป็น 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดจะใช้เวลาในการไหลออกหมดมากที่สุด อยู่ในช่วง 12 – 32 วินาที รองลงมาคือเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดเป็น 3, 4, 5, และ 6 เท่า ตามลำดับ ทั้งนี้เมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดเป็น 4, 5, และ 6 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดนั้น เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดจะน้อยมากและใกล้เคียงกันคืออยู่ในช่วง 0-4 วินาที อีกทั้งภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยค่าความเร่งไร้มิติเท่ากันแล้ว เมื่อมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ดจะลดลงตาม โดยขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ที่การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์มีผลช่วยลดเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดมากที่สุดคือเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดแคบที่สุดคือเป็น 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด และยิ่งขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์กว้าง มุมฮอปเปอร์กลับยังมีผลช่วยลดเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดน้อยลง

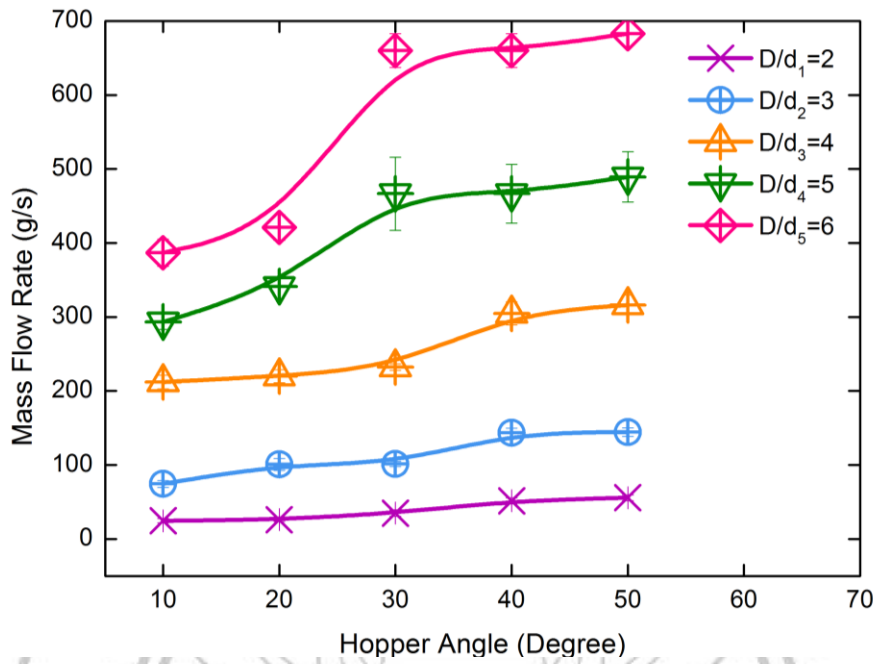


ภาพที่ 4.9 เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อย  
ฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2

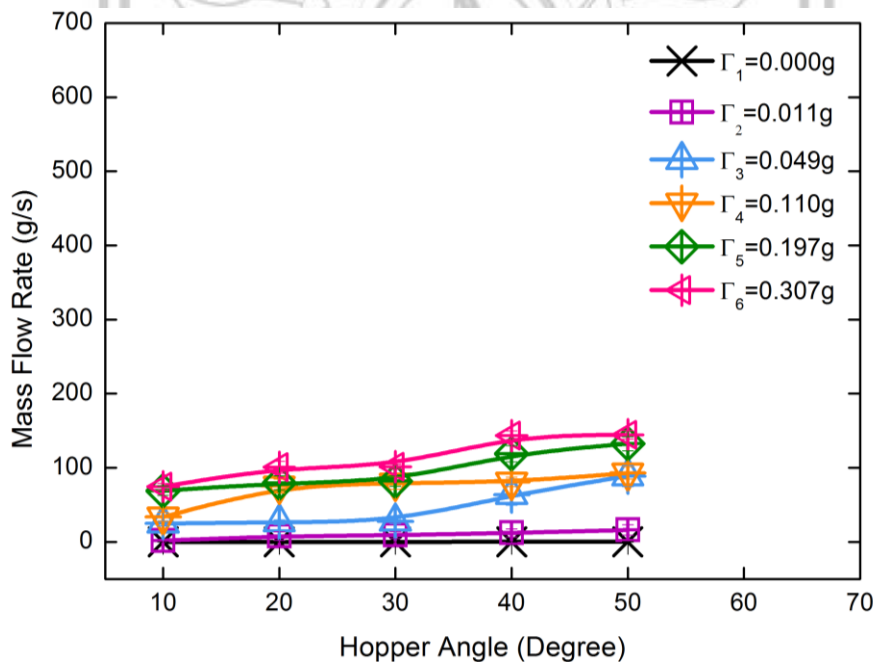
ต่อมาจากภาพที่ 4.9 แสดงเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อย ฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2 กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งเป็นเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออก พบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระหรือไม่มีการสั่นนั้น เวลาที่วัสดุเม็ดในการไหลออกหมดจะมากที่สุดทุกขนาดมุมฮอปเปอร์คือใช้เวลา 600 วินาที เมื่อยังเพิ่มความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง เวลาที่วัสดุเม็ดในการไหลออกหมดก็ยิ่งลดลง โดยที่ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเดียวกัน ยิ่งมุมฮอปเปอร์มีค่ามาก เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดยิ่งลดลง ในที่นี้ที่ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเท่ากับ 0.309g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา กับแกนนอน จึงใช้เวลาในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ดน้อยที่สุด นอกจากนี้ยังสังเกตได้ว่าเมื่อไม่มีการสั่นหรือสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิตีค่าปานกลาง การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์สามารถช่วยทำให้เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดลดลงได้อย่างชัดเจนที่สุด

#### อัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate)

นอกเหนือจากเวลาแล้ว อัตราการไหลเชิงมวลก็เป็นหัวข้อที่สำคัญมากในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม เนื่องจากต้องควบคุมให้มีอัตราการไหลที่เหมาะสม ซึ่งอัตราการไหลเชิงมวลนั้นคำนวณได้จากอัตราส่วนของมวลวัสดุเม็ดที่ตกลงต่อเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด ผลการศึกษามีดังนี้



ภาพที่ 4.10 อัตราการไหลเชิงมวลและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้ง ด้วยความเร่งไรมิตีเท่ากับ 0.307g



ภาพที่ 4.11 อัตราการไหลเชิงมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3

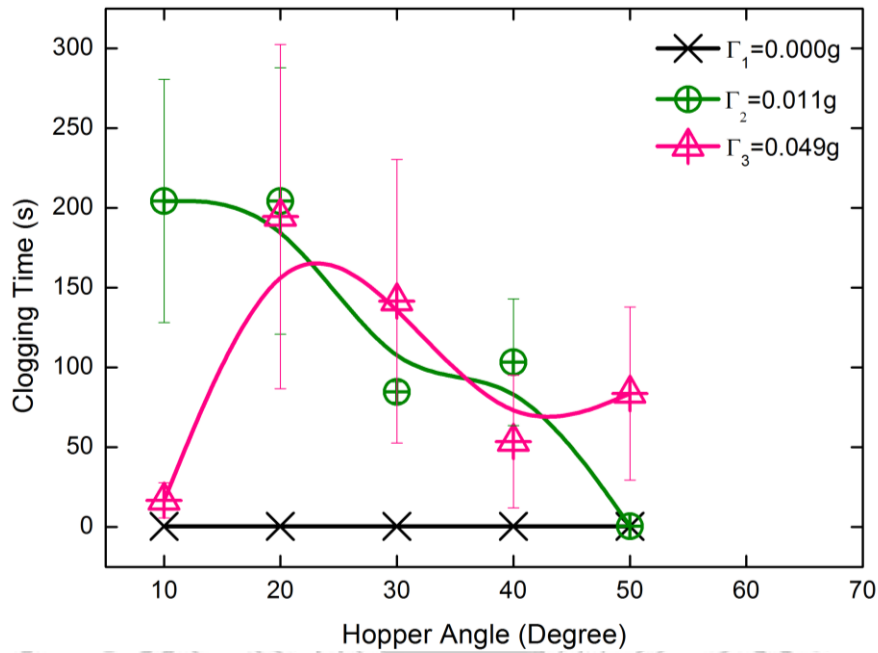
จากภาพที่ 4.10 กราฟอัตราการไหลเชิงมวลภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่ง ไร้มิติเท่ากับ 0.307g กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งคืออัตราการไหลเชิงมวล พบว่าเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดเป็น 2 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด อัตราการไหลเชิงมวลน้อยที่สุด เมื่อเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 3, 4, 5, และ 6 เท่าแล้วอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นตาม อีกทั้งการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์ทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นในทุก ๆ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ นอกจากนี้ยังสังเกตได้ว่ายิ่งขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์กว้าง การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์มีผลทำให้อัตราการไหลเชิงมวลมีการเพิ่มขึ้นมากตามด้วย

ต่อมาเมื่อพิจารณาอิทธิพลของความเร่ง ไร้มิติในการสั่นจากภาพที่ 4.11 กราฟอัตราการไหลเชิงมวลเมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งคืออัตราการไหลเชิงมวล พบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระ อัตราการไหลเชิงมวลมีค่าประมาณศูนย์ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ แต่เมื่อเพิ่มค่าความเร่ง ไร้มิติในการสั่นแนวตั้งแล้วอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้น และที่ความเร่ง ไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเดียวกันทั้ง 5 ค่า การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์นั้นทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นด้วย

#### เวลาที่เกิดการอุดตัน (Clogging Time)

จากการสังเกตการอุดตันที่เกิดขึ้นในงานวิจัยนี้พบว่าการอุดตันจะเกิดทุกครั้งเฉพาะในกรณีที่ขนาดช่องเปิดเท่ากับ 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดและภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่ง ไร้มิติไม่เกิน 0.049g ดังนั้นในที่นี้จะพิจารณาการอุดตันในกรณีที่กล่าวมาข้างต้นเท่านั้นดังแสดงในภาพที่ 4.13 ผลการทดลองพบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ หรือไม่มีการสั่น เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตันมีค่าใกล้เคียงศูนย์กล่าวคือ เมื่อปล่อยให้วัสดุไหลออกจากฮอปเปอร์ เกิดการอุดตันแทบทันทีทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ แต่เมื่อทำการสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่ง ไร้มิติน้อย ๆ คือ 0.011g และ 0.049g พบว่าเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตันมีค่ามากขึ้นทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ เมื่อพิจารณาผลของมุมฮอปเปอร์และความเร่ง ไร้มิติในการสั่นแนวตั้งแล้วพบว่าไม่ได้มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงหรือเห็นแนวโน้มที่ชัดเจน คือ ที่มุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา เมื่อสั่นด้วยความเร่ง ไร้มิติ 0.011g เวลาที่เกิดการอุดตันมีค่าประมาณ 20 วินาที แต่เมื่อสั่นด้วยความเร่ง ไร้มิติ 0.049g เวลาที่เกิดการอุดตันมีค่ามากที่สุดคือประมาณ 200 วินาที ต่อมาที่มุมฮอปเปอร์เท่ากับ 20, 30, และ 40 องศา เวลาที่เกิดการอุดตันใกล้เคียงกันแม้ใช้ความเร่ง ไร้มิติในการสั่นแนวตั้งต่างกัน และที่มุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา เวลาที่เกิดการอุดตันนั้นมีค่าใกล้เคียงศูนย์เช่นเดียวกับเมื่อไม่มีการสั่นระบบในแนวตั้ง

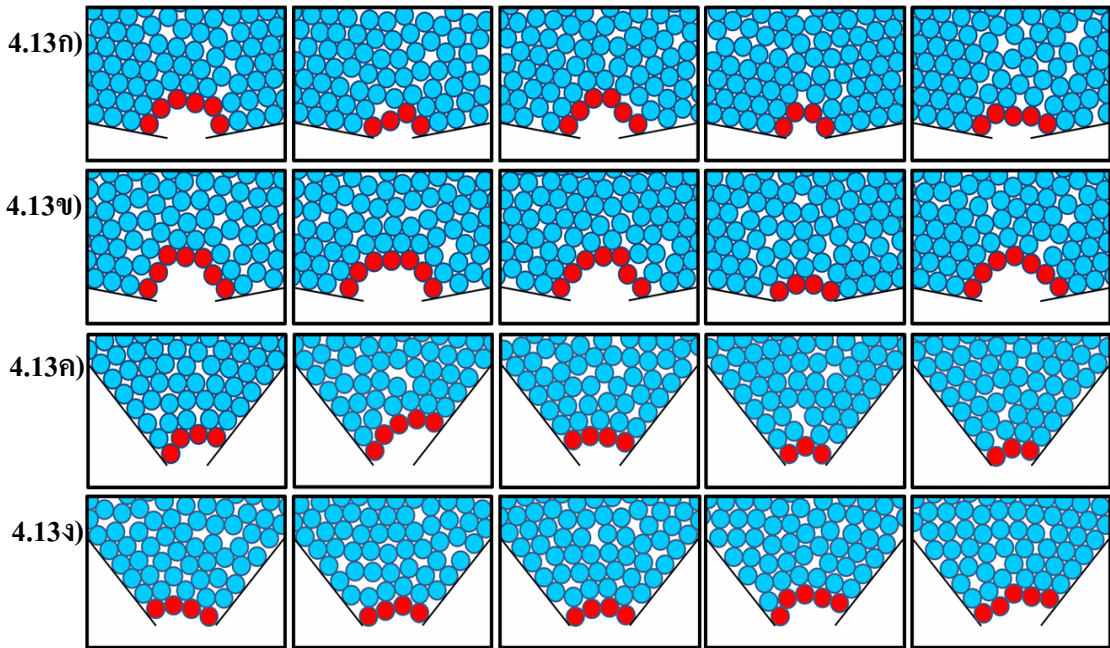




ภาพที่ 4.12 เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน เมื่อปล่อยวัสดุเม็ดตกอย่างอิสระและเมื่อสั่นระบบ ในแนวตั้งด้วยค่าความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และ 0.049g

#### ลักษณะการขัดตัวกันของวัสดุเม็ด

จากการสังเกตการไหลออกจากฮอปเปอร์ของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นสะเทือนแนวตั้ง พบว่าวัสดุเม็ดจะเกิดการติดขัดอย่างชัดเจนเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดเล็ก ดังนั้นในที่นี้ จึงพิจารณาลักษณะการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 2 และ 3 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด แล้วเปรียบเทียบเมื่อมุมฮอปเปอร์มีขนาดเท่ากับ 10 และ 50 องศา กับแนวนอนภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นปานกลาง เพื่อให้สังเกตความแตกต่างได้อย่างชัดเจนดังแสดงในภาพที่ 4.13 ผลการทดลองพบว่าในทุก ๆ การติดขัดที่เกิดขึ้นเกิดจากอนุภาคมีการจัดเรียงตัวแบบขัดตัวกันเป็นรูปโค้งคว่ำ โดยที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด จำนวนอนุภาคที่เรียงขัดตัวกันจะมีจำนวนมากกว่าและมีแนวการโค้งมากกว่าที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 3 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด ต่อมาเมื่อพิจารณาผลของมุมฮอปเปอร์พบว่าขนาดมุมฮอปเปอร์มีผลต่อลักษณะการขัดตัวกันอย่างชัดเจนเช่นกัน คือ ที่มุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา กับแนวนอน จำนวนอนุภาคอนุภาคที่เรียงขัดตัวกันจะมีจำนวนมากกว่าและมีแนวการโค้งน้อยกว่า นอกจากนี้ผู้วิจัยยังค้นพบว่าลักษณะการขัดตัวกันที่เกิดขึ้น ไม่พบความสัมพันธ์กับเวลาและปริมาณวัสดุเม็ดที่คั่งค้างส่วนมากเกิดแบบไม่สมมาตร ไม่มีรูปแบบที่แน่นอน และมีความแปรผันสูง



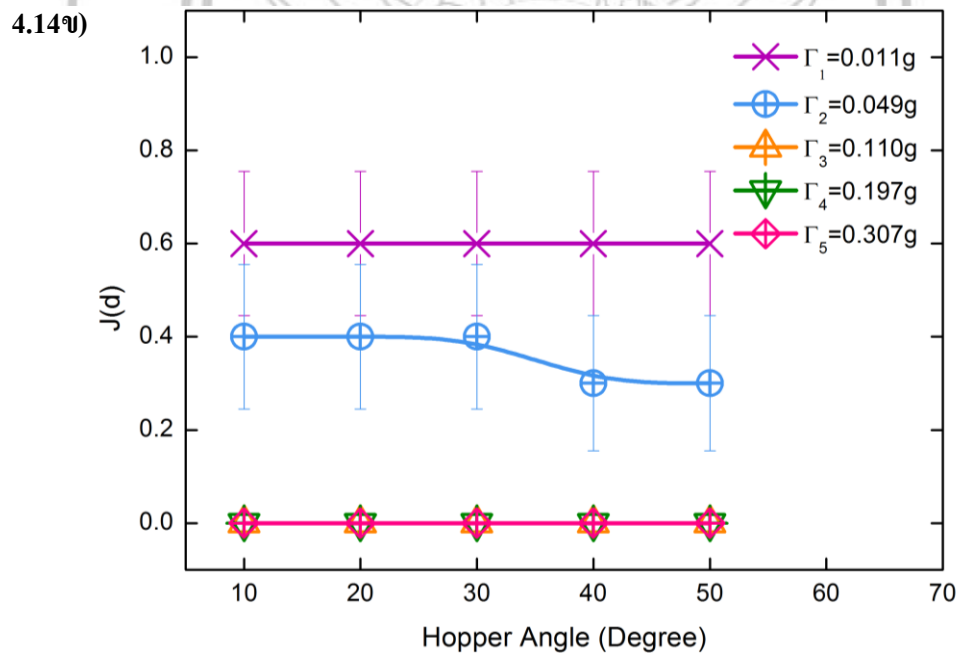
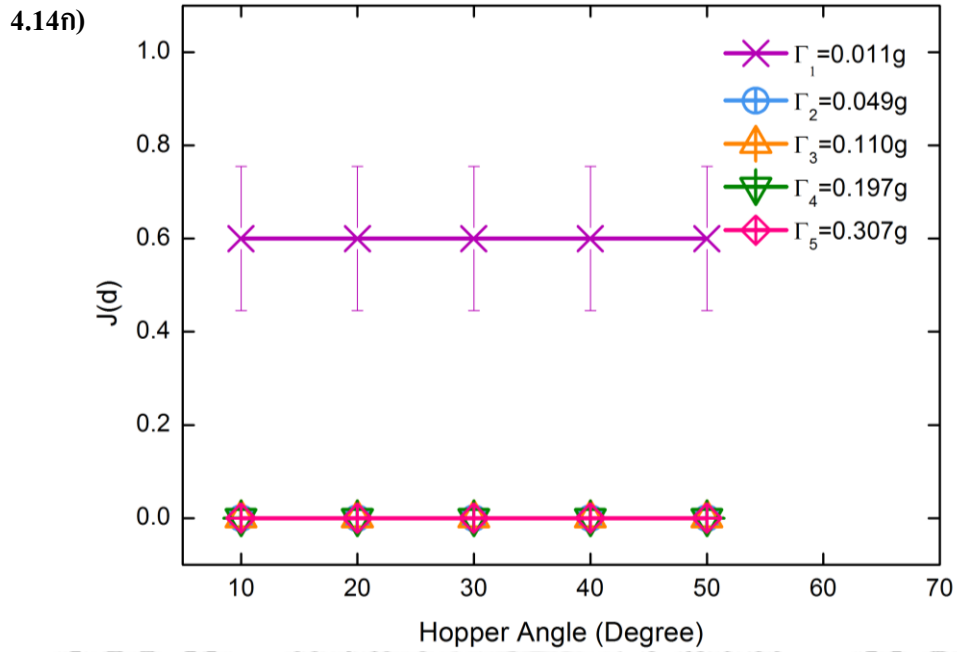
ภาพที่ 4.13 ลักษณะการจัดตัวกันของวัสดุเมด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้ง ด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g

- 4.13ก) ที่มุมขอบเปอร์ 10 องศา ช่องปล่อยขอบเปอร์เป็น 2 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเมด
- 4.13ข) ที่มุมขอบเปอร์ 10 องศา ช่องปล่อยขอบเปอร์เป็น 3 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเมด
- 4.13ค) ที่มุมขอบเปอร์ 50 องศา ช่องปล่อยขอบเปอร์เป็น 2 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเมด
- 4.13ง) ที่มุมขอบเปอร์ 50 องศา ช่องปล่อยขอบเปอร์เป็น 3 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเมด

## ตอนที่ 2 ผลการศึกษาผลของจำนวนอนุภาควัสดุเมดต่อการติดขัดภายใต้การสั่นแนวตั้ง

ในการศึกษาผลของจำนวนอนุภาควัสดุเมดต่อการติดขัดภายใต้การสั่นแนวตั้งทำการทดลองโดยนำอนุภาควัสดุเมดมาจัดเรียงลงในขอบเปอร์รูปสี่เหลี่ยมแบบสุ่ม แล้วทำการสั่นในแนวตั้งทั้งระบบโดยใช้จำนวนอนุภาควัสดุเมดเท่ากับ 350 และ 500 อนุภาคเพื่อใช้เปรียบเทียบผลการทดลอง ในที่นี้กำหนดให้อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยขอบเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเมดเท่ากับ 3 เท่านั้น เนื่องจากเมื่อสังเกตผลการทดลองในตอนหนึ่งพบว่า เมื่อขนาดช่องปล่อยขอบเปอร์เท่ากับ 3 จะเห็นการเปลี่ยนแปลงการติดขัดได้ดีที่สุด หากช่องเปิดมีขนาดเล็กกว่านี้ส่วนใหญ่จะเกิดการติดขัด แต่หากช่องเปิดมีขนาดใหญ่กว่านี้จะเกิดการไหลออกจากขอบเปอร์อย่างรวดเร็ว สังเกตการเปลี่ยนแปลงการติดขัดได้ยาก การทดลองจะใช้มุมขอบเปอร์ 5 ค่าในช่วง 10 - 50 องศาเช่นเดิม และใช้ความเร่งไร้มิติในการสั่นจำนวน 5 ค่า ในช่วง 0.011g - 0.307g เหมือนเดิม ผลการศึกษาในหัวข้อต่าง ๆ มีดังนี้

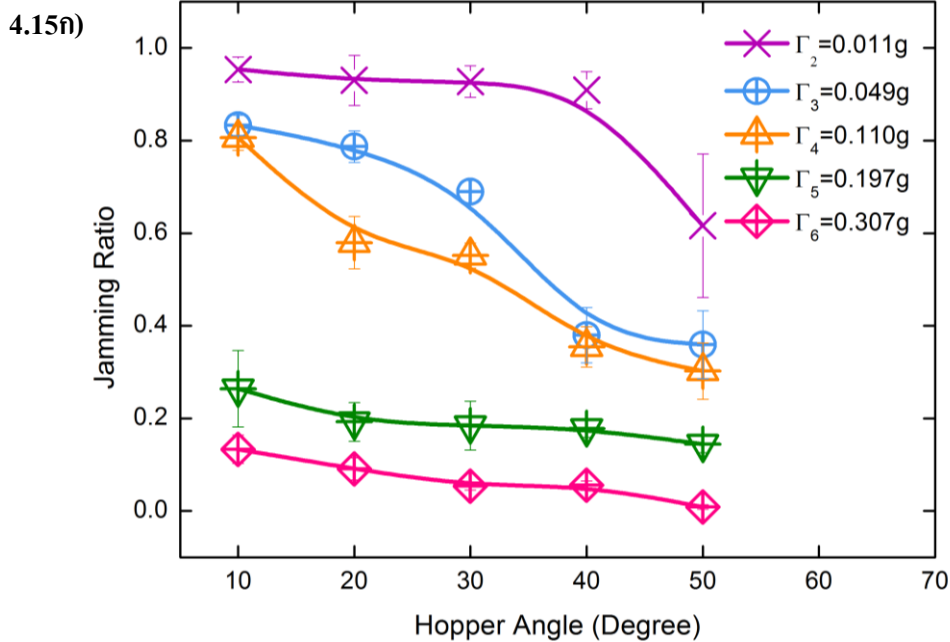
ความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability,  $J(d)$ )

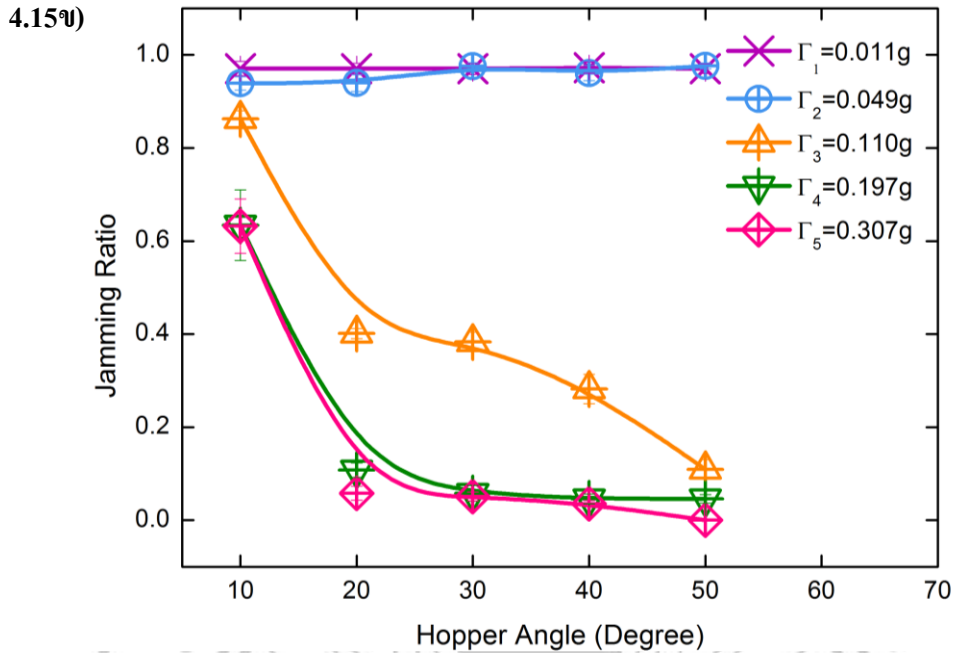


ภาพที่ 4.14 ความน่าจะเป็นของการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 **4.14ก)** เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350อนุภาค **4.14ข)** เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 500อนุภาค

จากภาพที่ 4.14ก) และ 4.14ข) แสดงความน่าจะเป็นของการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งคือความน่าจะเป็นของการติดขัดพบว่าเมื่อใช้จำนวนอนุภาควัสดุเม็ดต่างกัน ความน่าจะเป็นของการติดขัดที่เกิดขึ้นมีความแตกต่างกันเล็กน้อยดังนี้ เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g ได้ค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดเท่ากับ 0.6 ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ แต่เมื่อสั่นด้วยค่าความเร่งไร้มิติเพิ่มขึ้นตั้งแต่ 0.049g เป็นต้นไป ความน่าจะเป็นของการติดขัดจะมีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ คือ ไม่มีการติดขัดทุกครั้ง ที่ทำการทดลอง ส่วนเมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเพิ่มขึ้นเป็น 500 อนุภาค กราฟมีลักษณะเหมือนกับเมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค คือ เมื่อสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g ค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดเท่ากับ 0.6 ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ และเมื่อสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g เป็นต้นไป ค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดเท่ากับ 0 ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ซึ่งแสดงว่าไม่มีการติดขัดในทุกการทดลอง แต่ผลการทดลองแตกต่าง คือ เมื่อสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g ค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดประมาณ 0.4 เมื่อมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10, 20, และ 30 องศา กับแกนนอน และประมาณมีค่า 0.3 เมื่อ มุมฮอปเปอร์เท่ากับ 40 และ 50 องศา กับแกนนอน

**อัตราส่วนการติดขัด (Jamming ratio)**

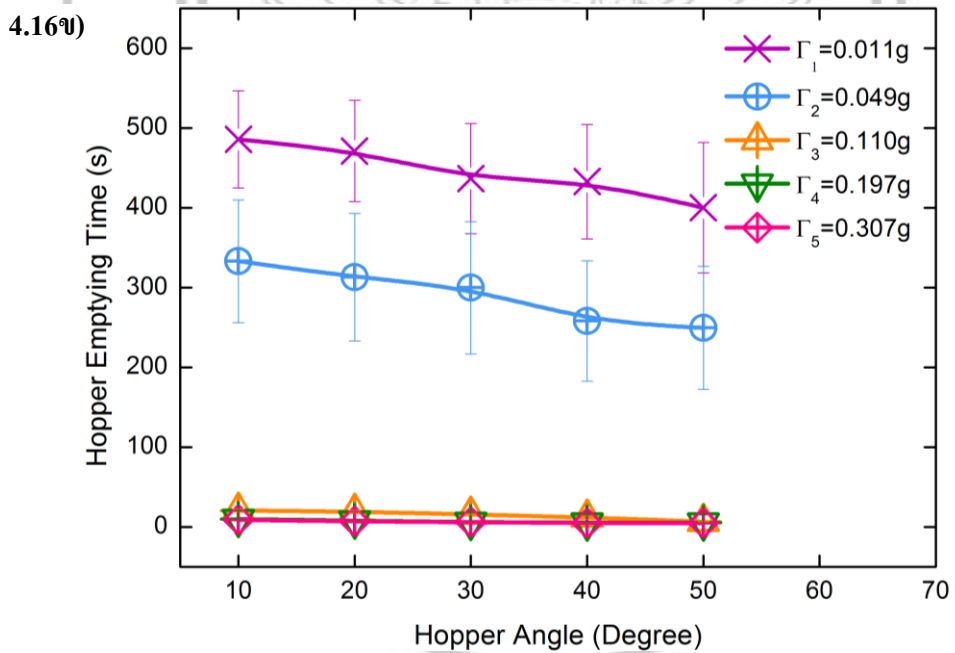
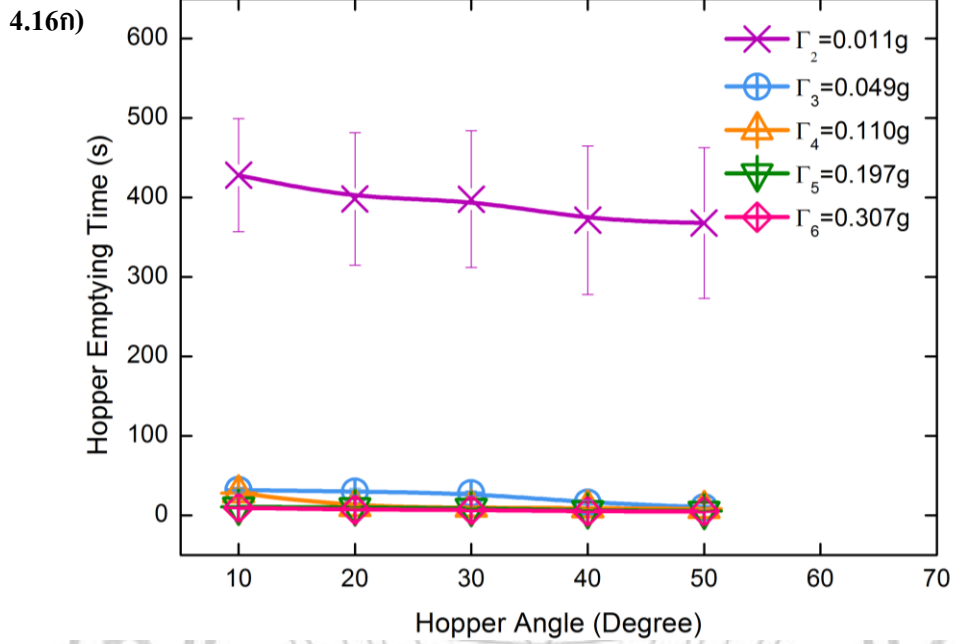




ภาพที่ 4.15 อัตราส่วนการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 4.15ก) เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค 4.15ข) เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 500 อนุภาค

จากภาพที่ 4.15ก) และ 4.15ข) แสดงอัตราส่วนการติดขัด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งคืออัตราส่วนการติดขัดพบว่า เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 และ 500 อนุภาค ลักษณะของกราฟคล้ายกัน คือ ขณะต้นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา แกนนอนอัตราส่วนการติดขัดจะมีค่ามากที่สุด เมื่อเพิ่มค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นและเพิ่มขนาดอัตราส่วนการติดขัดจะค่อย ๆ ลดลง จนในที่สุดอัตราส่วนการติดขัดมีค่าเข้าใกล้ศูนย์เมื่อใช้ความเร่งไร้มิติในการสั่นเท่ากับ 0.307g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา แกนนอน และสังเกตได้ว่าเมื่อความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และ 0.049g เมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 500 อนุภาคจะมีอัตราส่วนการติดขัดมากกว่าเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาค แต่เมื่อความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g - 0.307g เมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 500 อนุภาคจะมีอัตราส่วนการติดขัดน้อยกว่าเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาค

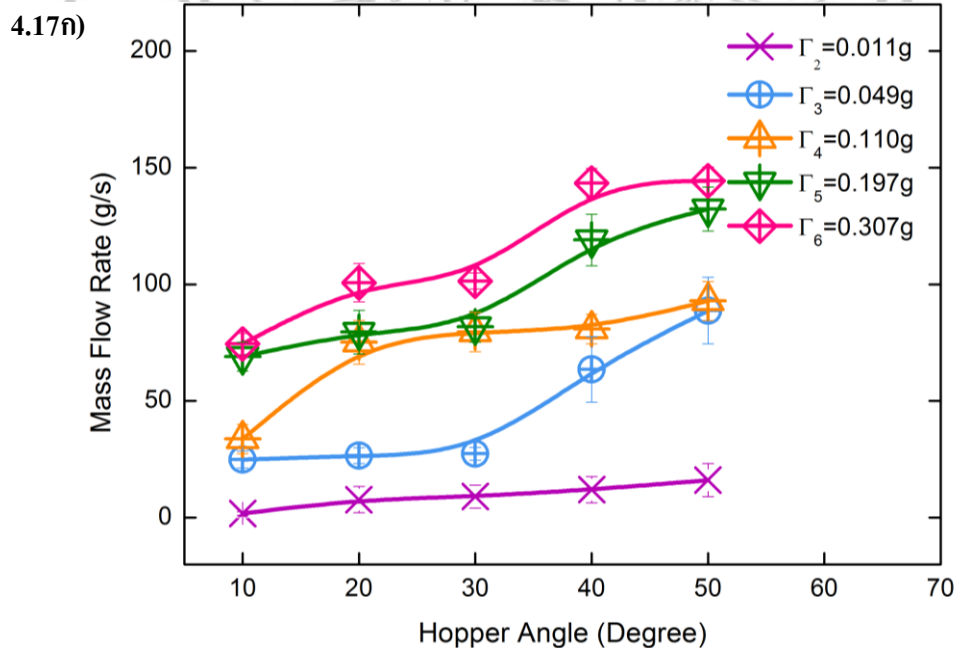
เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด (Hopper emptying time)

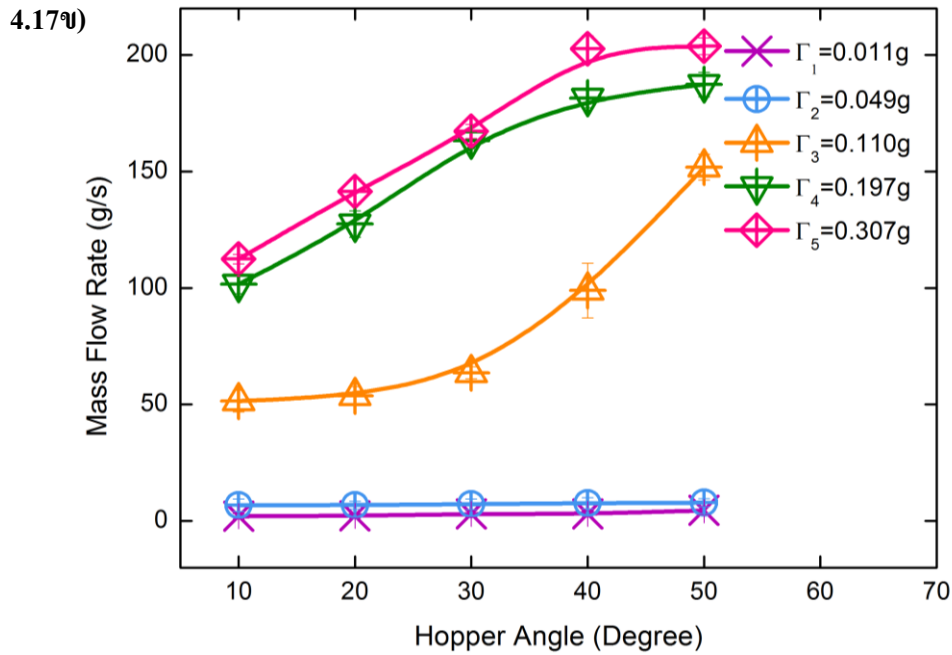


ภาพที่ 4.16 เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 4.16ก) เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค 4.16ข) เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 500 อนุภาค

จากภาพที่ 4.16ก) และ 4.16ข) แสดงเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งคือเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด พบว่าเมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 และ 500 อนุภาค ลักษณะของกราฟคล้ายกัน คือ ขณะสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา กับแนวแกนนอน เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะมีค่ามากที่สุด เมื่อเพิ่มค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นและเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์ เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะลดลง จนในที่สุดเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดมีค่าเข้าใกล้ศูนย์เมื่อใช้ความเร่งไร้มิติในการสั่นเท่ากับ 0.307g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา กับแนวแกนนอน อย่างไรก็ตามจะเห็นความแตกต่าง คือ เมื่อสั่นด้วยความเร่งไร้มิติในการสั่นน้อย ๆ คือ 0.011g เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดเมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 500 อนุภาค จะมากกว่าเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาคเล็กน้อย เมื่อความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเพิ่มขึ้นเป็น 0.049g เมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 500 อนุภาค เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะมากกว่าเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาคอย่างมาก แต่เมื่อความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g - 0.307g เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดใกล้เคียงกันทั้งเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 และ 500 อนุภาค

#### อัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate)





ภาพที่ 4.17 อัตราการไหลเชิงมวล เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 4.17ก) เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค 4.17ข) เมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 500 อนุภาค

จากภาพที่ 4.17ก) และ 4.17ข) แสดงอัตราการไหลเชิงมวล เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 กำหนดให้แกนนอนคือมุมฮอปเปอร์ ส่วนแนวตั้งคืออัตราการไหลเชิงมวล พบว่าเมื่อจำนวนวัสดุเม็ดเท่ากับ 350 และ 500 อนุภาค ลักษณะของกราฟคล้ายกัน คือ ขณะสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศาแกนนอน อัตราการไหลเชิงมวลจะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อเพิ่มค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นและเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์ อัตราการไหลเชิงมวลจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นและมากที่สุดเมื่อใช้ความเร่งไร้มิติในการสั่นเท่ากับ 0.307g และมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศาแกนนอน และสังเกตได้ว่าเมื่อความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g และ 0.049g เมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาค อัตราการไหลเชิงมวลจะมากกว่าเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาค แต่เมื่อความเร่งไร้มิติในการสั่นเท่ากับ 0.110g - 0.307g เมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 500 อนุภาคจะมีอัตราการไหลเชิงมวลมากกว่าเมื่อวัสดุเม็ดมีจำนวน 350 อนุภาค



## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง พบว่าความน่าจะเป็นของการติดขัด อัตราส่วนการติดขัด และเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะลดลง ทำให้อัตราการใช้พลังงานเพิ่มขึ้นเมื่อมุมฮอปเปอร์ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ และความเร่งไรมิตีในการสั่นแนวตั้งเพิ่มขึ้น โดยปัจจัยที่มีผลลดการติดขัดมากที่สุด คือ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมา คือ ความเร่งไรมิตีในการสั่นแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ส่งผลน้อยที่สุด ทั้งนี้กลไกที่ทำให้การสั่นช่วยในการไหลของวัสดุเม็ด คือ ลดโอกาสของการรวมตัวกันหรือการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดแล้วไปอุดกั้นการไหล และสลายอนุภาคที่เรียงขัดตัวกัน การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์นั้นช่วยให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและไถลดลง ค่าแรงเสียดทานลดลงแรงที่ทำให้วัสดุเม็ดเกิดการเคลื่อนที่กลิ้งและไถจึงมาก วัสดุเม็ดสามารถไหลออกจากฮอปเปอร์ได้ดีขึ้น และมีการติดขัดลดลงส่วนการเพิ่มจำนวนอนุภาควัสดุเม็ด หากปล่อยให้ตกอย่างอิสระหรือสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไรมิตีที่น้อย ๆ ยังมีผลทำให้การติดขัดของวัสดุเม็ดเพิ่มขึ้น แต่หากทำการสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไรมิตีที่มากพอกลับทำให้การติดขัดลดลง อาจเป็นเพราะแรงที่เป็นผลมาจากน้ำหนักของวัสดุเม็ดที่เพิ่มขึ้นประกบกับแรงจากการสั่นแนวตั้ง อีกทั้งยังไม่สามารถหาความสัมพันธ์ที่ชัดเจนระหว่างมุมฮอปเปอร์และเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน นอกจากนี้การติดขัดเป็นผลมาจากอนุภาควัสดุเม็ดเรียงขัดตัวกันบริเวณช่องปล่อยฮอปเปอร์ โดยลักษณะการขัดตัวกันไม่สัมพันธ์กับเวลาและปริมาณวัสดุเม็ดที่คั่งค้าง ส่วนมากเกิดแบบไม่สมมาตร ไม่มีรูปแบบที่แน่นอน และมีความแปรผันสูง ยิ่งขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์กว้างหรือมุมฮอปเปอร์น้อย จะทำให้จำนวนอนุภาคที่เรียงตัวขัดกันมากและแนวการ ค้างตัวมาก

#### อภิปรายผล

งานวิจัยเรื่องผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติ ภายใต้การสั่นแนวตั้งครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาอิทธิพลของ 4 ปัจจัย ได้แก่ อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด มุมฮอปเปอร์ ความเร่งไรมิตีในการสั่นแนวตั้ง และจำนวนอนุภาควัสดุเม็ด โดยในที่นี้ได้ใช้ขนาดมุมฮอปเปอร์น้อยกว่ามุมของวัสดุเม็ด เพื่อส่งเสริมให้

เกิดการติดขัดขึ้น แล้วพิจารณาใน 6 หัวข้อ ดังนี้ 1) ความน่าจะเป็นของการติดขัด 2) อัตราส่วนการติดขัด 3) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด 4) อัตราการไหลเชิงมวล 5) เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน และ 6) ลักษณะการจัดเรียงตัวของวัสดุเม็ดเมื่อเกิดการอุดตัน โดยสามารถอภิปรายผลในประเด็นสำคัญ ดังนี้

#### **ความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability, $J(d)$ )**

จากการทดลองพบว่าความน่าจะเป็นของการติดขัดเป็นปฏิภาคผกผันกับขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ความเร็วไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ อีกทั้งความน่าจะเป็นของการติดขัดจะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์หรือความเร็วไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมีค่ามากพอค่าหนึ่งหรือค่าวิกฤต โดยปัจจัยที่ทำให้ลดความน่าจะเป็นของการติดขัดมากที่สุด คือ การเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมาคือ การเพิ่มค่าความเร็วไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และการเพิ่มมุมฮอปเปอร์มีอิทธิพลน้อยที่สุดหรือไม่มีเลย

ทั้งนี้ลักษณะกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดสอดคล้องกับการศึกษาของ To, Lai, & Pak (2001) คือ มีลักษณะเป็นแบบซิกมอยด์ เคิร์ฟ และความน่าจะเป็นของการติดขัดในการศึกษานี้ลดลงอย่างรวดเร็วเมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 และ 4

#### **อัตราส่วนการติดขัด (Jamming ratio)**

จากการทดลองพบว่าอัตราส่วนการติดขัดเป็นปฏิภาคผกผันกับขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ความเร็วไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ โดยปัจจัยที่ทำให้ลดอัตราส่วนการติดขัดมากที่สุด คือ การเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมาคือ การเพิ่มค่าความเร็วไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และการเพิ่มมุมฮอปเปอร์มีอิทธิพลน้อยที่สุดหรือไม่มีเลยเช่นเดียวกับความน่าจะเป็นของการติดขัด

นอกจากนี้แล้วลักษณะกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดหรือมุมฮอปเปอร์ มีลักษณะเป็นแบบซิกมอยด์ เคิร์ฟเช่นเดียวกับกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด และอัตราส่วนการติดขัดมีการลดลงอย่างรวดเร็วเมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3 และ 4 เช่นเดียวกับความน่าจะเป็นของการติดขัด ดังนั้นอัตราส่วนการติดขัดและความน่าจะเป็นของการติดขัดมีความสัมพันธ์สอดคล้องกันคือ เมื่ออัตราส่วนการติดขัดลดลง

ความน่าจะเป็นของการติดขัดจะลดลงตาม อย่างไรก็ตามยังไม่สามารถเขียนเป็นสมการความสัมพันธ์ที่ชัดเจน

#### **เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด (Hopper emptying time)**

จากการศึกษาพบว่าเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดเป็นปฏิภาคตรงกับขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ โดยปัจจัยที่ทำให้ลดเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดมากที่สุด คือ การเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมาคือการเพิ่มค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และการเพิ่มมุมฮอปเปอร์มีอิทธิพลน้อยที่สุด หรือไม่มีเลย ซึ่งผลการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของ Cheng (2012) ที่ศึกษาเรื่องการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติในฮอปเปอร์รูปกลมโดยปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตกอิสระ คือ เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะยิ่งลดลงเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์หรือมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น

#### **อัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate)**

จากการศึกษาอัตราการไหลเชิงมวลเป็นปฏิภาคตรงกับขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ โดยปัจจัยที่ทำให้เพิ่มอัตราการไหลเชิงมวลมากที่สุด คือ การเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมาคือการเพิ่มค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และการเพิ่มมุมฮอปเปอร์มีอิทธิพลน้อยที่สุดหรือไม่มีเลย ทั้งนี้สังเกตได้ว่าอัตราการไหลเชิงมวลที่เพิ่มขึ้นเป็นผลมาจากมวลของวัสดุเม็ดที่ไหลออกเพิ่มขึ้นและเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดลดลงประกอบกัน ผลการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของ Cheng (2012) เช่นเดียวกัน คือ อัตราการไหลเชิงมวลจะยิ่งเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์หรือมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น

#### **เวลาที่เกิดการอุดตัน (Clogging time)**

การอุดตันเป็นผลมาจากการเกิดการติดขัดในบริเวณต่าง ๆ มากเกินไป ในการศึกษาครั้งนี้ค้นพบว่าการอุดตันจะเกิดขึ้นแน่นอนก็ต่อเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ หรือมีการสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติน้อย ๆ เท่านั้น ดังนั้นจะมีค่าวิกฤตของขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์หรือความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งที่ทำให้ไม่เกิดการอุดตันขึ้น โดยในกรณีที่ช่องเปิดแคบ หากปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลตกอย่างอิสระ วัสดุเม็ดจะเกิดการอุดตันแทบทันที จึงแทบไม่มีวัสดุเม็ดที่สามารถไหลออกมาได้ แต่การสั่นแนวตั้งสามารถช่วยชะลอเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตันได้ ทำให้วัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้บางส่วน สำหรับผลของมุมฮอปเปอร์รวมทั้งขนาดของความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งต่อเวลาที่เกิดการอุดตันนั้น ไม่ได้แสดงแนวโน้มความสัมพันธ์ที่ชัดเจนและไม่ได้มีความสัมพันธ์กันแบบเส้นตรง

### ลักษณะการขัดตัวกันของวัสดุเม็ด

จากการสังเกตการไหลออกจากฮอปเปอร์ของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นสะเทือนแนวตั้ง พบว่าเมื่ออนุภาคมีการจัดเรียงตัวแบบขัดตัวกันเป็นรูปโค้งจะทำให้เกิดการติดขัดขึ้น สอดคล้องกับการศึกษาของ Nowak, Knight, Naim, Jaeger, & Nagel (1998) ที่ได้อธิบายว่าการขัดตัวกันนี้เป็นกลไกทำให้ระบบอยู่ในสมดุล อยู่หนึ่งได้โดยไม่ไหลออกจากฮอปเปอร์ โดยเป็นการตอบสนองจากการส่งต่อของแรงเค้นแล้วมีผลทำให้มีการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนเชิงปริมาตร (O'Hern, Langer, Liu, & Nagel, 2001) นอกจากนี้การขัดตัวกันนั้นจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีแรงกดคือมีการซ้อนทับกันของวัสดุเม็ด วัสดุเม็ดจะสามารถอยู่ในสมดุลได้เมื่อมีขนาดความยาวของแนวการเรียงขัดตัวกันและมุมโค้งที่เหมาะสม หากความยาวเพิ่มขึ้นถึงจุด ๆ หนึ่งจะเกิดแรงดึงทำให้วัสดุเม็ดที่เรียงขัดตัวกันนั้นสลายตัวแล้วตกลงมา เมื่อพิจารณาอิทธิพลของขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์พบว่าจำนวนอนุภาคที่เรียงขัดตัวกันเพิ่มขึ้นตามขนาดของช่องปล่อยฮอปเปอร์ สอดคล้องกับการศึกษาของ To, Lai, & Pak (2001) โดยขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ยิ่งมาก ยิ่งทำให้แนวการโค้งตัวของวัสดุเม็ดมากขึ้นตามอีกทั้งยังค้นพบว่าขนาดมุมฮอปเปอร์มีผลต่อลักษณะการขัดตัวกันคือ ยิ่งขนาดของมุมฮอปเปอร์มาก จำนวนอนุภาคที่ขัดตัวกันจะน้อยกว่า ทำให้แนวการโค้งน้อยกว่าตาม ดังนั้นยิ่งช่องปล่อยฮอปเปอร์กว้าง มุมฮอปเปอร์น้อย จะทำให้จำนวนอนุภาคที่เรียงตัวขัดกันมาก และแนวการโค้งตัวมาก ทั้งนี้ลักษณะการขัดตัวกันที่เกิดขึ้นไม่พบความสัมพันธ์กับเวลาและปริมาณวัสดุเม็ดที่คงค้าง ส่วนมากเกิดแบบไม่สมมาตร ไม่มีรูปแบบที่แน่นอนและมีความผันแปรสูง

### ผลของจำนวนอนุภาควัสดุเม็ด

ผลการศึกษาในครั้งนี้สอดคล้องกับการศึกษาของ To, Lai, & Pak (2002) ที่แสดงว่าจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดเพิ่มขึ้นเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ความน่าจะเป็นของการติดขัดมากขึ้นตาม รวมทั้งค่าวิกฤตของขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ที่ทำให้ไม่เกิดการติดขัดต้องเพิ่มขึ้นตามปริมาณอนุภาควัสดุเม็ด ในการศึกษาครั้งนี้ค้นพบเพิ่มเติมว่าหากความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมากพอ และจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดที่เพิ่มขึ้น กลับทำให้ความน่าจะเป็นของการติดขัดลดลง ทั้งนี้ น่าจะเป็นผลมาจากขนาดพลังงานกระตุ้นจากการสั่นระบบและขนาดแรงจากน้ำหนักของวัสดุเม็ด อย่างไรก็ตามหากใช้จำนวนของวัสดุเม็ดมากจนนับไม่ได้ จำนวนของอนุภาควัสดุเม็ดที่ใช้หรือแรงของน้ำหนักวัสดุจะไม่มีผลต่อการติดขัด แต่ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งจะยังคงมีผลต่อการติดขัด และความแตกต่างของการติดขัดจะเป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของวัสดุเม็ด คือ ในขณะที่เริ่มต้นการทดลอง หากความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมีค่าน้อย วัสดุเม็ดจะยังไม่เกิดการอัดแน่น จึงทำให้วัสดุเม็ดยังอยู่หนึ่ง มีการติดอยู่กับผนังฮอปเปอร์ ทำให้ไม่เกิดการไหลออกจากฮอปเปอร์ แต่เมื่อความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมากพอ วัสดุเม็ดจะเกิดการอัดตัวแล้วเกิดการไหลออกจาก

สอปเปอร์ ทั้งนี้การสั้นแนวตั้งสามารถช่วยทำให้การเกิดการติดขัดลดลง เป็นผลมาจากมีการขัดตัวกันลดลง โดยน่าจะเป็นผลมาจาก 2 กลไกที่ช่วยให้วัสดุเม็ดไหลดีขึ้น คือ หนึ่ง การสั้นลดความน่าจะเป็นของการเกิดการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดแล้วไปอุดตันการไหล และสอง การสั้นจะสลายการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดที่ไปอุดตันการไหลที่เกิดขึ้น (Mankoc, Garcimarti, Zuriguel, & Maza, 2009) อีกทั้งผลการศึกษานี้ยังแสดงให้เห็นว่าหากความเร่งไร้มิติในการสั้นแนวตั้งมากพอ และจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดที่เพิ่มขึ้นอัตราส่วนการติดขัดจะลดลง เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดลดลง และอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการเพิ่มขนาดมุมสอปเปอร์ที่ทำกับแนวนอนมีผลทำให้ความน่าจะเป็นของการติดขัด อัตราส่วนการติดขัด และเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดลดลง และอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้น ทั้งนี้กลไกการเคลื่อนที่ของวัสดุเม็ดในสอปเปอร์ประกอบด้วย การกลิ้งและการไถล ผู้วิจัยจึงคาดว่า การเพิ่มขนาดมุมสอปเปอร์ช่วยให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถลระหว่างผิวอนุภาควัสดุเม็ดด้วยกันและระหว่างวัสดุเม็ดและผนังสอปเปอร์มีค่าน้อย ค่าแรงเสียดทานจึงน้อยตาม แรงในระบบที่ทำให้วัสดุเม็ดเกิดการเคลื่อนที่จึงมาก วัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้ดี ความเร่งในการเคลื่อนที่มาก ความเร็วในการเคลื่อนที่ออกจากสอปเปอร์จึงมากตาม ทำให้มุมกองของวัสดุเม็ดน้อย สอดคล้องกับการศึกษาของ Zhou, Xu, Yu, & Zulli (2002) ที่ได้อธิบายว่าหากสัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถลระหว่างอนุภาควัสดุเม็ดด้วยกัน และระหว่างวัสดุเม็ดกับผนังสอปเปอร์มีค่าน้อย มุมกองของวัสดุจะน้อย และท้ายสุดนี้เมื่อทำการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนการติดขัดกับเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและอัตราการไหลเชิงมวล จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนการติดขัดมีค่าการเปลี่ยนแปลงที่ละเอียดกว่าความน่าจะเป็นของการติดขัดและอธิบาย ดังนั้นอัตราส่วนการติดขัดจึงสามารถอธิบายและสอดคล้องกับเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและอัตราการไหลเชิงมวลมากกว่าความน่าจะเป็นของการติดขัด

### ข้อเสนอแนะ

เนื่องมาจากในการศึกษาวิจัยนี้ได้เกิดปัญหาในขั้นตอนการทดลอง และมีการค้นพบองค์ความรู้เพิ่มเติม ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีข้อเสนอแนะจากผลการวิจัยดังนี้

1. การออกแบบสอปเปอร์ ควรออกแบบให้การล้อมมุมสอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์แน่น เนื่องจากหากใช้ค่าความเร่งไร้มิติในการสั้นมาก สอปเปอร์อาจมีการเคลื่อนขยับได้ และควรออกแบบให้สอปเปอร์สามารถปล่อยวัสดุให้ไหลออกเองได้อัตโนมัติ

2. ในการวิเคราะห์ผลการตัดขาด อัตราส่วนการตัดขาดสามารถอธิบายและสอดคล้องกับเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ดและอัตราการไหลเชิงมวลมากกว่าความน่าจะเป็นของการตัดขาด เนื่องจากอัตราส่วนการตัดขาดเป็นปริมาณที่แสดงถึงการตัดขาดที่เกิดในการทดลองแต่ละครั้ง นอกจากนี้ค่าของอัตราส่วนการตัดขาดยังมีความละเอียดมากกว่าความน่าจะเป็นของการตัดขาด หากต้องการให้ค่าของความน่าจะเป็นของการตัดขาดมีความละเอียด จำเป็นต้องทดลองซ้ำเป็นจำนวนมาก ดังนั้นในการทดลองควรมีการวิเคราะห์ผลในหัวข้ออัตราส่วนการตัดขาดเพิ่มเติมจากความน่าจะเป็นของการตัดขาด

3. การกำหนดค่ามุมฮอปเปอร์ที่ใช้สามารถทำให้อยู่ในรูปของมุมไร้มิติ โดยหาจากอัตราส่วนของมุมฮอปเปอร์ที่ทำกับแนวแกนนอนต่อมุมกองของวัสดุเม็ด หากใช้ค่ามุมไร้มิติจะทำให้สามารถแปรผล อธิบายได้ครอบคลุมมากขึ้นคือแม้จะเปลี่ยนชนิดของวัสดุเม็ดก็สามารถใช้เทียบกันได้

สุดท้ายนี้เพื่อเป็นแนวทางแก่ผู้ที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับปรากฏการณ์การตัดขาดของวัสดุเม็ด ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งต่อไปดังนี้

1. อาจศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ต่อการตัดขาดของวัสดุเม็ด 2 มิติ และ 3 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยวิธีการจำลองทางคณิตศาสตร์
2. อาจศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ต่อการตัดขาดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้งโดยเลือกใช้ค่าแอมพลิจูดในการสั่นหลายค่าและกำหนดให้ความถี่ในการสั่นคงที่ แล้วเปรียบเทียบผลการตัดขาดของวัสดุเม็ดกับการกำหนดให้แอมพลิจูดในการสั่นคงที่ แต่ความถี่ในการสั่นหลายค่า
3. อาจศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์ต่อการตัดขาดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวนอน

## บรรณานุกรม

- องค์การค้ำของคุรุสภา (2541). *พจนานุกรมนักเรียนปรับปรุงใหม่ฉบับเพิ่มคำศัพท์*. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ผู้แต่ง.
- Ahn, H., Basaranoglu, Z., Yölmaz, M., Bugutekin, A., & Gul, M. Z. (2008). Experimental investigation of granular flow through an orifice. *Powder Technology*, 186(1), 65-71.
- Albert, I., Tegzes, P., Kahng, B., Albert, R., Sample, J. G., Pfeifer, M., & Schiffer, P. (2000). Jamming and Fluctuations in Granular Drag. *Physical Review Letters*, 84(22), 5122.
- Albert, R., Albert, I., Hornbaker, D., Schiffer, P., & Barabási, A. L. (1997). Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media. *Physical Review E*, 56(6), 6271-6274.
- Albert, R., Pfeifer, M. A., Barabási, A. L., & Schiffer, P. (1999). Slow Drag in a Granular Medium. *Physical Review Letters*, 82(1), 205.
- Andreotti, B., Forterre, Y., & Pouliquen, O. (2013). *Granular Media Between Fluid and Solid*. New York: Cambridge University Press.
- Brown, R. L. (1960). Flow Properties, Powders in Industry. *Monograph*, 14, 150-166.
- Brown, R. L., & Richards, J. C. (1970). *Principles of Powder Mechanics*. Oxford: Pergamon Press.
- Calvetti, F., Combe, G., & Lanier, J. (1997). Experimental micromechanical analysis of 2D granular material: relation between structure evolution and loading path. *Mechanics of Cohesive - Frictional Materials*, 2(2), 121-163.
- Cambou, B., Jean, M., & Radjaï, F. (2009). *Micromechanics of Granular Materials*. Great Britain: John Wiley & Sons.
- Cantelaube, F., Limon-Duparcmeur, Y., Bideau, D., & Ristow, G. H. (1995). Geometrical analysis of avalanches in a 2d drum. *Journal de Physique I*, 5(5), 581-596.
- Carr, J. F., & Walker, D. M. (1968). An annular shear cell for granular materials. *Powder Technology*, 1(6), 369-373.
- Chase, G. G. (n.d.). Hopper design. *Solids Notes*, 10, 1-26.
- Chaudhuri, B., Alexandar, A. W. A., Faqih, A., Muzzio, F. J., Davis, C., & Tomassone, M. S. (2006). Avalanching flow of cohesive powders. *Powder Technology*, 164(1), 13-21.

- Cheng, J. (2012). Modelling of hopper discharge. (Unpublished master's thesis). University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA.
- Cheng, X. (2010). Experimental study of the jamming transition at zero temperature. *Physical Review E*, 81(3), 031301.
- Chevoir, F., Gaulard, F., & Roussel, N. (2007). Flow and jamming of granular mixtures through obstacles. *EPL (Europhysics Letters)*, 79(1), 14001.
- Chukwu, O., & Akande, F. B. (2007). Development of an Apparatus for Measuring Angle of Repose of Granular Materials. *AU Journal of Technology*, 11(1), 62-66.
- Coniglio, A., Fierro, A., Herrmann, H. J., & Nicodemi, M. (2004). *Unifying Concepts in Granular Media and Glasses*. Amsterdam: Elsevier.
- Coppersmith, S. N., Liu, C. H., Majumdar, S., Narayan, O., & Witten, T. A. (1996). Model for force fluctuations in bead packs. *Physical Review E*, 53(5), 4673.
- Corrêa, P. C., de Oliveira, G. H., de Oliveira, A. P., Vargas-Eliás, G. A., Santos, F. L., & Baptestini, F. M. (2016). Preservation of roasted and ground coffee during storage Part 1: Moisture content and repose angle. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 20(6), 581-587.
- Coussot, P., & Ancey, C. (1999). *Rh'éophysique des p'ates et des suspensions*. Paris: EDP Sciences.
- Debenedetti, P. G., & Stillinger, F. H. (2001). Review article Supercooled liquids and the glass transition. *Nature*, 410(6825), 259-267.
- Desmond, K., & Franklin, S. V. (2006). Jamming of three-dimensional prolate granular materials. *Physical Review E*, 73(3), 031306.
- Duran, J. (1997). *Sables, poudres et grains*. Paris: Eyrolles Sciences.
- Ediger, M. D., Angell, C. A., & Nagel, S. R. (1996). Supercooled Liquids and Glasses. *The Journal of Physical Chemistry*, 100(31), 13200-13212.
- Emery, E., Oliver, J., Pugsley, T., Sharma, J., & Zhou, J. (2009). Flowability of moist pharmaceutical powders. *Powder Technology*, 189(3), 409-415.
- Evesque, P., & Meftah, W. (1993). Mean flow of a vertically vibrated hourglass. *International Journal of Modern Physics*, 7(09n10), 1799-1805.



- Fiscina, J. E., Lumay, G., Ludewig, F., & Vandewalle, N. (2010). Compaction dynamics of wet granular assemblies. *Physical Review Letters*, *105*(4), 048001.
- Forsyth, A. J., Hutton, S. R., Rhodes, M. J., & Osborne, C. F. (2001). Effect of applied interparticle force on the static and dynamic angles of repose of spherical granular material. *Physical Review E*, *63*(3), 031302.
- Freeman, R. (2007). Measuring the flow properties of consolidated, conditioned and aerated powders — a comparative study using a powder rheometer and a rotational shear cell. *Powder Technology*, *174*(1), 25-33.
- Garcimartín, A., Zuriguel, I., Pugnali, L. A., & Janda, A. (2010). Shape of jamming arches in two-dimensional deposits of granular materials. *Physical Review E*, *82*(3), 031306.
- Geldart, D., Abdullah, E. C., Hassanpour, A., Nwoke, L. C., & Wouters, I. (2006). Characterization of powder flowability using measurement of angle of repose. *China particuology*, *4*(3-4), 104-107.
- Ghazavi, M., Hosseini, M., & Mollanouri, M. (2008, October). A comparison between angle of repose and friction angle of sand. In *The 12th International Conference for International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)* (pp. 1-6).
- Göncü, F. (2012). *Mechanics of Granular Materials: Constitutive Behavior and Pattern Transformation*. Netherlands: Ipskamp Drukkers.
- Grey, R. O., & Beddow, J. K. (1969). On the Hausner ratio and its relationship to some properties of metal powders. *Powder Technology*, *2*(6), 323-326.
- Guyon, E., & Troadec, J. P. (1994). *Du sac de bille au tas de sable*. Paris: Odile Jacob.
- Hecke, V. M. (2010). Jamming of soft particles: geometry, mechanics, scaling and isostaticity. *Journal of Physics: Condensed Matter*, *22*(3), 033101.
- Hong, X., Kohne, M., & Weeks, E. R. (2015). Jamming is difficult in frictionless 2D hoppers. *arXiv preprint*.
- Hunt, M. L., Weathers, R. C., Brennen, C. E., Lee, A. T., & Wassgren, C. R. (1999). Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials. *Physics of fluids*, *11*(1), 68-75.

- Ileleji, K. E., & Zhou, B. (2008). The angle of repose of bulk corn stover particles. *Powder Technology*, 187(2), 110-118.
- Indian Standard Institution. (1973). *Method for determination of angle of repose of grains*. New Delhi: Author.
- Jaeger, H. M., & Nagel, S. R. (1992). Physics of the Granular State. *Science*, 255(5051), 1523-1531.
- Jaeger, H. M., Nagel, S. R., & Behringer, R. P. (1996). Granular solids, liquids and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68(4), 1259–1273.
- Janda, A., Maza, D., Garcimartín, A., Kolb, E., Lanuza, J., & Clément, E. (2009). Unjamming a granular hopper by vibration. *EPL (Europhysics Letters)*, 87(2), 24002.
- Kondic, L. (2014). Simulations of two dimensional hopper flow. *Granular Matter*, 16(2), 235-242.
- Kudrolli, A. (2008). Granular matter — sticky sand. *Nature Materials*, 7(3), 174-175.
- Larson, R. G. (1999). *The Structure and Rheology of Complex Fluids*. Oxford: Oxford University Press.
- Liu, A. J., & Nagel, S. R. (1998). Jamming is not just cool any more. *Nature*, 396(6706), 21-22.
- Lumay, G., & Vandewalle, N. (2008). Controlled flow of smart powders. *Physical Review E*, 78(6), 061302.
- Lumay, G., & Vandewalle, N. (2010). Flow of magnetized grains in a rotating drum. *Physical Review E*, 82(4), 040301.
- Lumay, G., Boschini, F., Traina, K., Bontempi, S., Remy, J. C., Cloots, R., & Vandewalle, N. (2012). Measuring the flowing properties of powders and grains. *Powder Technology*, 224, 19–27.
- Lumay, G., Dorbolo, S., & Vandewalle, N. (2009). Compaction dynamics of a magnetized powder. *Physical Review E*, 80(4), 041302.
- Mankoc, C., Garcimartín, A., Zuriguel, I., & Maza, D. (2009). Role of vibrations in the jamming and unjamming of grains discharging from a silo. *Physical Review E*, 80(1), 011309.
- Mankoc, C., Janda, A., Ar'evalo, R., Pastor, J. M., Zuriguel, I., Garcimartín, A., & Maza, D. (2007). The flow rate of granular materials through an orifice. *Granular Matter*, 9(6), 407-414.

- Maynard, E. (2013). Ten Steps to an Effective Bin Design. *CEP, American Society of Chemical Engineers: Tyngsboro, MA, USA*, 25-32.
- Mersch, E., Lumay, G., Boschini, F., Vandewalle, N., Valverde, J. M., & Castellanos, A. (2006). Random loose packing of cohesive granular materials. *EPL (Europhysics Letters)*, 75 (6), 985.
- Nalluri, V. R., & Kuentz, M. (2010). Flowability characterisation of drug-excipient blends using a novel powder avalanching method. *European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics*, 74(2), 388-396.
- Nedderman, R. M. (1992). *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nowak, E. R., Knight, J. B., Naim, E. B., Jaeger, H. M., & Nagel, S. R. (1998). Density fluctuations in vibrated granular materials. *Physical Review E*, 57(2), 1971.
- O'Hern, C. S., Langer, S. A., Liu, A. J., & Nagel, S. R. (2001). Force Distributions near Jamming and Glass Transitions. *Physical Review E*, 86(1), 111.
- O'Hern, C. S., Silbert, L. E., Liu, A. J., & Nagel, S. R. (2003). Jamming at zero temperature and zero applied stress: the epitome of disorder. *Physical Review E*, 68(1), 011306.
- Pirard, S. L., Lumay, G., Vandewalle, N., & Pirard, J. P. (2009). Motion of carbon nanotubes in a rotating drum: the dynamic angle of repose and a bed behavior diagram. *Chemical Engineering Journal*, 146(1), 143-147.
- Rao, K. K., & Nott, P. R. (2008). *An Introduction to Granular Flow*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Russel, W. B., Saville, D. A., & Schowalter, W. R. (1989). *Colloidal Dispersion*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Shirsath, S. S., Padding, J. T., Clercx, H. J. H., & Kuipers, J. A. M. (2015). Dynamics of Granular Flows Down Rotating Semi-cylindrical Chutes. *Procedia Engineering*, 102, 731-740.
- Shundyak, K., Hecke, V. M., & Saarloos, V. W. (2007). Force mobilization and generalized isostaticity in jammed packings of frictional grains. *Physical Review E*, 75(1), 010301.
- Sprite, C. (2007). Angle of repose. Retrieved from Wikipedia website [https://en.wikipedia.org/wiki/Angle\\_of\\_repose](https://en.wikipedia.org/wiki/Angle_of_repose)

- Stewart, B. R. (1968). Effect of moisture content and specific weight on the internal-friction properties of sorghum grain. *Transactions of the ASAE*, 11(2), 260-262.
- Suzuki, A., Takahashi, H., & Tanaka, T. (1968). Behavior of a particle bed in the field of vibration II. Flow of particles through slits in the bottom of a vibrating vessel. *Powder Technology*, 2(2), 72-77.
- Takahashi, H., Suzuki, A., & Tanaka, T. (1968). Behaviour of a particle bed in the field of vibration i. analysis of particle motion in a vibrating vessel. *Powder Technology*, 2(2), 65-71.
- Tang, J., & Behringer, R. P. (2011). How granular materials jam in a hopper. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 21(4), 041107.
- Thomas, C. C., & Durian, D. J. (2013). Geometry dependence of the clogging transition in tilted hoppers. *Physical Review E*, 87(5), 052201.
- To, K., Lai, P. Y., & Pak, H. K. (2002). Flow and jam of granular particles in a two-dimensional hopper. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 315(1), 174-180.
- To, K., Lai, P. Y., & Pak, H. K. (2001). Jamming of Granular Flow in a Two-Dimensional Hopper. *Physical Review Letters*, 86(1), 71-74.
- Valverde, J. M., Espin, M. J., Quintanilla, M. A. S., & Castellanos, A. (2009). Magnetofluidization of fine magnetite powder. *Physical Review E*, 79(3), 031306.
- Zhou, Y. C., Xu, B. H., Yu, A. B., & Zulli, P. (2002). An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Technology*, 125(1), 45-54.
- Zuriguél, I., Garcimartín, A., Maza, D., Pugnaloni, L. A., & Pastor, J. M. (2005). Jamming during the discharge of granular matter from a silo. *Physical Review E*, 71(5), 051303.

## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล นางสาวตะวันฉาย ตุงคะนาคกร

วัน เดือน ปีเกิด 30 มิถุนายน 2534

ที่อยู่ปัจจุบัน 90 หมู่ 18 ตำบลเวียง อำเภอฝาง จังหวัดเชียงใหม่ รหัสไปรษณีย์ 50110

ประวัติการศึกษา พ.ศ. 2552 -2558 วิทยาศาสตรบัณฑิต (วิทยาศาสตรการแพทย์)  
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่





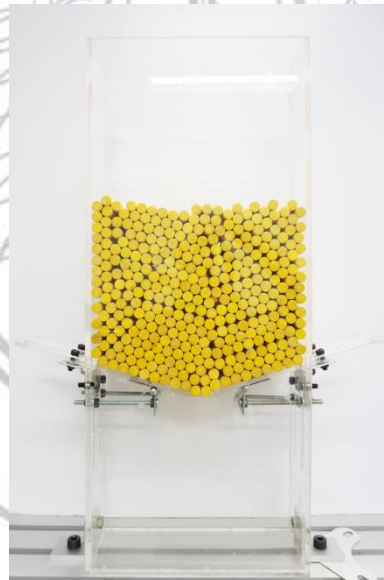
**ภาคผนวก**

## ภาคผนวก ก

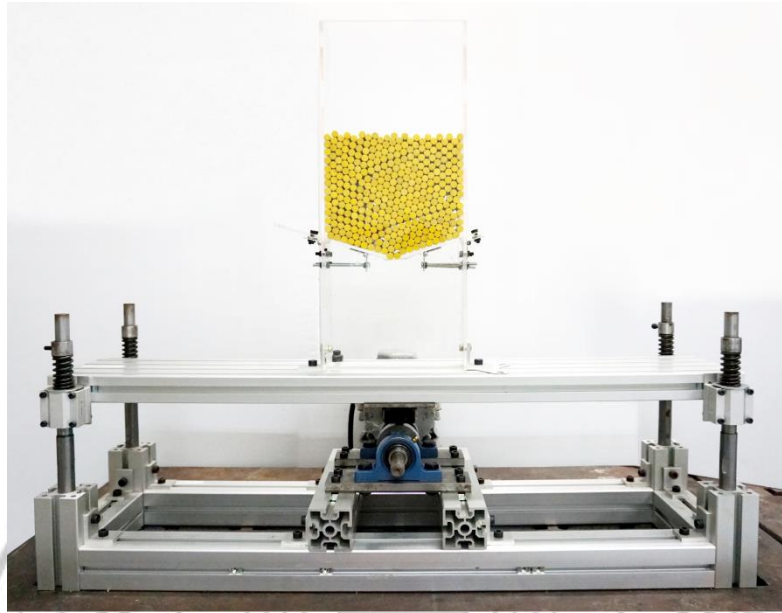
## วัสดุและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



ภาพที่ ก-1 ตัวอย่างวัสดุเม็ดที่ทำจากไม้อีโนกิรูปทรงกระบอก



ภาพที่ ก-2 ตัวอย่างการจัดเรียงวัสดุเม็ดแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์รูปถ่ม



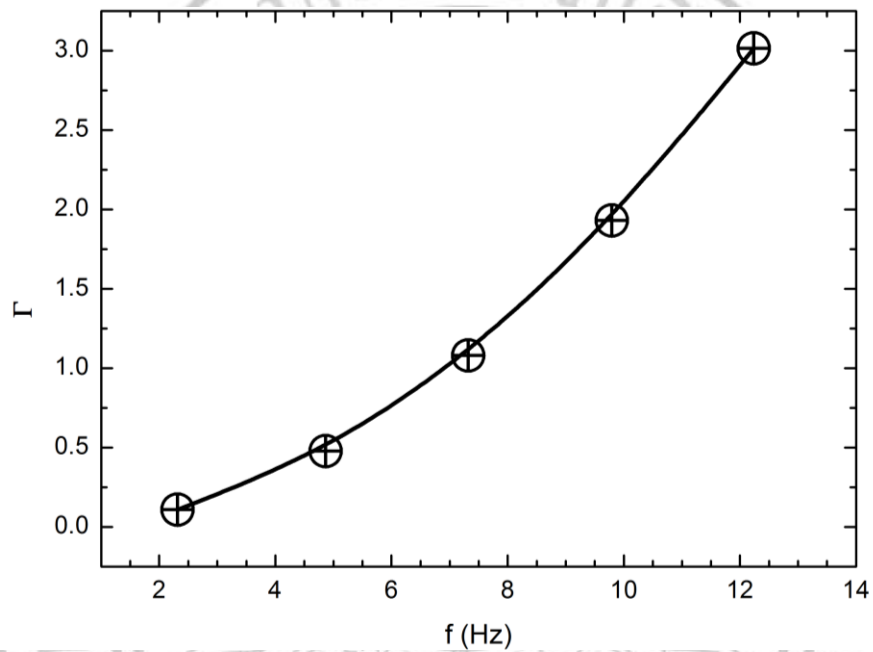
ภาพที่ ก-3 ระบบการทดลองที่ประกอบด้วยวัสดุเม็ด ฮอปเปอร์ และเครื่องสั่นแนวตั้ง





## ภาคผนวก ข

## รายละเอียดของความถี่เรโซแนนซ์ในการสั่น

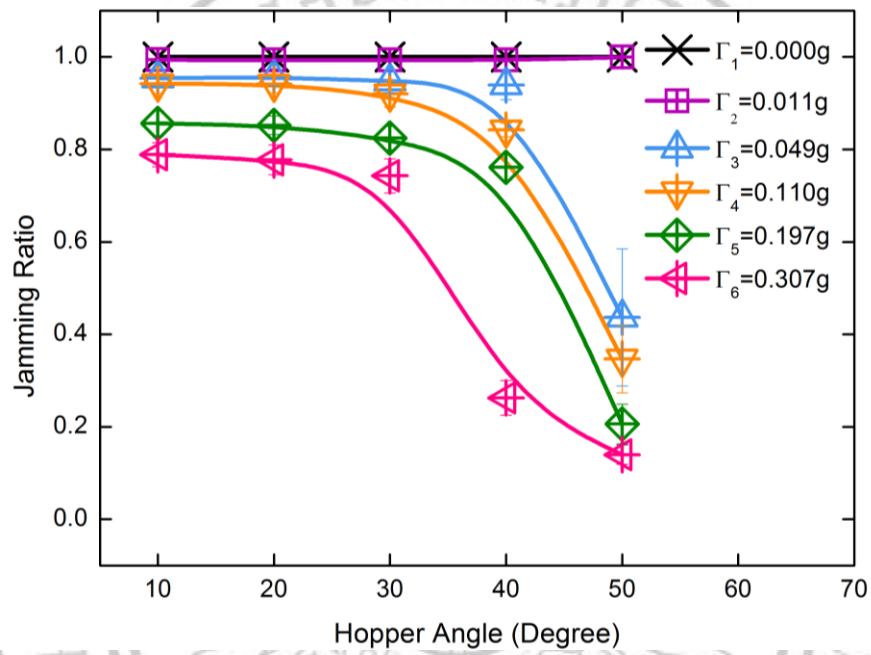


ภาพที่ ข-1 ความถี่เรโซแนนซ์ในการสั่นแนวตั้งและความถี่ในการสั่น

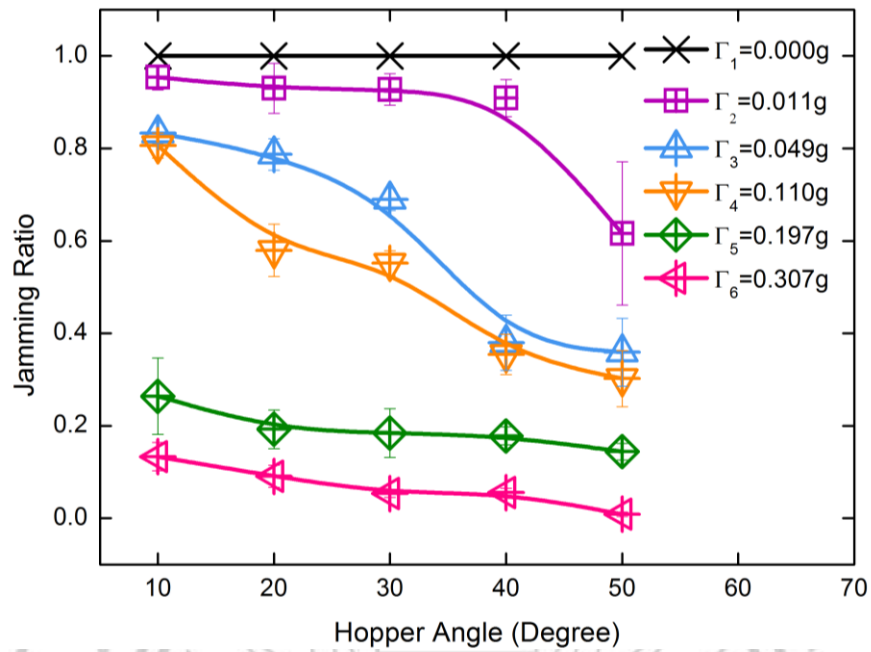
จากภาพที่ ข-1 แสดงให้เห็นว่าความถี่เรโซแนนซ์ในการสั่นแนวตั้งเป็นปริมาณที่แปรผันตามความถี่ในการสั่น ซึ่งในการทดลองนี้ได้ใช้ความถี่ในการสั่น 5 ค่า คือ 2.315, 4.865, 7.323, 9.792 และ 12.238 รอบต่อวินาทีหรือเฮิรตซ์ (Hz) ดังนั้นจึงคำนวณได้ค่าความถี่เรโซแนนซ์จำนวน 5 ค่า คือ 0.108, 0.476, 1.079, 1.929 และ 3.014 แล้วเขียนความถี่เรโซแนนซ์ในรูปของผลคูณกับค่าความถี่โน้มถ่วงของโลก (g) ได้ดังนี้ 0.011g, 0.049g, 0.110g, 0.197g และ 0.307g ตามลำดับ

## ภาคผนวก ค

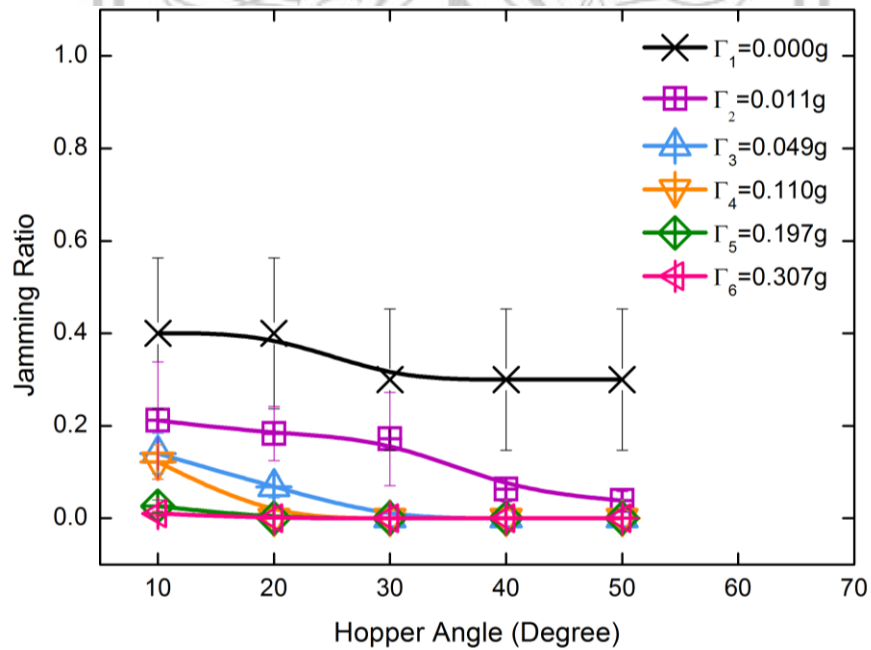
กราฟผลการทดลอง เมื่อจำนวนอนุภาควัสดุเม็ดเท่ากับ 350 อนุภาค



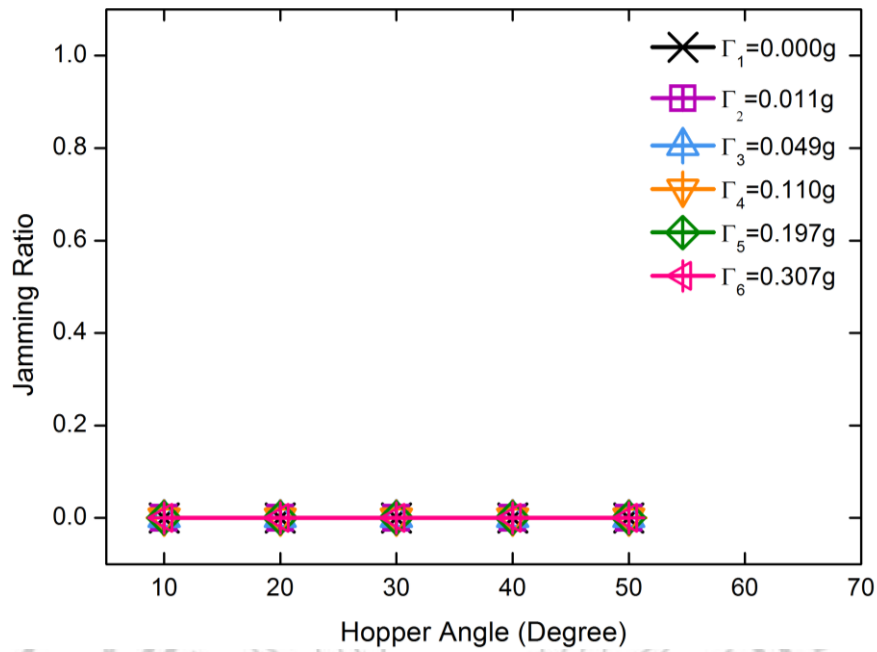
ภาพที่ ก-1(ก) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2



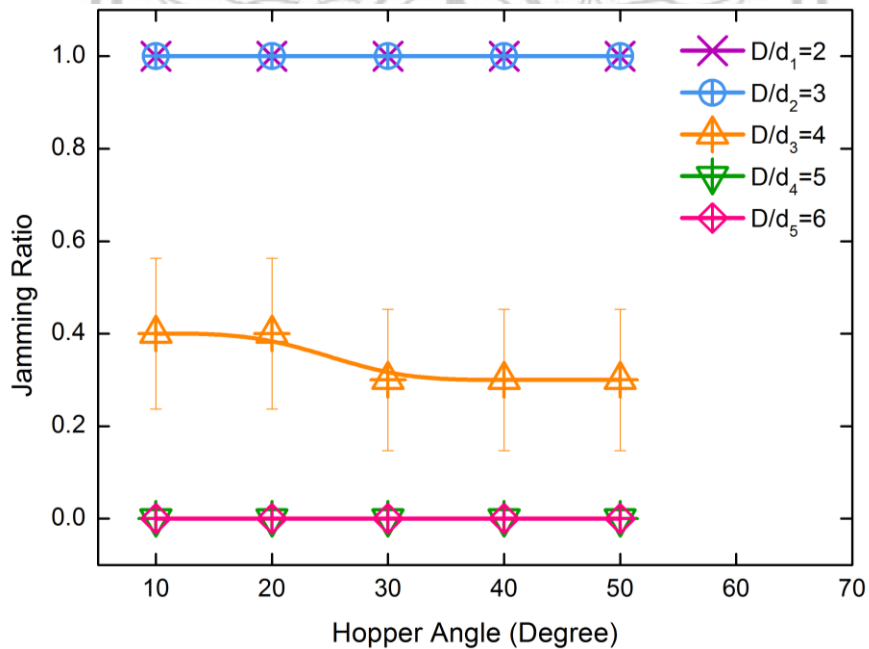
ภาพที่ ก-1(ข) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3



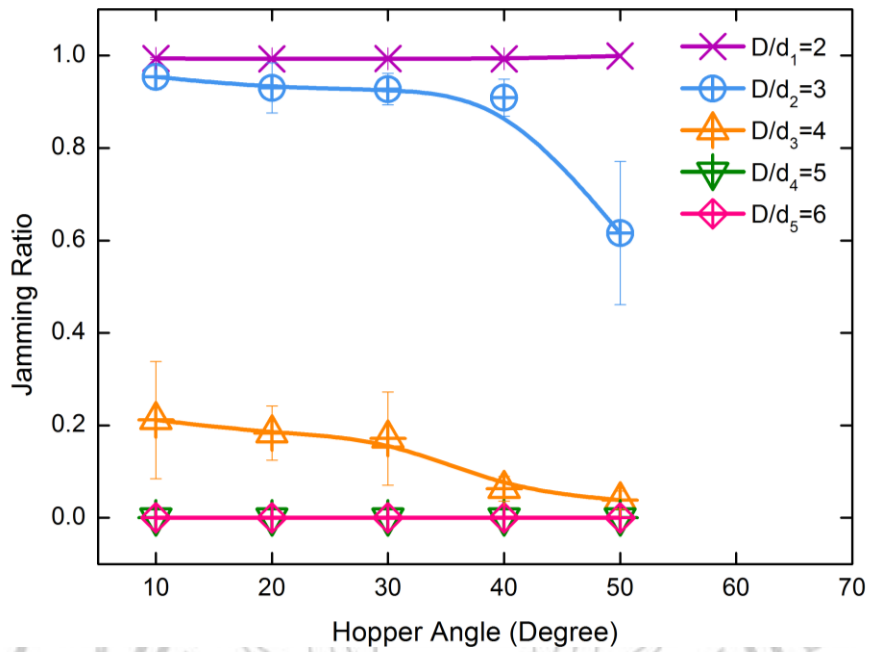
ภาพที่ ก-1(ค) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 4



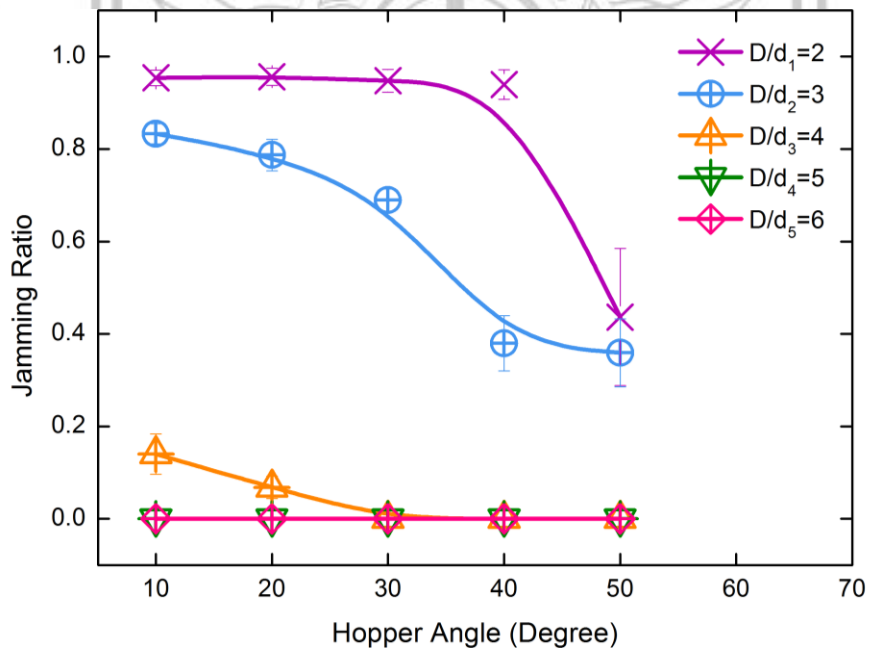
ภาพที่ ค-1(ง) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 5 และ 6



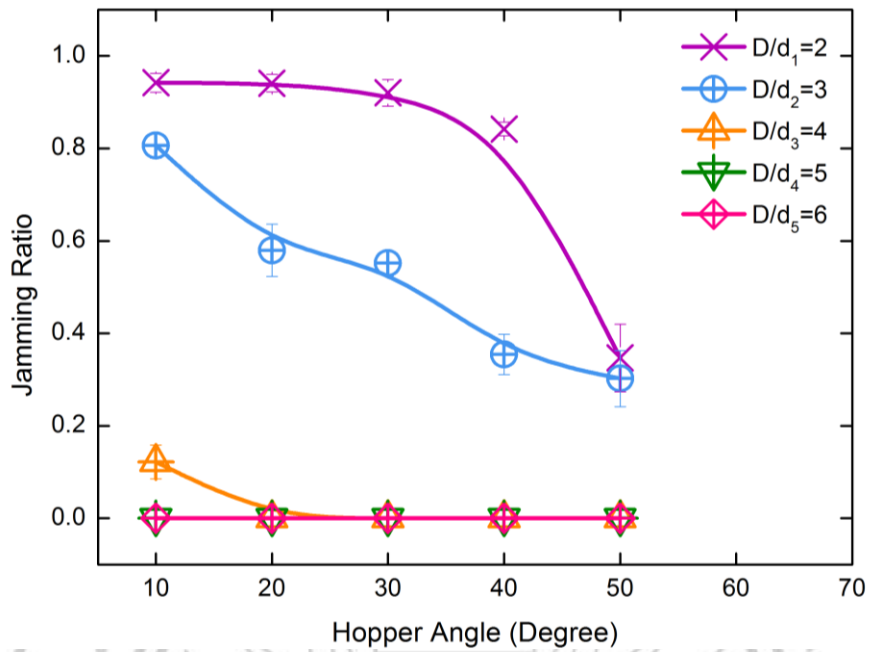
ภาพที่ ค-2(ก) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ



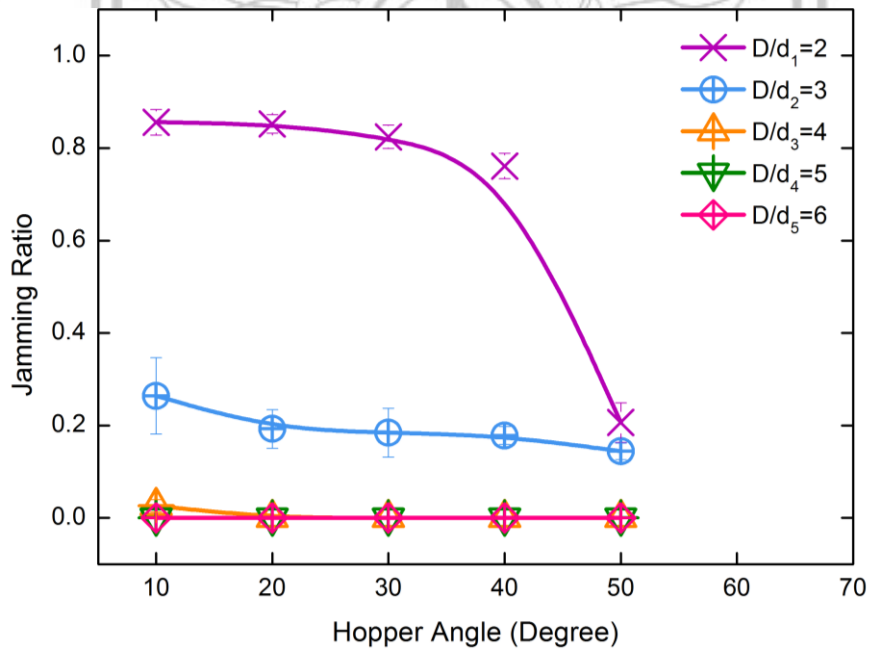
ภาพที่ ค-2(ข) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงเท่ากับ 0.011g



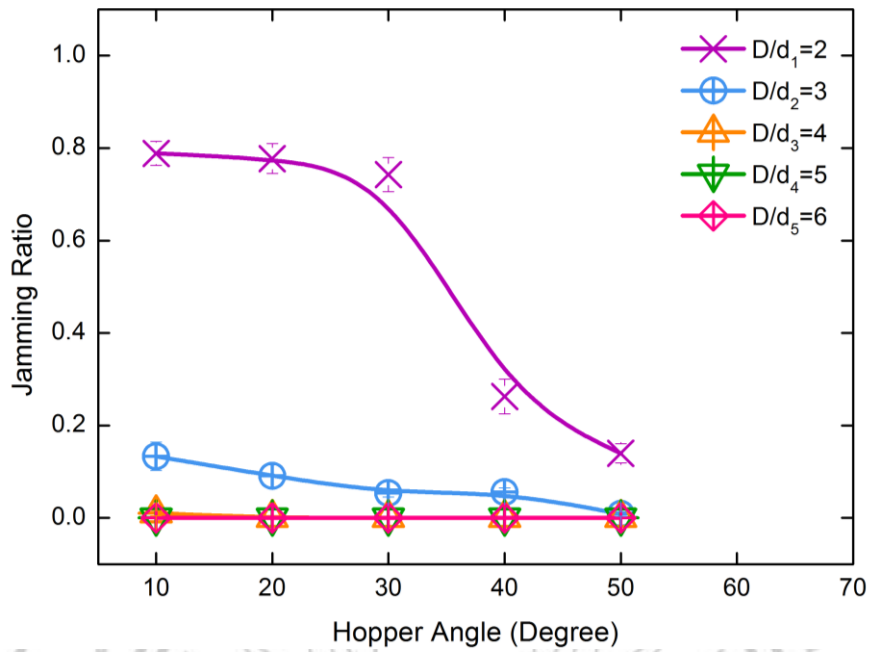
ภาพที่ ค-2(ค) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงเท่ากับ 0.049g



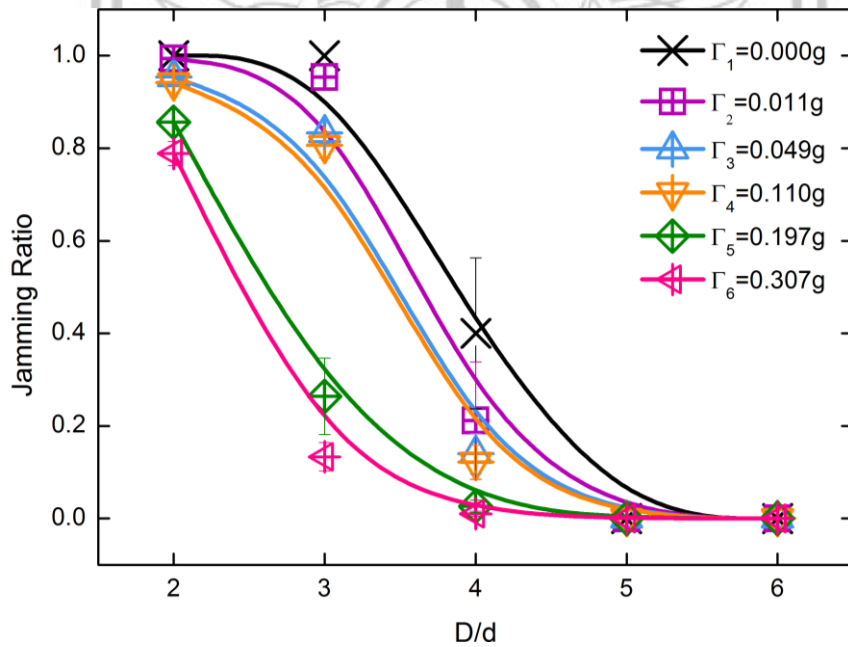
ภาพที่ ค-2(ง) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g



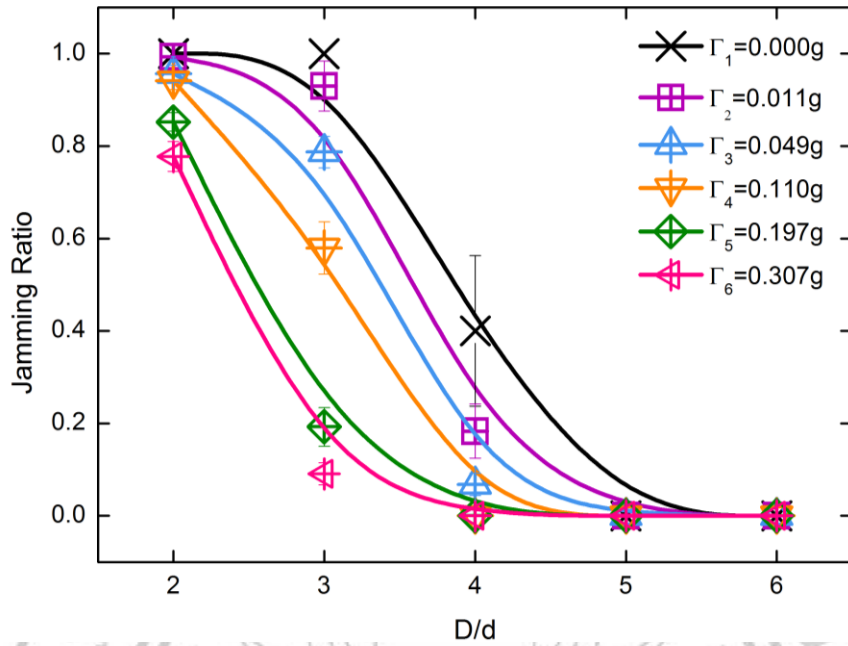
ภาพที่ ค-2(จ) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.197g



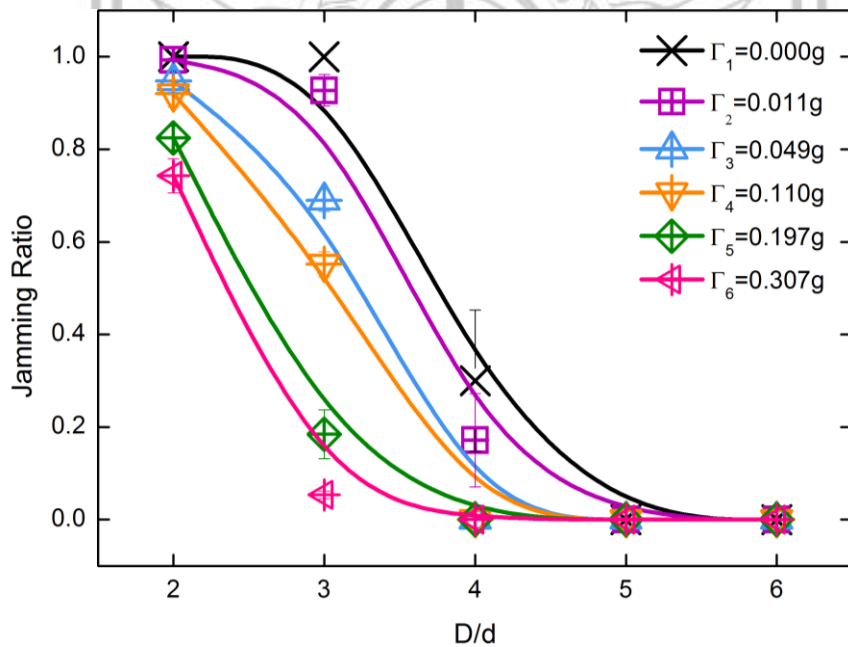
ภาพที่ ค-2(ข) อัตราส่วนการติดขัดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g



ภาพที่ ค-3(ค) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาด  
เส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา

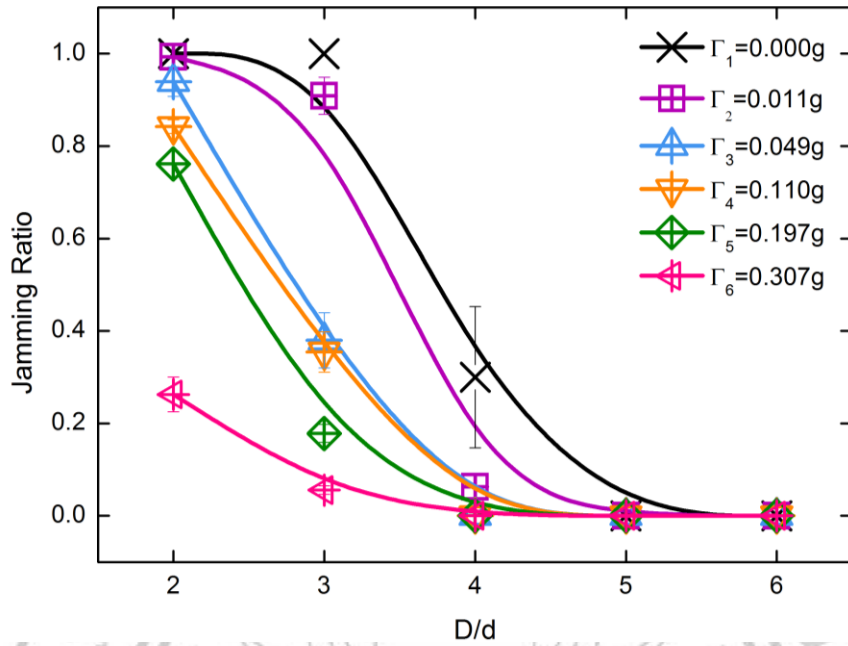


ภาพที่ ค-3(ข) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 20 องศา

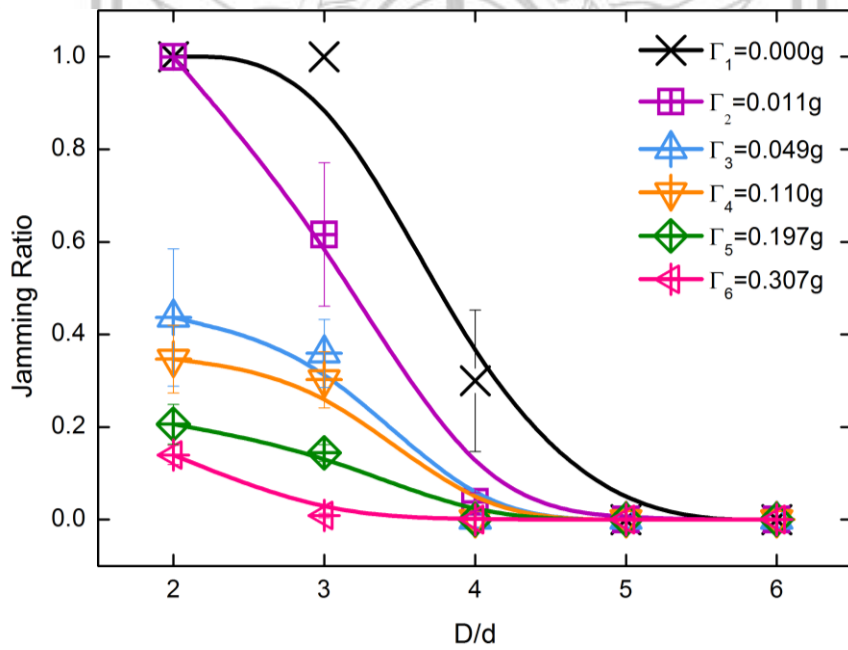


ภาพที่ ค-3(ค) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา

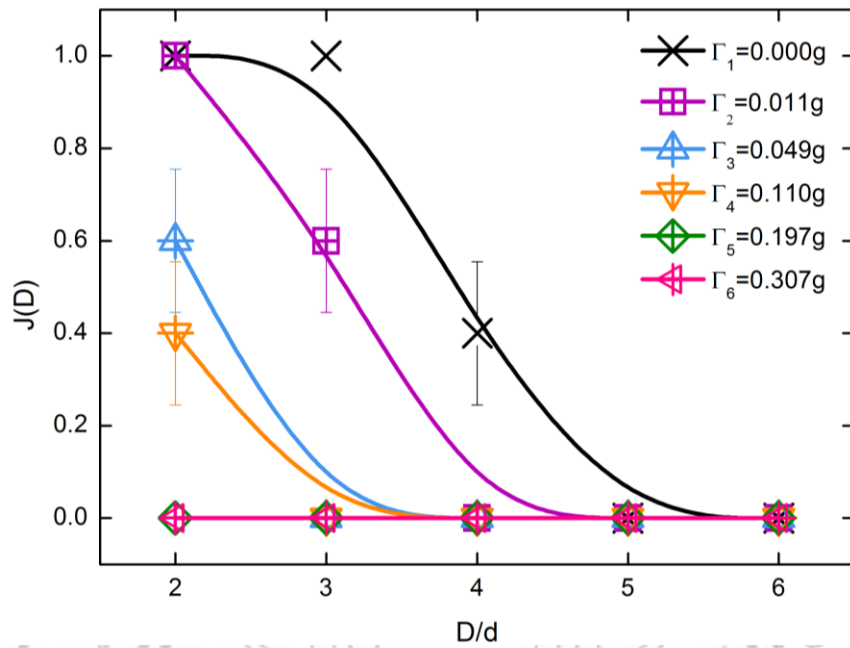




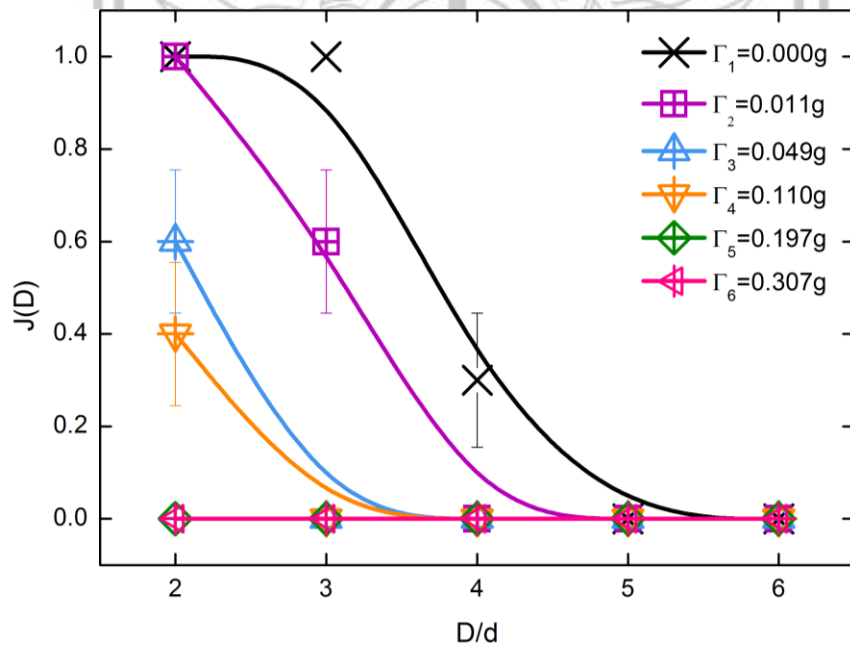
ภาพที่ ค-3(ง) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 40 องศา



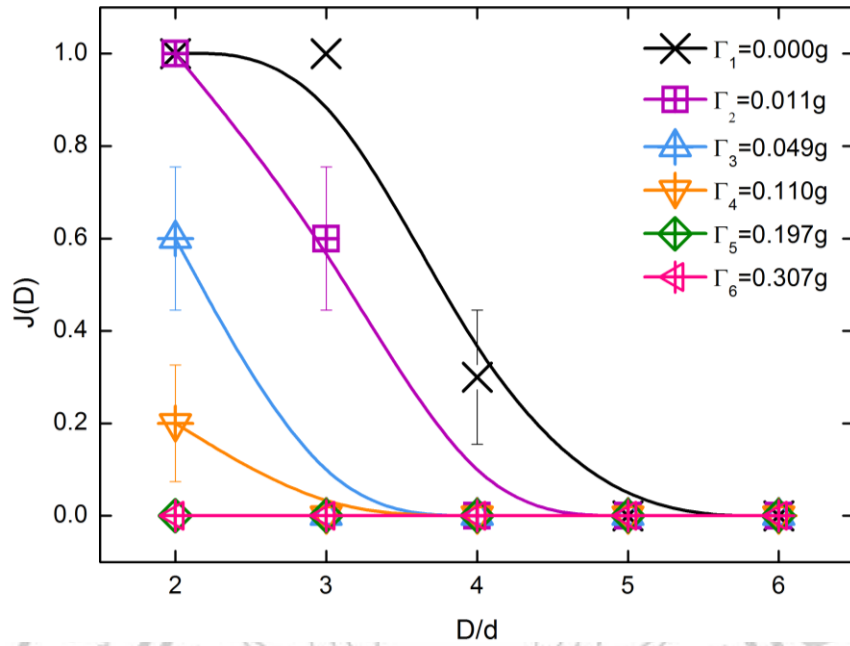
ภาพที่ ค-3(จ) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา



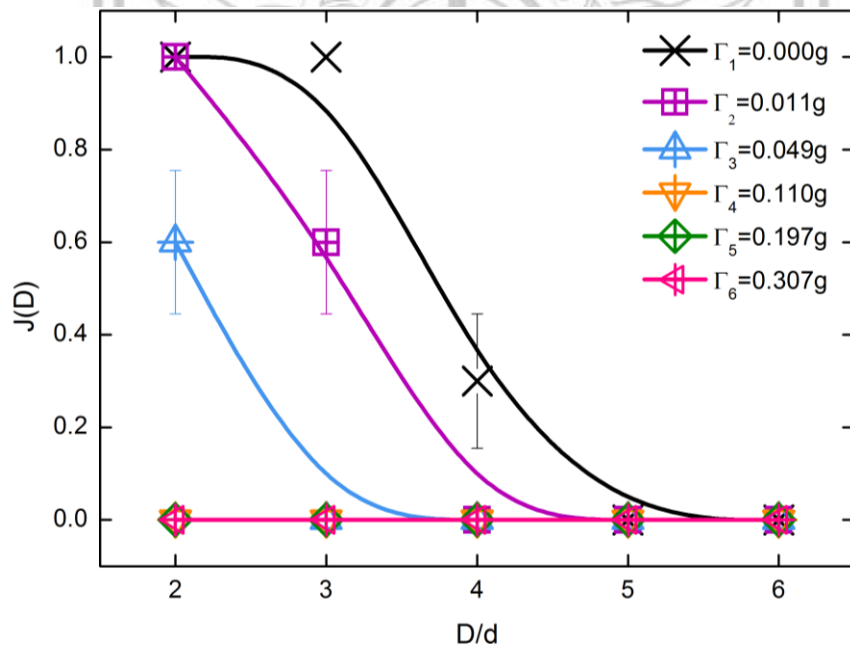
ภาพที่ ค-4(ก) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา



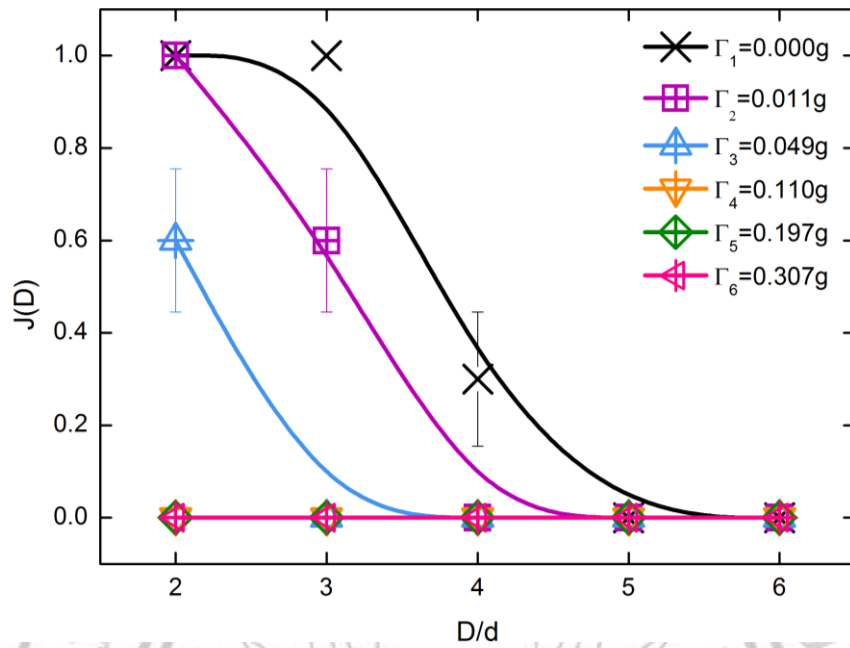
ภาพที่ ค-4(ข) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 20 องศา



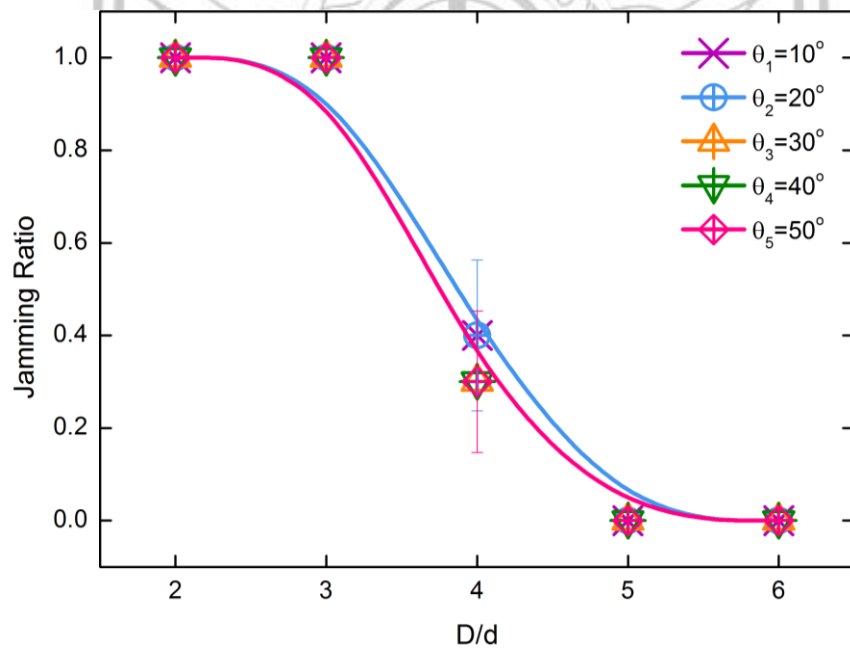
ภาพที่ ค-4(ค) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา



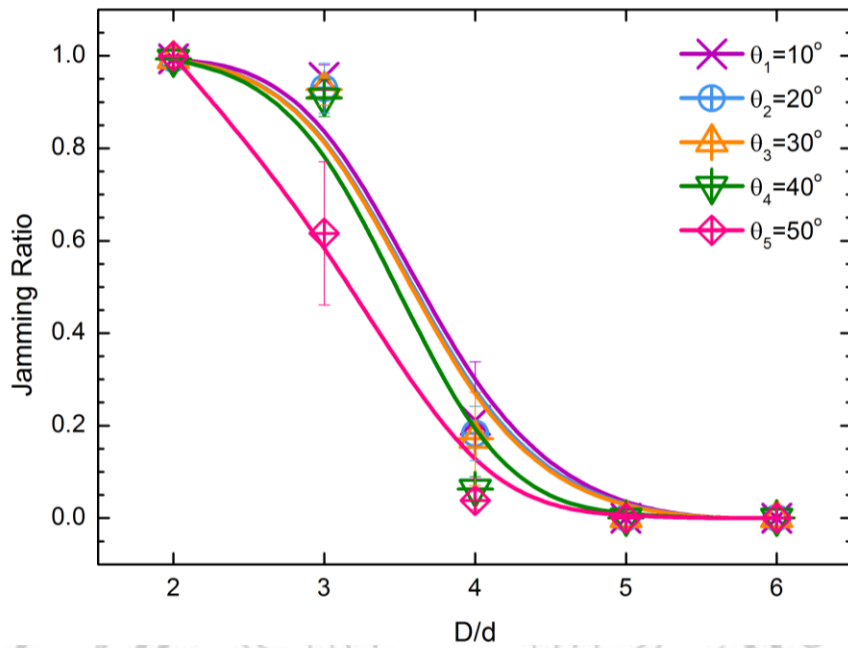
ภาพที่ ค-4(ง) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมสอปเปอร์เท่ากับ 40 องศา



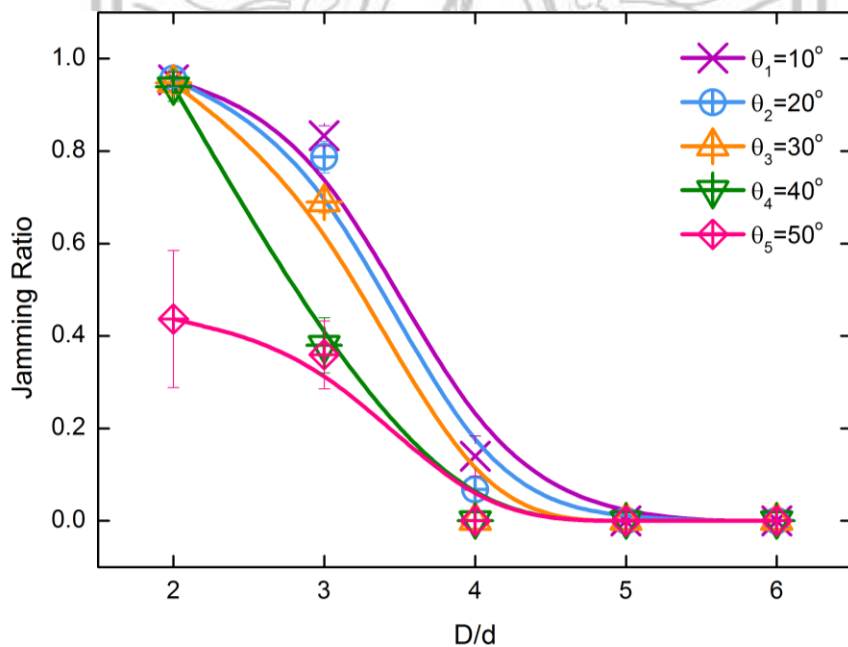
ภาพที่ ค-4(จ) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา



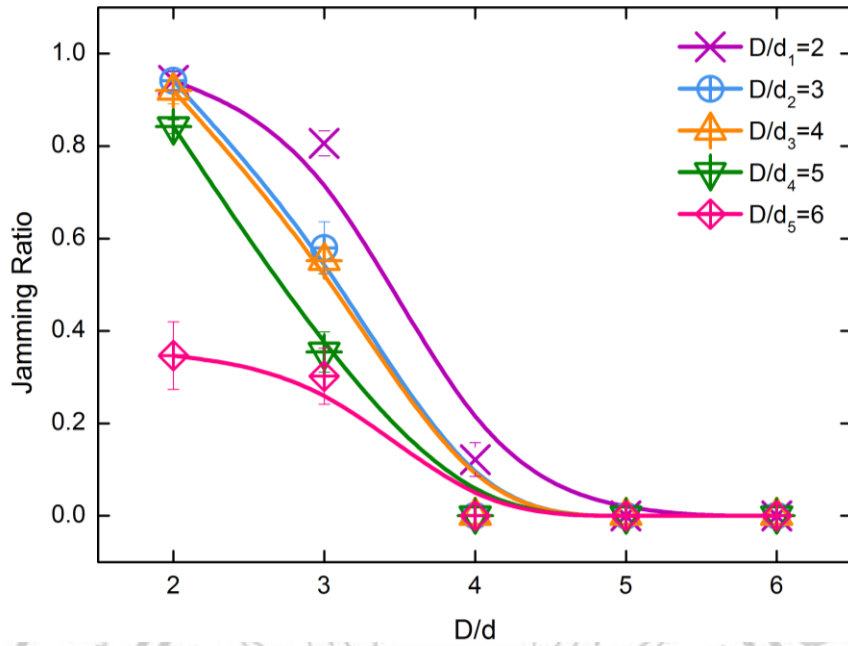
ภาพที่ ค-5(ก) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ



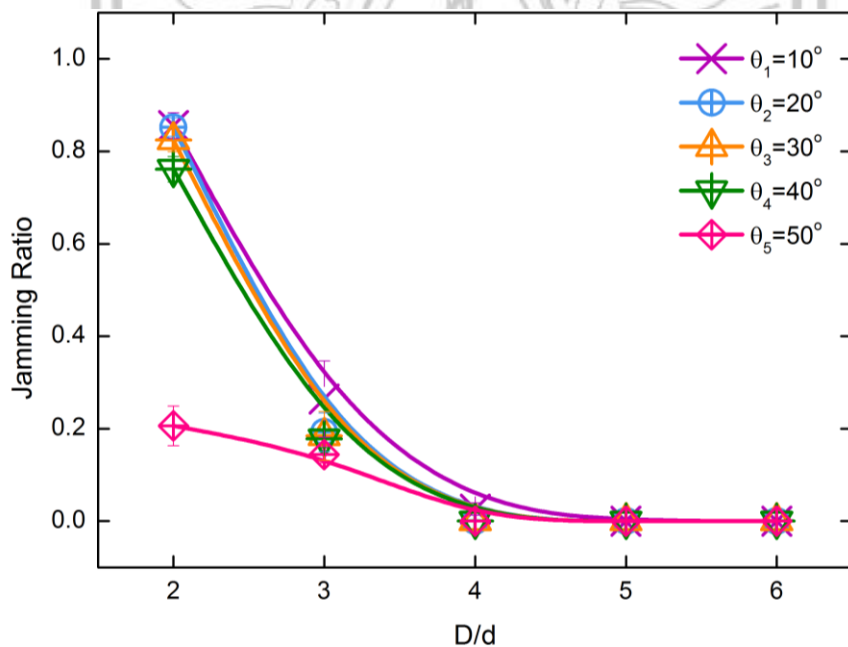
ภาพที่ ค-5(ข) อัตราส่วนการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g



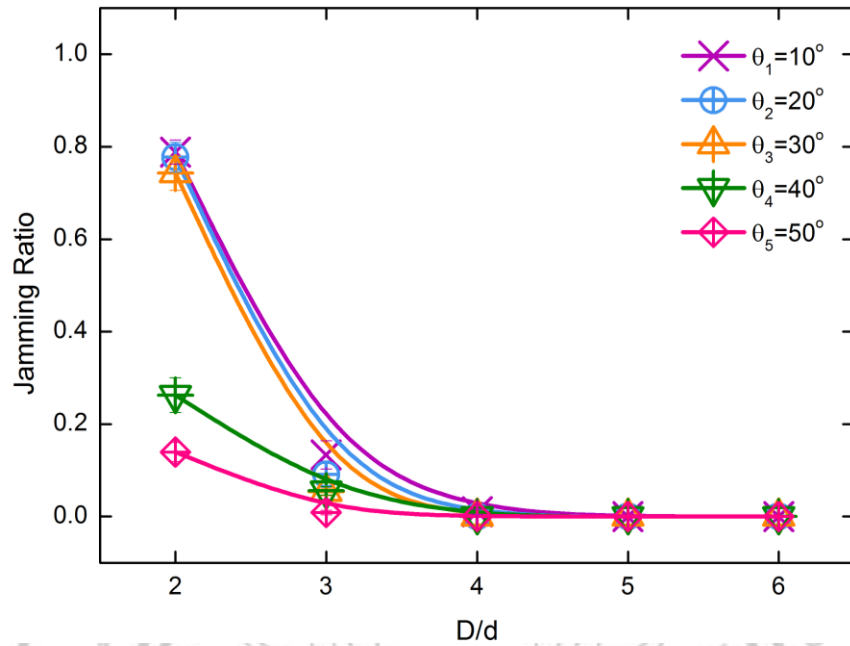
ภาพที่ ค-5(ค) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g



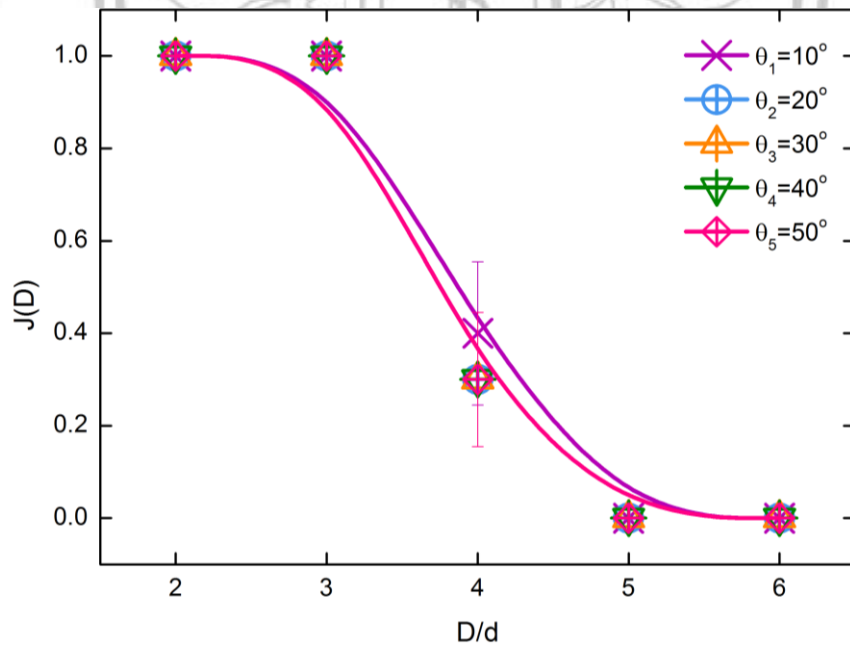
ภาพที่ ค-5(ง) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g



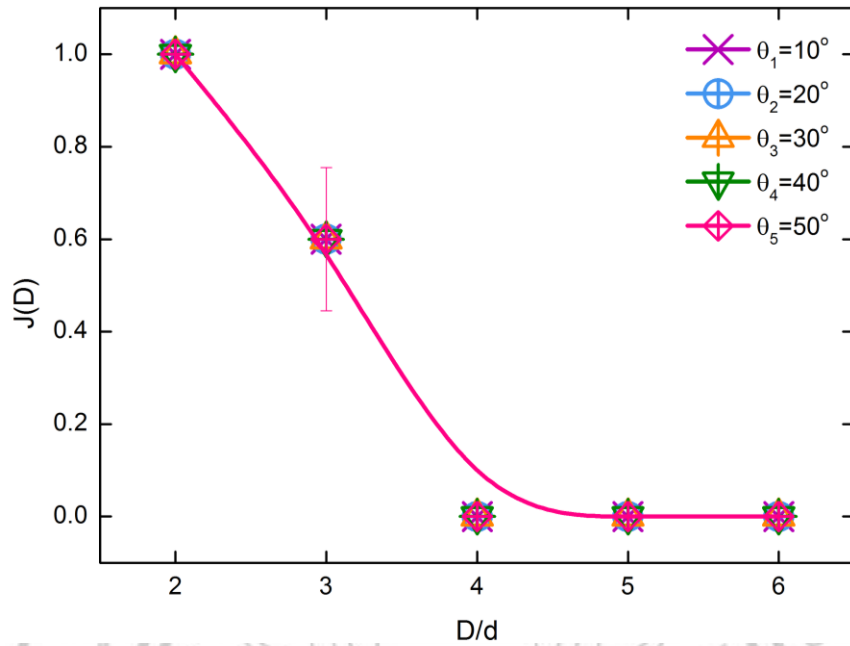
ภาพที่ ค-5(จ) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.197g



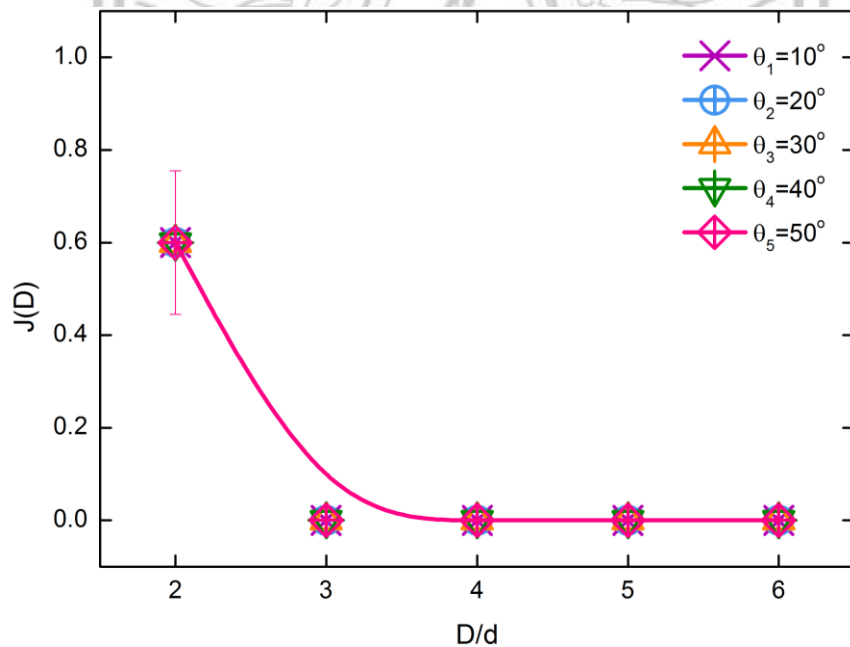
ภาพที่ ๕-5(ข) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงเท่ากับ 0.307g



ภาพที่ ๕-6(ข) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ

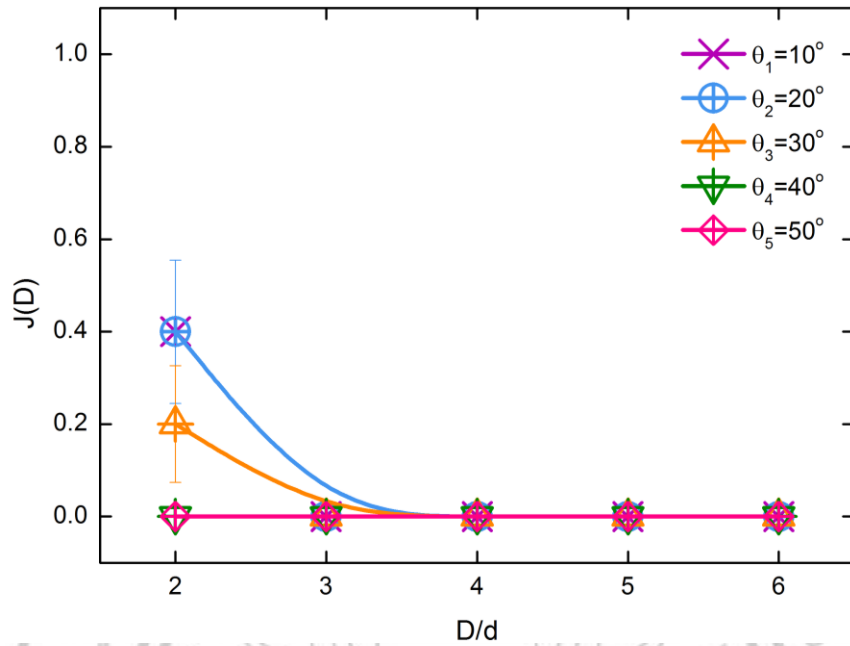


ภาพที่ ก-6(ข) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g

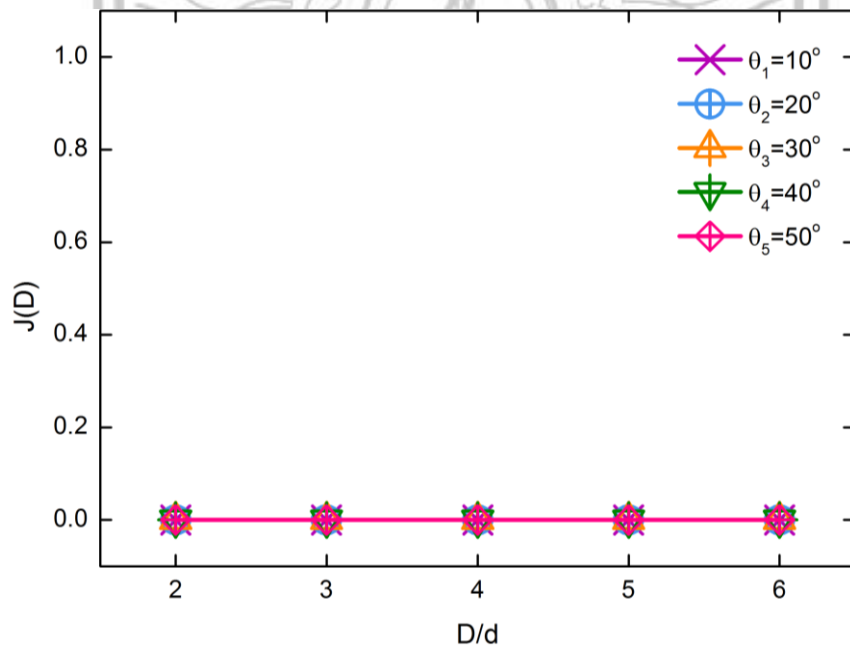


ภาพที่ ก-6(ค) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g

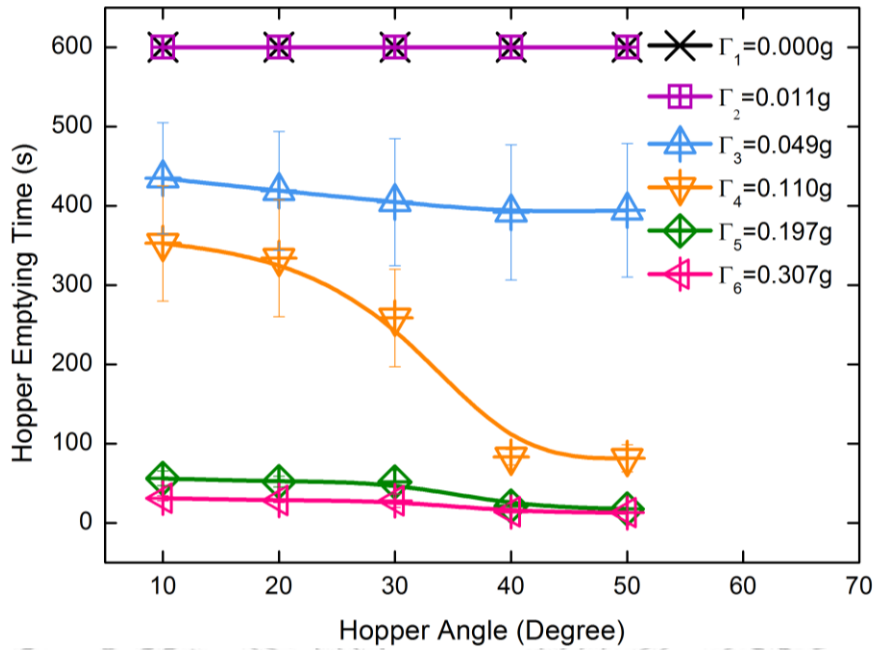




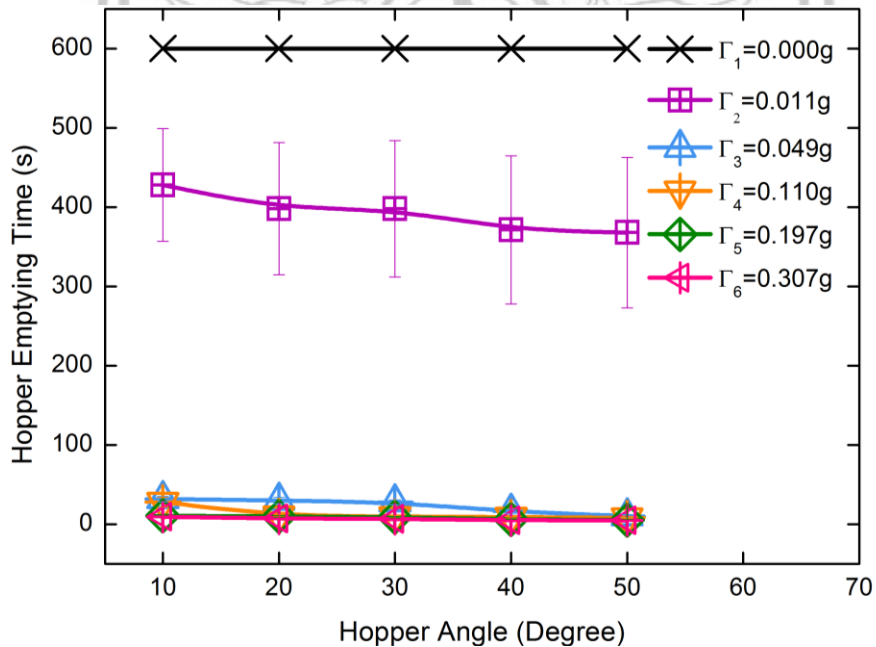
ภาพที่ ค-6(ง) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไรมิตีเท่ากับ 0.110g



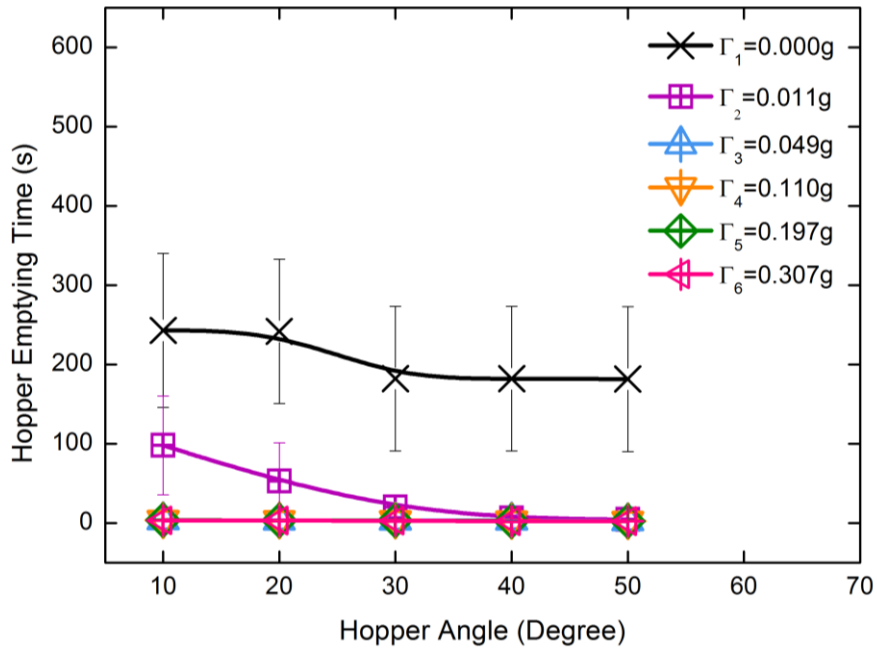
ภาพที่ ค-6(จ) ความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไรมิตีเท่ากับ 0.197g และ 0.307g



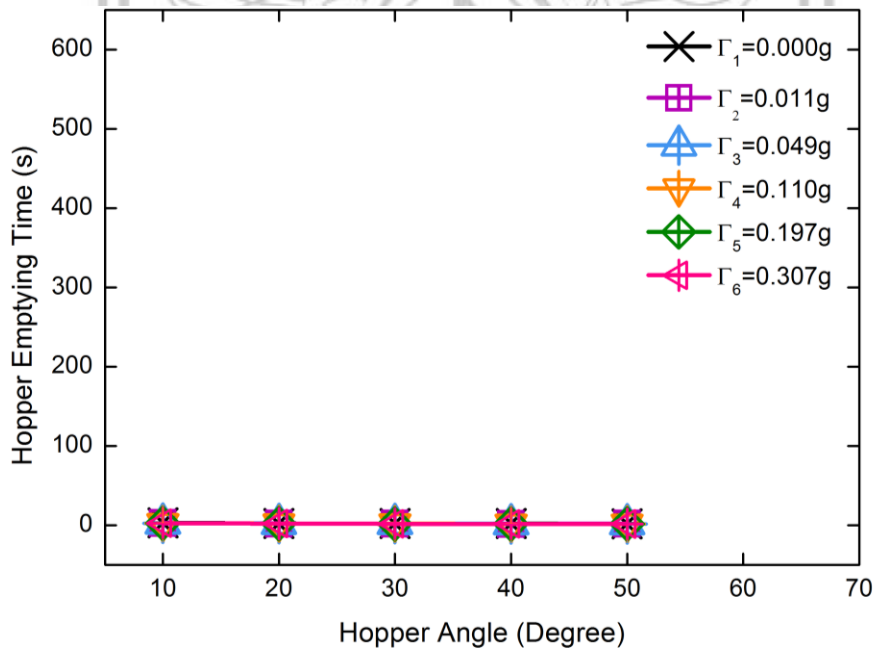
ภาพที่ ค-7(ก) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2



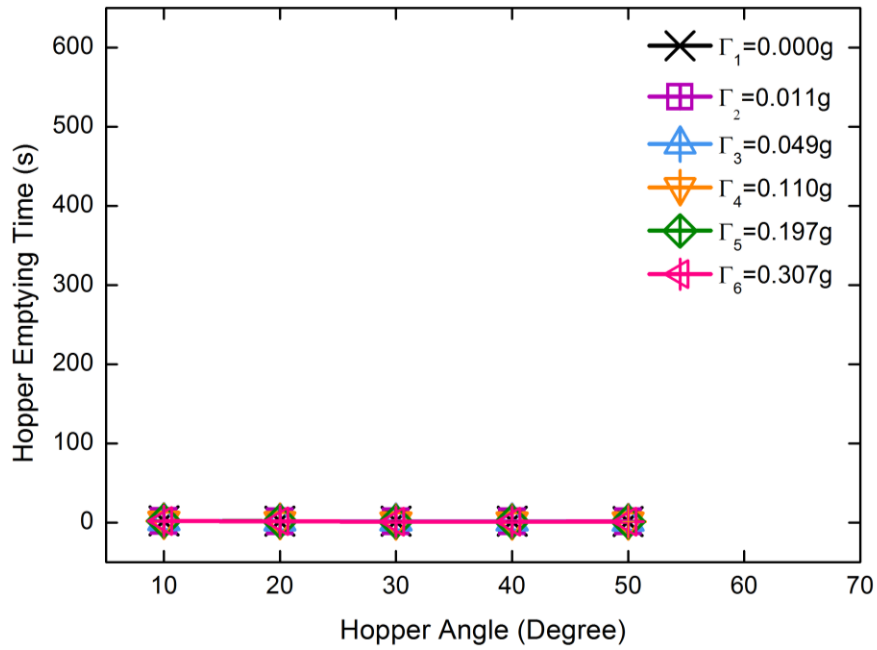
ภาพที่ ค-7(ข) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3



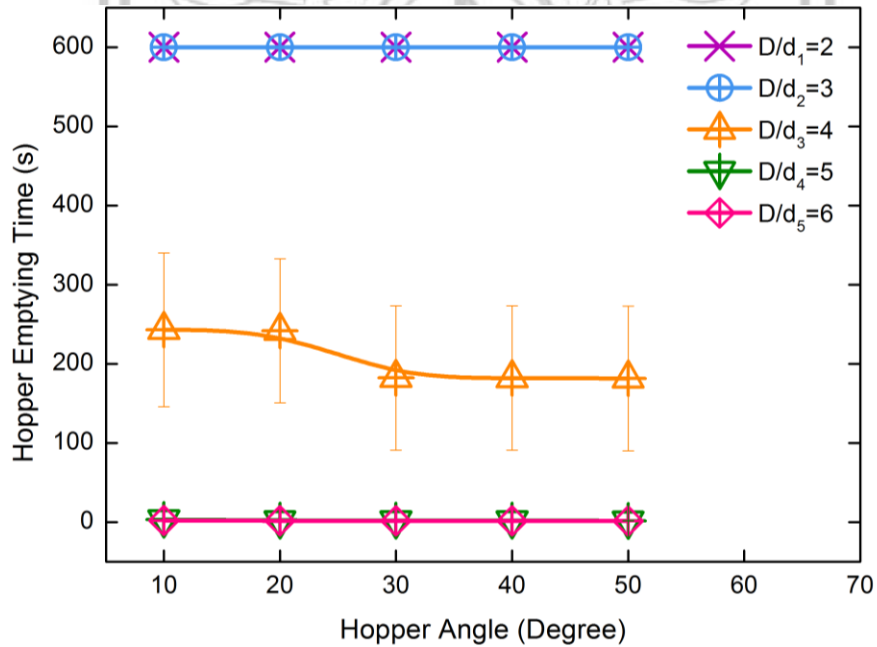
ภาพที่ ค-7(ค) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมสอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 4



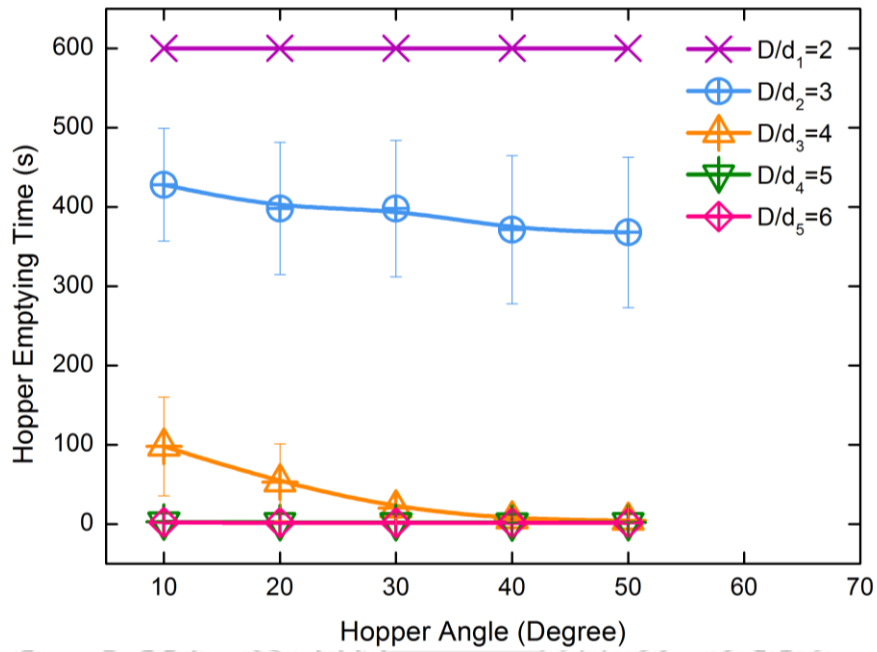
ภาพที่ ค-7(ง) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมสอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 5



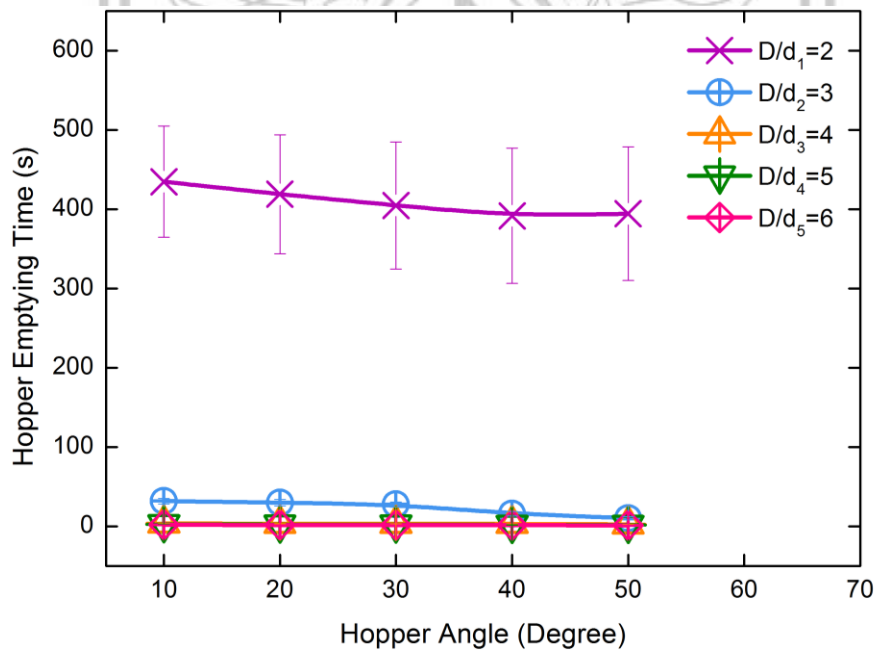
ภาพที่ ค-7(จ) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมสอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยสอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 6



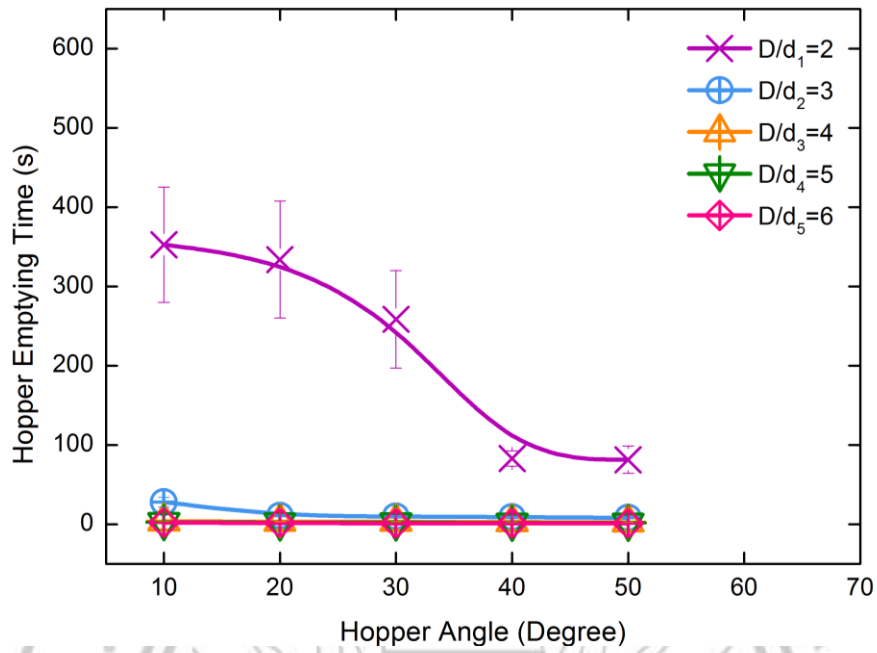
ภาพที่ ค-8(ก) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมสอปเปอร์ เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ



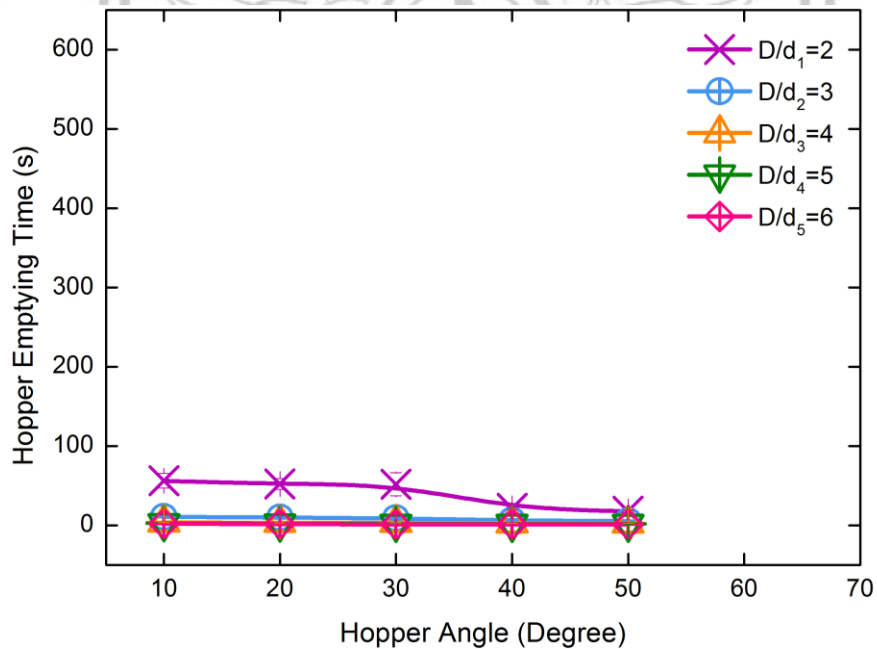
ภาพที่ ๘-๘(ข) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไรรีมิติเท่ากับ 0.011g



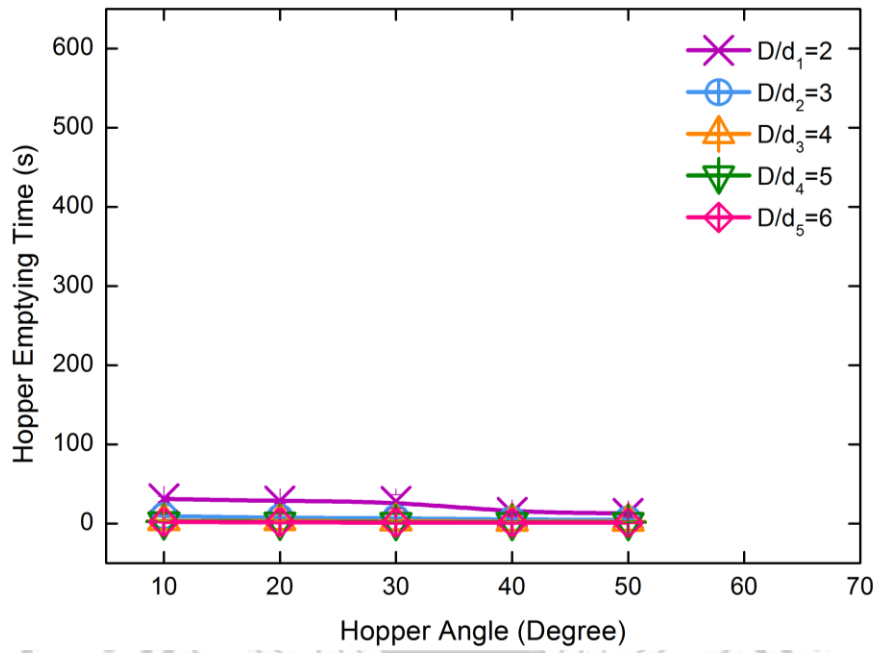
ภาพที่ ๘-๘(ค) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไรรีมิติเท่ากับ 0.049g



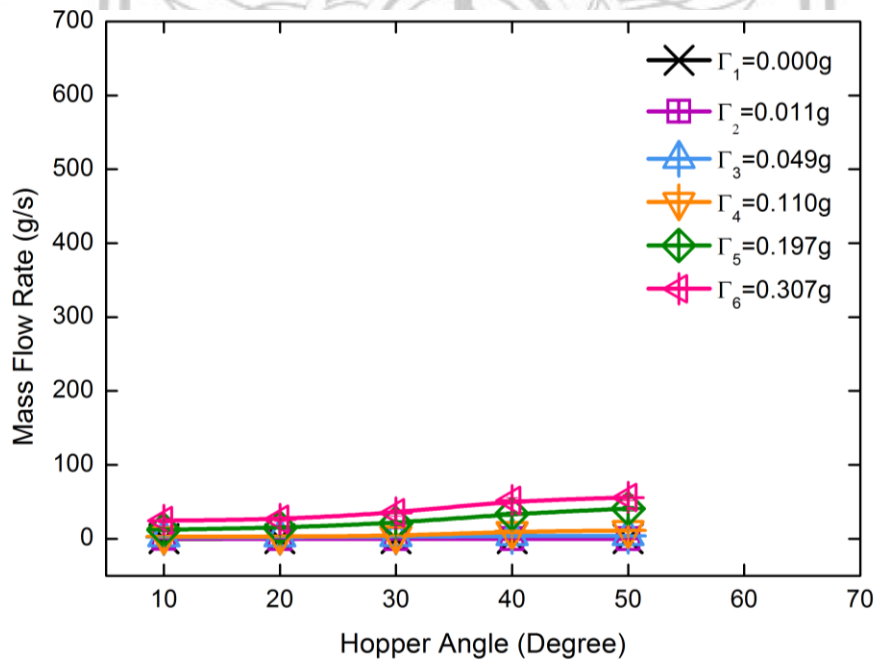
ภาพที่ ๘-๘(ง) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g



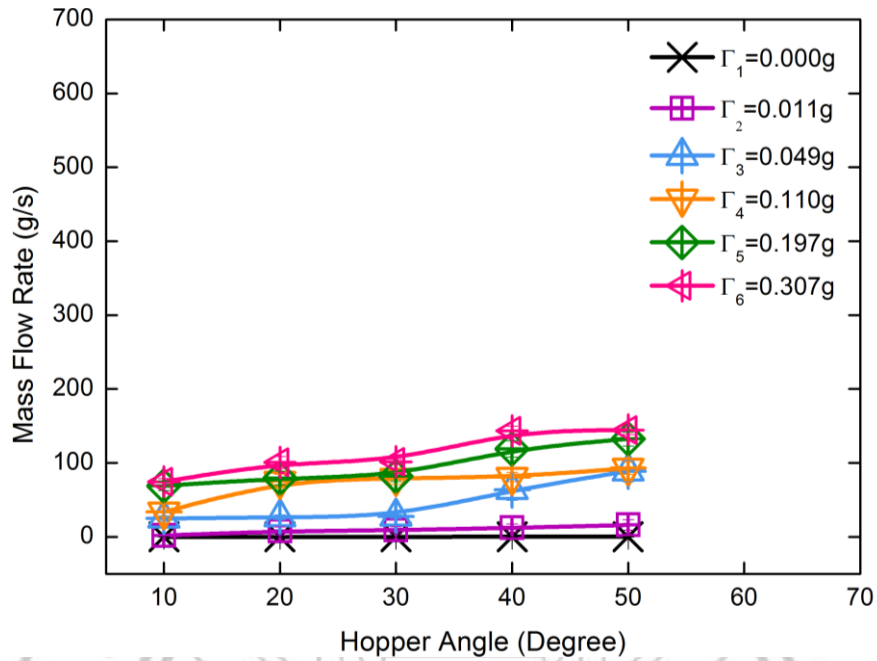
ภาพที่ ๘-๘(จ) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.197g



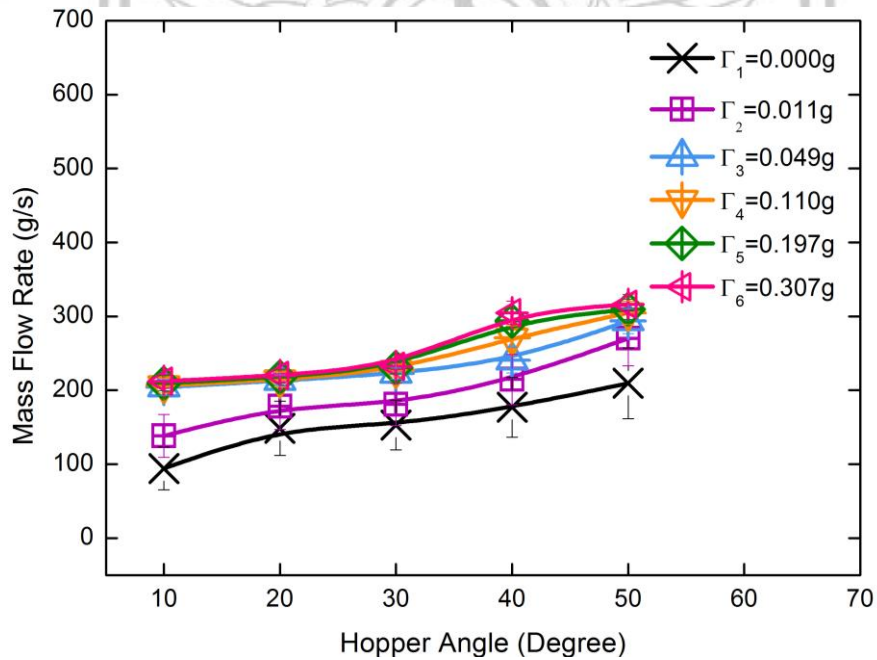
ภาพที่ ๘-๘(จ) เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g



ภาพที่ ๘-๙(ก) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2

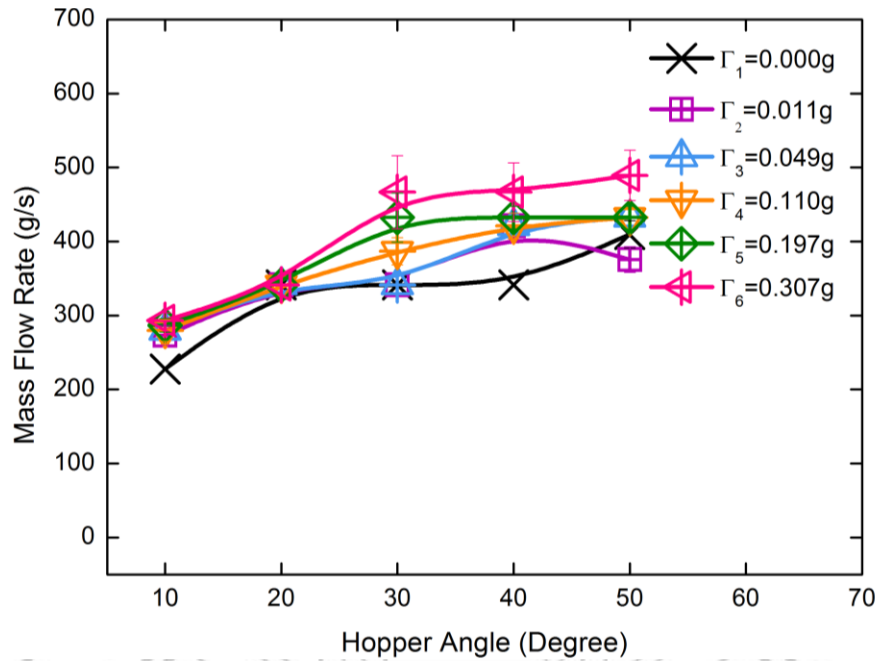


ภาพที่ ค-9(ข) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3

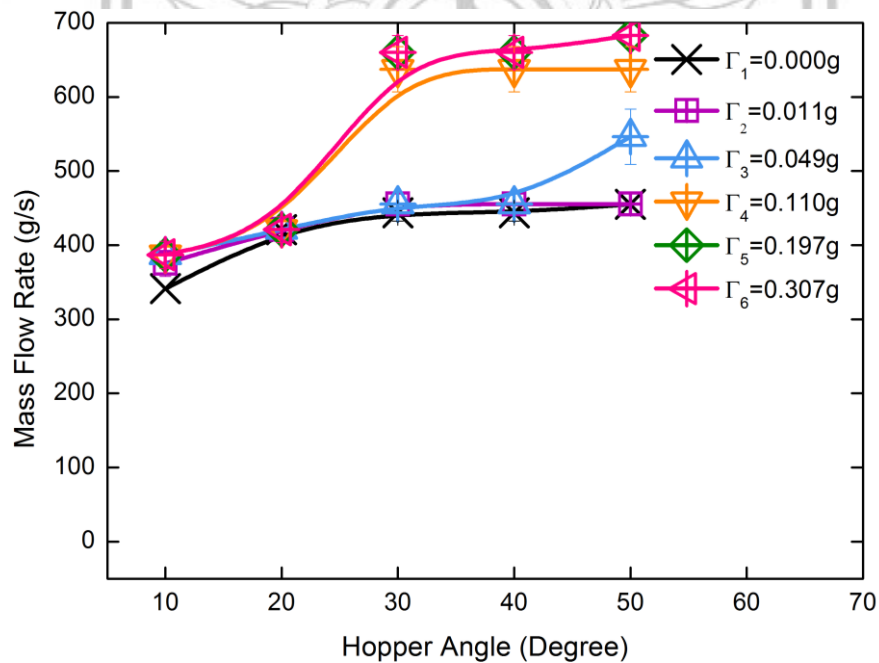


ภาพที่ ค-9(ค) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 4

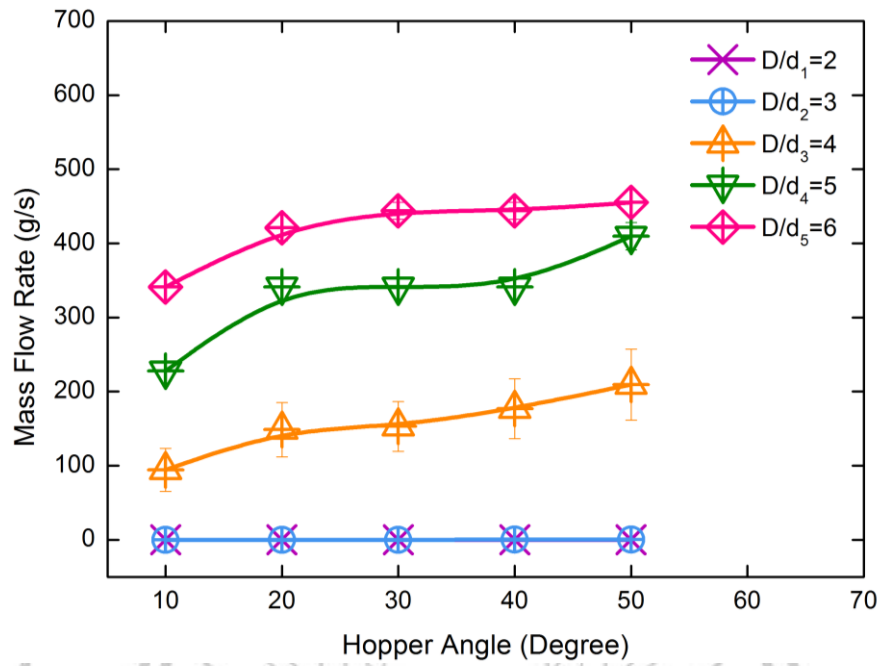




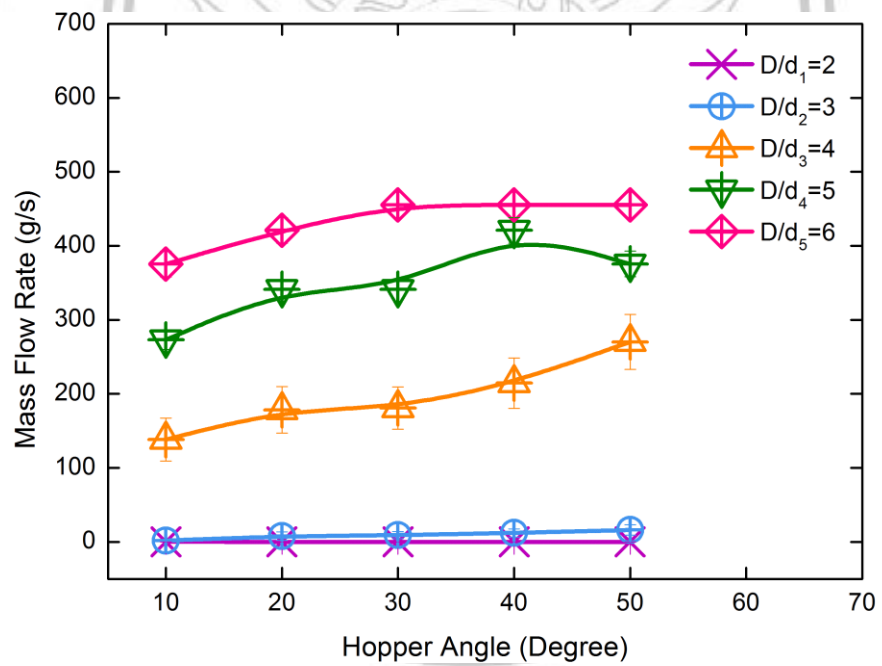
ภาพที่ ค-9(ง) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 5



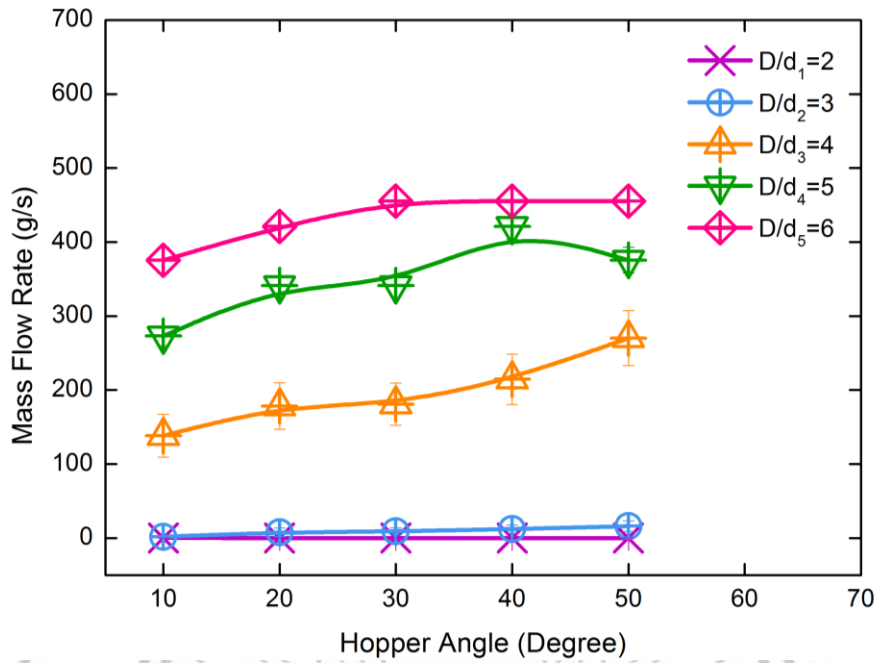
ภาพที่ ค-9(จ) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่ออัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 6



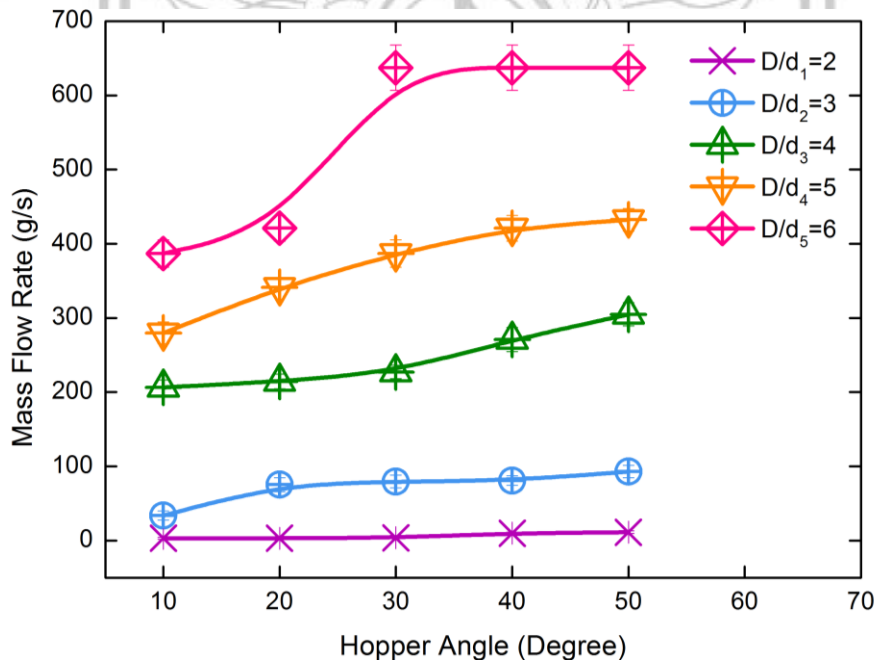
ภาพที่ ค-10(ก) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระ



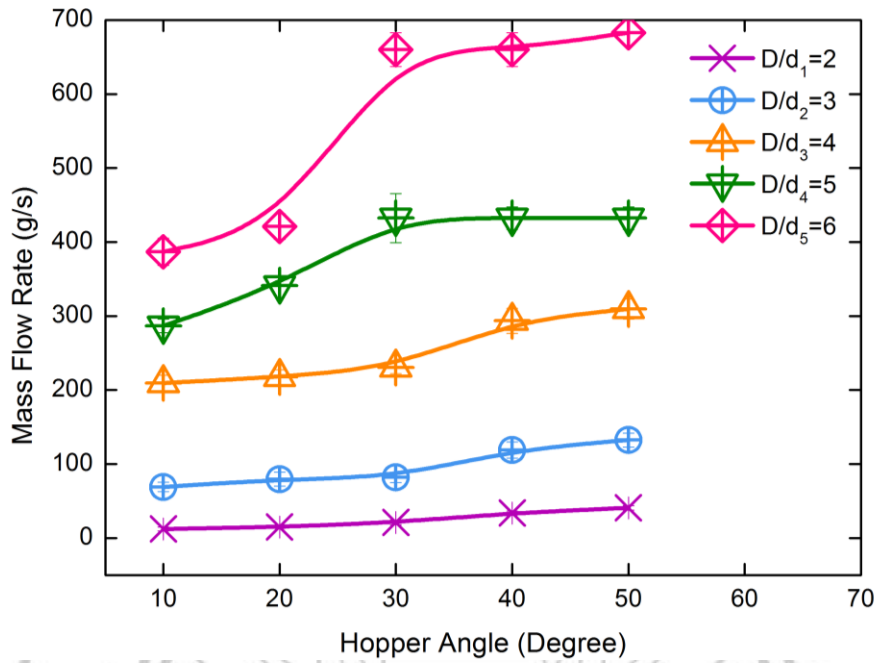
ภาพที่ ค-10(ข) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.011g



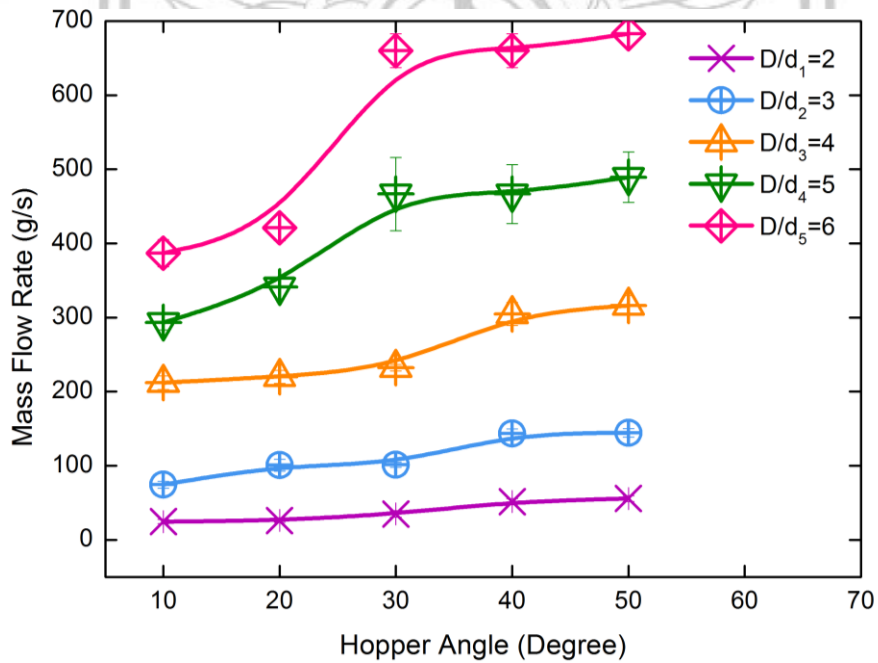
ภาพที่ ค-10(ค) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไรมิตีเท่ากับ 0.049g



ภาพที่ ค-10(ง) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไรมิตีเท่ากับ 0.110g



ภาพที่ ค-10(จ) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.197g



ภาพที่ ค-10(ค) อัตราการไหลมวลและมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบ  
ในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.307g

## ภาคผนวก ง

### บทความวิจัยที่เผยแพร่และตีพิมพ์ในระดับชาติ

ผู้วิจัยได้นำงานวิจัยนี้ไปเผยแพร่โดยนำเสนอผลงานแบบบรรยาย (Oral Presentation) กลุ่มเทคโนโลยีการเกษตรและอาหาร วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เทคโนโลยีอุตสาหกรรมและวิศวกรรม กลุ่ม 1 ในงานการประชุมสัมมนาวิชาการนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติเครือข่ายบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏภาคเหนือ ครั้งที่ 17 “บูรณาการงานวิจัยสู่การพัฒนาท้องถิ่นที่ยั่งยืน” ซึ่งจัดโดยบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม ในวันที่ 21 กรกฎาคม 2560 ณ ศูนย์วัฒนธรรมภาคเหนือตอนล่าง วังจันทน์ ริเวอร์วิว มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม จังหวัดพิษณุโลก และห้องที่นำเสนอคือห้อง 423 หัวข้อที่นำเสนอ คือ ผลของมุมสอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง (Effect of Wedge-Shape Hopper Angle on Jamming of 2D Granular Material under Vertical Vibration) ทั้งนี้บทความจะได้รับการตีพิมพ์ลงในเล่ม proceeding ต่อไป นอกจากนี้ยังได้ทำการเผยแพร่ไปยังวารสารวิทยาศาสตร์บูรพา (Burapha Science Journal) โดยอยู่ในระหว่างกระบวนการพิจารณาของคณะกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิ หัวข้อบทความ คือ การติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้งในสอปเปอร์ 2 มิติ (Jamming of Granular Material under Vertical Vibration in 2-Dimensional Hopper) สำหรับรายละเอียดของกำหนดการนำเสนอผลงานแบบบรรยาย และบทความวิจัยทั้งสองบทความมีดังนี้

การนำเสนอผลงานแบบบรรยาย (Oral Presentation)  
 กลุ่มเทคโนโลยีการเกษตรและอาหาร วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
 เทคโนโลยีอุตสาหกรรมและวิศวกรรม กลุ่ม 1

ห้อง : 423

ผู้ทรงคุณวุฒิ : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอื้อบุญ ที่พึ่ง  
 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รพีพรรณ จันทร์มะณี

เวลา	รหัส	ชื่อบทความ	มหาวิทยาลัย/ สถาบัน	ผู้นำเสนอ
13.00-13.15 น.	O:IE01	การพัฒนาเครื่องอัดแท่งเชื้อเพลิงจากฟางข้าว	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี ราชมงคลล้านนา	นายสมบัติ มงคลชัยชนะ
13.15-13.30 น.	O:IE02	การจัดเส้นทางขนส่งยางแผ่นรมควันของ สหกรณ์กองทุนสวนยางในจังหวัดสตูล	มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา	นางสาวผจงจิต พิจิตบรรจง
13.30-13.45 น.	O:IE03	การใช้เศษแก้วเพื่อลดความพรุนตัวของผลิตภัณฑ์ เครื่องปั้นดินเผาบ้านทุ่งหลวง ตำบลทุ่งหลวง อำเภอคีรีมาศ จังหวัดสุโขทัย	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูล สงคราม	นางรัชฎาภรณ์ พัฒนะ สงคราม
13.45-14.00 น.	O:IE04	วงจรถ่ายสัญญาณสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม โหมดกระแสแบบเอาต์พุตคู่ที่สามารถควบคุมได้ ด้วยวิธีทางอิเล็กทรอนิกส์	มหาวิทยาลัยศิลปากร	ดร.ภมร ศิลพาน์
14.00-14.15 น.	O:SC01	ผลของมุมออปเปอร์รูปลิ้มต่อการติดขัดของวัสดุ เนื้อ 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่	นางสาวตะวันฉาย ดุงคะนาค
14.15-14.30 น.	O:SC02	การสร้างสื่อแผนที่ท่องเที่ยว โดยการใช้ เทคโนโลยี Augmented Reality เพื่อส่งเสริม การท่องเที่ยว อำเภอเชียงของ จังหวัดเชียงราย	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย	นายคมกฤษ จิระบุตร
14.30-14.45 น.	O:SC03	การเปรียบเทียบการระบุภาพโดยใช้เทคนิคการ แบ่งส่วนภาพด้วยขอบ และเทคนิคการ ประมวลผลภาพด้วยสปีน Matlab	มหาวิทยาลัยนครสวรรค์	นายพุดนั ภาณุวนิชชากร
14.45-15.00 น.	O:SC04	การศึกษาโครงสร้างโพลีเมอร์คริสตัลในแมลงดั่ง ขาไต่ Carvedon serratus Olivier เพศเมีย	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูล สงคราม	ดร.ฐิติพร เจาะจง
15.00-15.15 น.	O:SC05	เครื่องบอกระยะการสุกของมะม่วงโดยแก๊ส เซ็นเซอร์โลหะออกไซด์	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูล สงคราม	นายวสุ พันไพศาล
15.15-15.30 น.	O:SC06	การพัฒนาชุดการทดลองเรื่องอุปกรณ์ อิเล็กทรอนิกส์ และวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่	อ.ดร.ชนเชษฐ์ วิชาติศิลป์



ผลของมุมฮอปเปอร์รูปสามเหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง  
 Effect of Wedge-Shape Hopper Angle on Jamming of 2D Granular Material  
 under Vertical Vibration

ตะวันฉาย ตุงคะนาคร<sup>1</sup> เสรี ปานซาง<sup>2</sup> และภาณุพัฒน์ ชัยวร<sup>3\*</sup>

<sup>1,3</sup>ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

<sup>2</sup>ภาควิชาคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสามเหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง อนุภาคทรงกระบอกที่เลือกใช้ในการทดลองจะเป็นไม้เนื้อแข็ง ผิวของวัสดุเม็ดเรียบและแห้ง จำนวน 350 อนุภาค จะถูกนำมาจัดเรียงแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์ที่ขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 – 50 องศาและขนาดช่องปล่อย 2 และ 3 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด จากนั้นปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระ และสั่นในแนวตั้ง โดยใช้ค่าความเร่งไร้มิติ 5 ค่าในช่วง 0.011g – 0.307g ผลการทดลองพบว่าค่าความเร่งไร้มิติและขนาดมุมฮอปเปอร์ยิ่งมีค่ามาก จะทำให้อัตราส่วนการติดขัดยิ่งน้อยลง เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดลดลงและทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้น

**คำสำคัญ :** วัสดุเม็ด การติดขัด ฮอปเปอร์ การสั่นแนวตั้ง

**Abstract**

This study aims to investigate the effect of wedge-shape hopper angle on jamming of 2D granular material under vertical vibration. The cylindrical particles used in the experiment made from hardwood with smooth and dry surface. There were 350 particles which randomly placed inside the hopper at the hopper angle of 10 – 50 degrees and the size of hopper opening had 2 and 3 times larger than the granular material's diameter. The granular material was freely flowed and vertical vibrated with 5 values of dimensionless vibration acceleration ranged from 0.011g – 0.307g. The result has illustrated that the higher dimensionless vibration acceleration and the hopper angle, the lesser jamming ratio and hopper emptying time and this led to the higher mass flow rate.

**Keywords:** granular materials, jamming, hopper, vertical vibration

## บทนำ

วัสดุเม็ดคือกลุ่มของอนุภาคของแข็งที่ระหว่างอนุภาคแทรกด้วยของไหล เช่น น้ำหรืออากาศ (Cambou et al., 2009) เราสามารถพบวัสดุเม็ดได้ทั่วไปตามธรรมชาติและถูกนำมาใช้เป็นวัตถุดิบในอุตสาหกรรมต่าง ๆ อย่างมากมาย นับเป็นเวลาหลายพันปีมาแล้วที่ฮอปเปอร์ได้ถูกนำมาใช้เพื่อป้องกันและเก็บรักษาผลผลิตทางการเกษตร และต่อมาได้พัฒนามาสู่การทำเป็นอุตสาหกรรม ทั้งนี้หนึ่งในปัญหาหลักในการใช้ฮอปเปอร์คือวัสดุเม็ดเกิดการติดขัด ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่พบได้บ่อย ดังนั้นจึงได้มีความพยายามอย่างมากในการศึกษาปัจจัยที่ก่อให้เกิดพฤติกรรมดังกล่าวเพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น โดยมีการศึกษาที่ผ่านมามพบว่าพฤติกรรมการไหลออกจากฮอปเปอร์สัมพันธ์กับทั้งรูปแบบการไหลที่ซับซ้อนของวัสดุเม็ดภายในฮอปเปอร์และคุณสมบัติของฮอปเปอร์ (Cheng, 2012) สำหรับการติดขัดนั้น Liu และ Nagel (1998) ได้นิยามไว้ว่า “การติดขัดคือสถานะที่วัสดุเม็ดที่ไหลเกิดการหยุดนิ่ง” ในการเคลื่อนที่และการติดขัดของวัสดุเม็ดได้รับอิทธิพลมาจากปัจจัย เช่น การผลักกันด้วยความเกะกะ (Steric repulsions) อันเป็นผลจากรูปทรงของวัสดุเม็ด แรงเสียดทาน (Friction forces) เป็นผลจากสมบัติของผิววัสดุเม็ด และธรรมชาติทางเคมีของวัสดุเม็ด และแรงเชื่อมแน่น (Cohesive forces) ที่ถูกเหนี่ยวนำให้เกิดได้จากสะพานของเหลว (Liquid bridges) อย่างไรก็ตามมีการศึกษาที่พบว่า การสั่นสามารถปรับปรุงให้การไหลของวัสดุเม็ดดีขึ้นได้ ไม่ว่าจะเป็นการสั่นเฉพาะที่หรือทั้งระบบ (Mankoc et al., 2009) แต่การศึกษาโดยใช้การสั่นยังคงมีน้อย ยังไม่มีการให้ข้อมูลที่แน่ชัดและอธิบายได้อย่างครอบคลุม จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาปัจจัยเรื่องมุมของผนังฮอปเปอร์ที่มีผลต่อพฤติกรรมการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่น

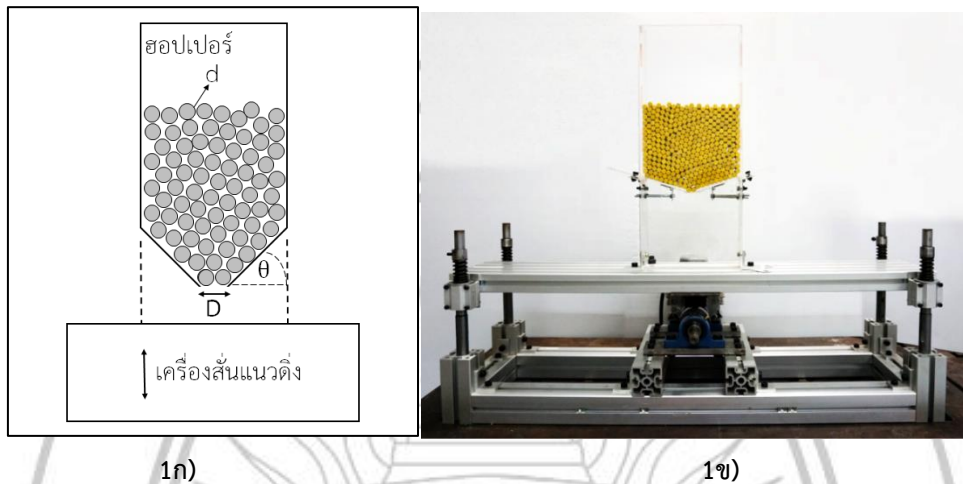
จากที่กล่าวมาข้างต้น ในงานวิจัยนี้จึงทำการทดลองเพื่อศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปลิ้มต่อการติดขัดของวัสดุเม็ด 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง โดยใช้ค่าความเร่งไร้มิติหลายค่า โดยงานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของสาขาการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นของฟิสิกส์ในวัสดุเม็ด ซึ่งในประเทศไทยมีผู้ที่สนใจและศึกษาในสาขานี้ค่อนข้างน้อย ผู้วิจัยคาดหวังว่างานวิจัยนี้จะสนับสนุนและสร้างองค์ความรู้ใหม่แก่สาขานี้ อีกทั้งหวังว่าจะสามารถนำไปประยุกต์ให้เกิดประโยชน์ต่อไปในอนาคต

## วิธีดำเนินการวิจัย

อนุภาคทรงกระบอกของวัสดุเม็ดที่ใช้ทำมาจากไม้เนื้อแข็งมีค่าความหนาแน่นเท่ากับ  $0.414 \text{ kg/m}^3$  ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $d$ ) 10 มิลลิเมตร แต่ละชั้นมีความยาว 6 เซนติเมตร ผิวของวัสดุเม็ดเรียบและแห้ง มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวไม้เท่ากับ  $0.254 \pm 0.076$  และมีจำนวน 350 อนุภาค ส่วนภาชนะที่ใช้ในการบรรจุวัสดุเม็ดคือฮอปเปอร์รูปลิ้มเพื่อให้เหมาะสมกับการทดลองการติดขัดใน 2 มิติและวัสดุเม็ดเกิดการไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมดหรือวัสดุที่อยู่ในฮอปเปอร์จะเคลื่อนที่ไปทั้งหมดทุกๆ ตำแหน่งตลอดพื้นที่หน้าตัด ไม่เกิดบริเวณที่มีวัสดุเม็ดตกค้าง ฮอปเปอร์ทำมาจากวัสดุอะคริลิกใส ในส่วนของส่วนบนรูปทรงกระบอกจะมีขนาดคงที่ คือ มีความกว้าง 200 มิลลิเมตร ความสูง 300 มิลลิเมตร และความหนา 6 มิลลิเมตรและใช้การเลื่อนปรับขนาดมุมฮอปเปอร์ ( $\theta$ ) และขนาดช่องปล่อย ( $D$ ) ตามต้องการ คือ 2 และ 3 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ( $d$ )



ในการทดลองจะเริ่มจากการปรับขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ แล้วจัดเรียงอนุภาควัสดุเม็ดทั้งหมดลงในฮอปเปอร์ให้อยู่ในสภาวะเริ่มต้นก่อนการทดลอง แล้วทำการปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระพร้อมบันทึกภาพวิดีโอ



รูปที่ 1 ระบบการทดลอง 1ก) แผนภาพระบบการทดลอง โดย  $d$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด  $D$  คือขนาดช่องปล่อย ฮอปเปอร์ และ  $\theta$  คือขนาดมุมฮอปเปอร์ 1ข) ตัวอย่างสภาวะเริ่มต้นก่อนการทดลอง

จากนั้นเตรียมการทดลองเช่นเดิมแต่เปลี่ยนเป็นนำไปวางบนเครื่องสั่นแนวตั้งและสั่นระบบด้วยค่าความเร่งไร้มิติ (The dimensionless vibration acceleration:  $\Gamma$ ) ในช่วง  $0.011g \leq \Gamma \leq 0.307g$  จำนวน 5 ค่า เวลาที่ใช้ในการสั่นวัสดุเม็ดคือ 10 นาที หรือ 600 วินาที ทำการทดลองจนครบทุกขนาดมุม ฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อย ฮอปเปอร์พร้อมทดลองซ้ำกรณีละ 3 ครั้ง โดยเครื่องสั่นแนวตั้งนี้อาศัยหลักการทำงานคือเป็นการสั่นสะเทือนทางกลที่ใช้ลูกเบี้ยวเป็นตัวบังคับให้ระบบที่การสั่นในรูปแบบคลื่นของชานนึ่งดังสมการที่ (1) โดยที่ค่าแอมพลิจูดคงที่เท่ากับ 5 มิลลิเมตร

$$y(t) = A \sin(2\pi f t) = A \sin(\omega t) \quad (1)$$

เมื่อ  $A$  คือแอมพลิจูดในการสั่น (เมตร)  $f$  คือความถี่ในการสั่น (รอบต่อวินาที)  $\omega$  คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที) และ  $t$  คือเวลาที่ใช้ในการสั่น ทั้งนี้ค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นเป็นปริมาณที่มีตัวแปรสำคัญคือความถี่ในการสั่นและแอมพลิจูดในการสั่น (Hunt et al., 1999) มีความสัมพันธ์ดังสมการที่ (2)

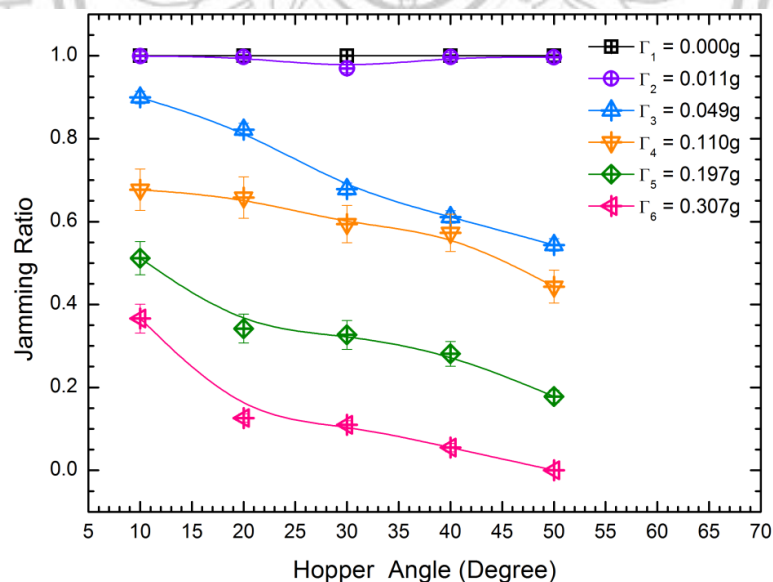
$$\Gamma = \frac{A(2\pi f)^2}{g} = \frac{A\omega^2}{g} \quad (2)$$

เมื่อ  $g$  คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 9.81 เมตรต่อวินาที<sup>2</sup>

เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลออกจากฮอปเปอร์ วัสดุเม็ดอาจเกิดการไหลออกหมดหรือเกิดการอุดตันขึ้น (Clogging) และเมื่อทำการสั่นแนวตั้งแก่ระบบ อนุภาควัสดุเม็ดจะเกิดการสั่นขึ้นลงร่วมด้วย จะนับการเคลื่อนที่ขึ้นและลงเป็น 1 รอบ จะแปรผลในรูปของอัตราส่วนการติดขัด (Jamming ratio) ซึ่งคำนวณจากจำนวนรอบการสั่นที่เกิดการติดขัดต่อจำนวนรอบการสั่นทั้งหมดจนวัสดุเม็ดไหลออกหมด ดังนั้นอัตราส่วนการติดขัดจึงมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่ง 0 หมายถึง วัสดุเม็ดไม่เกิดการติดขัดทุกรอบการสั่นและ 1 หมายถึง วัสดุเม็ดเกิดการติดขัดทุกรอบการสั่น ในกรณีที่ปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระกำหนดให้หากวัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้โดยไม่เกิดการอุดตัน ค่าอัตราส่วนการติดขัดจะเท่ากับ 0 และหากไหลแล้วเกิดการอุดตัน อัตราส่วนการติดขัดจะมีค่าคือ 1 จากนั้นทำการหาเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมด รวมทั้งอัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate) ซึ่งคืออัตราส่วนของมวลต่อเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมด สำหรับกรณีที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดจะใช้เวลาที่สังเกตสูงสุดแทนนั่นคือ 600 วินาที จากนั้นนำผลที่ได้มาเขียนในรูปของกราฟความสัมพันธ์และวิเคราะห์เปรียบเทียบกันต่อไป

#### ผลการวิจัย

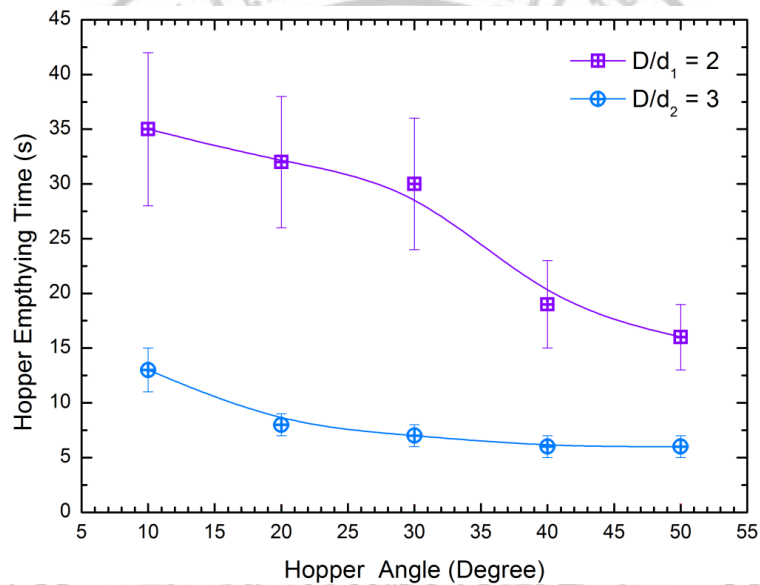
เมื่อทำการปล่อยให้วัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์ทุกกรณีจนกระทั่งเกิดการไหลออกหมดหรือในกรณีที่มีการอุดตัน เกิดขึ้นเป็นเวลานานสูงสุด 600 วินาที ด้วยการปล่อยให้ตกอย่างอิสระและความเร่งโน้มถ่วงทั้งหมด 5 ค่า และขนาดมุมฮอปเปอร์ 5 ค่า ผลการศึกษาอัตราส่วนการติดขัด เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมด และอัตราการไหลเชิงมวล มีดังต่อไปนี้



รูปที่ 2 อัตราส่วนการติดขัดของวัสดุเม็ดและขนาดมุมฮอปเปอร์

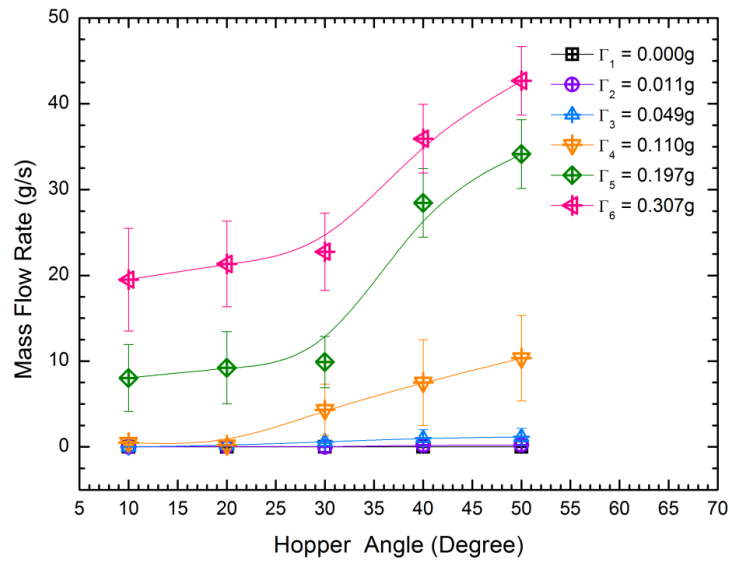
ที่อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 3

จากรูปที่ 2 แสดงให้เห็นว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระหรือสั่นด้วยค่าความเร่งไร้มิติ 0.011g อัตราส่วนการติดขัดมีค่าประมาณ 1 ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ คือมีการติดขัดเกือบทั้งหมดในทุกรอบการสั่น เมื่อสั่นโดยใช้ค่าความเร่งไร้มิติมากขึ้นที่มุมฮอปเปอร์เดียวกันพบว่าทำให้อัตราส่วนการติดขัดลดลง และภายใต้การสั่นด้วยค่าความเร่งไร้มิติที่เท่ากัน แต่เปลี่ยนขนาดมุมฮอปเปอร์ในช่วง 10 ถึง 50 องศาแล้วพบว่า เมื่อใช้ค่าความเร่งไร้มิติค่าตั้งแต่ 0.049g เป็นต้นไป ขนาดมุมฮอปเปอร์ยิ่งมากจะมีผลทำให้อัตราส่วนการติดขัดยิ่งลดลงตาม ดังนั้นการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์และค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งนั้นทำให้อัตราส่วนการติดขัดลดลงได้



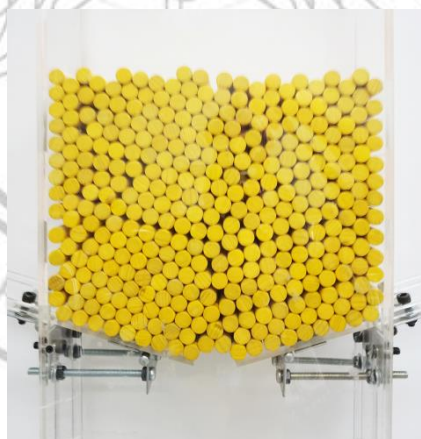
รูปที่ 3 เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดและขนาดมุมฮอปเปอร์ภายใต้การสั่นด้วยความเร่งไร้มิติ 0.011g

จากรูปที่ 3 แสดงว่าเมื่อสั่นระบบด้วยค่าความเร่งไร้มิติ 0.011g ที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ที่มุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะมีค่าสูงที่สุดคือ 35 วินาที เมื่อมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะลดลงตาม ต่อมาเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เพิ่มขึ้นเป็น 3 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด การเพิ่มมุมฮอปเปอร์ทำให้เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดลดลงเช่นกัน โดยเวลาที่วัสดุใช้ในการไหลออกหมดที่ช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 3 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดและมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 องศา น้อยกว่าที่ช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 2 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดและมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 50 องศา อีกทั้งเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดน้อยที่สุดคือเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 3 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดและมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 40 และ 50 องศา จึงกล่าวได้ว่าการเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์และมุมฮอปเปอร์ทำให้เวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดลดลงได้



รูปที่ 4 อัตราการไหลเชิงมวลและขนาดมุมฮอปเปอร์ที่อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเท่ากับ 2

จากรูปที่ 4 แสดงว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระทุกขนาดมุมฮอปเปอร์หรือสั้นด้วยค่าความเร่งโน้มถ่วง 0.011g อัตราการไหลเชิงมวลมีค่าน้อยมากคือเข้าใกล้ค่าศูนย์ ต่อมาเมื่อเพิ่มค่าความเร่งโน้มถ่วงในการสั่นเป็น 0.049g ถึง 0.307g พบว่ามีผลทำให้อัตราการไหลเชิงมวลมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์ก็มีผลทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นด้วย ดังนั้นการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์และค่าความเร่งโน้มถ่วงในการสั่นแนวตั้งนั้นทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นตาม



รูปที่ 5 ตัวอย่างการเรียงตัวขัดกันของวัสดุเม็ดเป็นรูปโค้งคว่ำที่เรียกว่า “การขัดตัวกัน”

ณ บริเวณช่องปล่อยฮอปเปอร์เมื่อเกิดการติดขัด

สำหรับการติดขัดของวัสดุเม็ดยุค นั้น ผู้วิจัยสังเกตได้ว่าจะเกิดขึ้นเมื่ออนุภาควัสดุเม็ดยุคเรียงตัวขัดกัน (Arching) ที่บริเวณช่องปล่อยฮอปเปอร์ โดยวัสดุเม็ดยุคจะเรียงตัวขัดกันเป็นรูปโค้งคว่ำ ดังแสดงในรูปที่ 5 โดยเป็นสภาวะที่วัสดุเม็ดยุคอยู่นิ่งเพื่อรักษาสภาพสมดุลของระบบให้วัสดุเม็ดยุคอยู่นิ่งได้และไม่ไหลออกจากฮอปเปอร์

### อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ดยุค 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง พบว่า นอกเหนือจากการเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ การเพิ่มขนาดมุม ฮอปเปอร์และค่าความเร่งรัวมิติในการสั่นแนวตั้ง มีทำให้อัตราส่วนการติดขัดลดลง เวลาที่วัสดุเม็ดยุคใช้ในการไหลออกหมดน้อยลง และอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มมากขึ้น ทั้งหมดนี้คาดว่าอาจเป็นเพราะการสั่นระบบในแนวตั้งนี้เป็นการให้พลังงานกระตุ้นแก่ระบบ ช่วยลดโอกาสในการเกิดการติดขัดและสลายอนุภาคที่เรียงตัวขัดกัน (Mankoc et al., 2009) อันมีปัจจัยมาจากผิววัสดุที่มีความเสียดทาน สำหรับการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์นั้นมีผลทำให้การติดขัดลดลง เป็นผลมาจากเมื่อมุมฮอปเปอร์มากขึ้น สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถลระหว่างอนุภาควัสดุเม็ดยุคด้วยกันและระหว่างวัสดุเม็ดยุคกับผนังฮอปเปอร์จะมีค่าน้อย ทำให้แรงเสียดทานน้อย แรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ไหลวนภายในฮอปเปอร์มาก วัสดุเม็ดยุคจึงไหลออกได้ดีขึ้น และทำให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัสดุเม็ดยุคมากขึ้นตาม (Zhou et al., 2002) ส่วนการที่อัตราการไหลเชิงมวลที่เพิ่มขึ้นอาจเกิดได้จาก 2 ปัจจัยร่วมกันคือมวลวัสดุเม็ดยุคที่ไหลออกนั้นเพิ่มขึ้นหรือเวลาที่ใช้ในการไหลออกนั้นลดลง อย่างไรก็ตามปัจจัยที่น่าจะลดการติดขัดได้มากที่สุดคือการเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมาคือการสั่นในแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ส่งผลน้อยที่สุด นอกจากนี้ To และคณะ (2001) และ Mankoc และคณะ (2009) ได้ทำการศึกษาถึงความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming probability) ซึ่งคำนวณจากจำนวนครั้งที่เกิดการติดขัดต่อจำนวนครั้งที่ทำการทดลองทั้งหมด โดยพบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดยุคไหลออกแบบตกอิสระและสั่นระบบในแนวตั้ง ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของการติดขัดและขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้นอาจอัตราส่วนการติดขัดและความน่าจะเป็นของการติดขัดน่าจะมีความสัมพันธ์ต่อกัน สำหรับข้อเสนอนี้ในการศึกษาครั้งต่อไปคือควรศึกษาเพิ่มเติมในประเด็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนการติดขัดและความน่าจะเป็นของการติดขัด เวลาที่วัสดุเม็ดยุคเกิดการอุดตัน และรูปแบบการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดยุคเพื่ออธิบายการติดขัดของระบบนี้ให้ครอบคลุมและชัดเจนขึ้นต่อไป นอกจากนี้ยังศึกษาผลของการสั่นแนวอนตอการติดขัดของวัสดุเม็ดยุค หรือเลือกใช้ค่าแอมพลิจูดในการสั่นหลายค่าและกำหนดให้ความถี่ในการสั่นคงที่ แล้วเปรียบเทียบผลการติดขัดของวัสดุเม็ดยุคกับการกำหนดให้แอมพลิจูดในการสั่นคงที่แต่ความถี่ในการสั่นหลายค่า

### สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์รูปสี่เหลี่ยมต่อการติดขัดของวัสดุเม็ดยุค 2 มิติภายใต้การสั่นแนวตั้ง พบว่า อัตราส่วนการติดขัดจะลดลงเมื่อใช้ขนาดมุมฮอปเปอร์ที่ค่าเพิ่มขึ้นและค่าความเร่งรัวมิติที่ใช้ในการสั่นเพิ่มขึ้น สอดคล้องกับเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดลดลงและอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุเม็ดยุคจะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดมุม

ฮอปเปอร์และค่าความเร่งโน้มถ่วงที่ใช้ในการสั่นเพิ่มขึ้น กลไกที่อาจทำให้การสั่นช่วยในการไหลของวัสดุเม็ดคือลดโอกาสของการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดแล้วไปอุดกั้นการไหลและสลายอนุภาคที่เรียงตัว ส่วนการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์นั้นทำให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถระหว่างอนุภาควัสดุเม็ดด้วยกันและระหว่างวัสดุเม็ดกับผนังฮอปเปอร์มีค่าน้อย ทำให้แรงเสียดทานเกิดขึ้นน้อย แรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ไหลวนภายในฮอปเปอร์มาก วัสดุเม็ดจึงไหลออกได้ดีขึ้น และทำให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัสดุเม็ดมากขึ้นตาม

### กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.อิทธิชัย ปรีชาวุฒิจิพงษ์ ที่ท่านได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และความช่วยเหลือในทุกๆด้านในการทำวิทยานิพนธ์ และขอขอบคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนในด้านสถานที่ อุปกรณ์และเครื่องมือเพื่อใช้ในการทดลอง

### บรรณานุกรม

- Cambou, B., Jean, M., & Radjaï, F. (2009). *Micromechanics of Granular Materials*. Great Britain: John Wiley & Sons.
- Cheng, J. (2013). Modelling of hopper discharge. (Unpublished master's thesis). University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA.
- Hunt, M. L., Weathers, R. C., Brennen, C. E., Lee, A. T., & Wassgren, C. R. (1999). Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials. *Physics of fluids*, 11(1), 68-75.
- Liu, A. J., & Nagel, S. R. (1998). Jamming is not just cool any more. *Nature*, 396(6706), 21-22.
- Mankoc, C., Janda, A., Ar'evalo, R., Pastor, J. M., Zuriguel, I., Garcimartín, A., & Maza D. (2007). The flow rate of granular materials through an orifice. *Granular Matter*, 9(6), 407-414.
- To, K., Lai, P. Y., & Pak, H. K. (2001). Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper. *Physical Review Letters*, 86(1), 71-74.
- Zhou, Y. C., Xua, B. H., Yu, A. B., & Zulli, P. (2002). An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Technology*, 125(1), 45-54.

## การติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้งในฮอปเปอร์ 2 มิติ

### Jamming of Granular Material under Vertical Vibration in 2-Dimensional Hopper

ตะวันฉาย ตุงคะนาคกร<sup>1</sup> เสรี ปานซาง<sup>2</sup> และภาณุพัฒน์ ชัยวร<sup>3</sup>

Tawanchay Tungkanakorn<sup>1</sup>, Seri Pansang<sup>2</sup> and Panupat Chaiworn<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

*Department of Physics, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University*

<sup>2</sup>ภาควิชาคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

*Department of Computing, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University*

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้งในฮอปเปอร์รูปลิ้ม 2 มิติ วัสดุเม็ดที่ใช้ในการทดลองคือกลุ่มของอนุภาคทรงกระบอก ทำมาจากไม้เนื้อแข็ง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 มิลลิเมตร ความยาว 6 เซนติเมตร ผิวมีลักษณะเรียบและแห้ง และมีจำนวน 350 อนุภาค วัสดุเม็ดจะถูกนำมาจัดเรียงแบบสุ่มลงในฮอปเปอร์ที่มีขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 10 – 50 องศา และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 2 - 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด จากนั้นวัสดุเม็ดจะถูกปล่อยให้ไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตกอย่างอิสระ และสั่นทั้งระบบในแนวตั้งโดยใช้ค่าความเร่งไร้มิติ 5 ค่าในช่วง 0.011g – 0.307g ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงได้ตามค่าความถี่ในการสั่น โดยแอมพลิจูดในการสั่นคงที่เท่ากับ 5 มิลลิเมตร ผลการทดลองพบว่าเมื่อค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งและขนาดมุมฮอปเปอร์ยิ่งมีค่ามาก อัตราส่วนการติดขัดและเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะน้อยลงและทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้น ส่วนการจัดเรียงตัวของอนุภาคเมื่อวัสดุเม็ดเกิดการขัดตัวกันนั้น สังเกตได้ว่าเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์กว้างและมุมฮอปเปอร์น้อยจะยิ่งทำให้จำนวนอนุภาคที่เรียงตัวขัดกันเพิ่มขึ้นและแนวการโค้งตัวมาก อย่างไรก็ตามไม่พบความสัมพันธ์ระหว่างมุมฮอปเปอร์และค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งกับเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน

**คำสำคัญ :** วัสดุเม็ด, การติดขัด, ฮอปเปอร์, การสั่นแนวตั้ง

### Abstract

This study aims to investigate the jamming of granular material under vertical vibration in 2-Dimensional wedge-shape hopper. Granular material used in the experiment was the group of cylindrical particles made from hardwood 10 mm in diameter and 6 mm in length with smooth and dry surface and there are 350 particles. Granular material was randomly placed inside the hopper at 10 – 50 degrees of hopper angle and 2 – 6 times of the hopper opening size larger than the granular material's diameter. Then, the granular material was launched to freely flow and global vertically vibrate with 5 values of dimensionless vibration acceleration ranged from 0.011g – 0.307g which changed according to the frequency of vibration and the amplitude of the vibration was constant at 5 mm. The result has illustrated that the more dimensionless vertical vibration acceleration and hopper angle, the less jamming ratio and hopper emptying time and this led to the mass flow rate increase. In addition, the arrangement pattern of particles when granular material's arching occurred was observed that the more hopper opening size and the less hopper angle, the more number of arching particles and also the more in curve. Nevertheless, it cannot be found the correlation of hopper angle size and dimensionless vertical vibration acceleration value with clogging time of granular material.

**Keywords:** Granular materials, Jamming, Hopper, Vertical vibration

### บทนำ

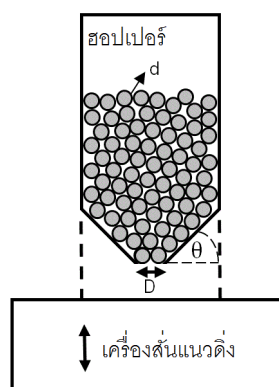
วัสดุเม็ด (Granular material) คือกลุ่มของอนุภาคของแข็งจำนวนมากที่ช่องว่างระหว่างอนุภาคสามารถแทรกด้วยของไหล เช่น น้ำหรืออากาศ (Cambou et al., 2009) ลักษณะอนุภาคของวัสดุเม็ดจะมีรูปร่างเป็นเม็ดกลมรี หลายเหลี่ยมมุม หรือมีอัตราส่วนด้านกว้างต่อด้านยาวที่ต่างกันก็ได้ เกณฑ์ในการจำแนกขนาดของวัสดุเม็ด คือ มีขนาดมากกว่า 100 ไมครอน และสามารถทำการหาตัวแทนได้ คือไม่ว่าจะสุ่มบริเวณที่ใดมา ก็จะเป็นเนื้อวัสดุเดียวกัน ยังไม่เป็นโครงสร้างซึ่งประกอบไปด้วยหลายวัสดุ (Rao & Nott, 2008; Herminghaus, 2013) วัสดุเม็ดมีความน่าสนใจอย่างยิ่งเนื่องจากมีคุณสมบัติพิเศษ สามารถแสดงพฤติกรรมเป็นของแข็งของเหลว หรือก๊าซก็ได้ขึ้นอยู่กับสภาวะ (Andreotti et al., 2013) เช่น เกิดการการแยกตัว (Segregation) การหมุนวน (Convection) การติดขัด (Jamming) การขัดตัวกัน (Arching) และการกองตัว (Heaping) เป็นต้น เราสามารถพบวัสดุเม็ดได้ทั่วไปในธรรมชาติ เช่น ข้าว ทราบาย หิน และธัญพืชต่าง ๆ และวัสดุเม็ดยังถูกนำมาใช้เป็นวัตถุดิบหลักในอุตสาหกรรมอย่างกว้างขวาง เช่น อุตสาหกรรมยา อาหารและการเกษตร เหมือนแร่ ก่อสร้าง และ



การผลิตพลังงาน ซึ่งกระบวนการทางอุตสาหกรรมไม่ว่าจะเป็นการผลิต การขนส่ง การจัดเก็บ และการปล่อย คุณสมบัติของวัสดุเม็ดล้วนมีผลทั้งสิ้น (Shirsath et al., 2015) ทั้งนี้ฮอปเปอร์ได้ถูกนำมาใช้ในการจัดเก็บและปล่อยวัสดุเม็ด อัตราการไหลออกจากฮอปเปอร์ เป็นหัวข้อสำคัญมากสำหรับภาคอุตสาหกรรม มีตัวแปรมากมายที่ควบคุมอัตราการไหล เช่น ความกว้างของช่องปล่อยวัสดุ มุมของผนังฮอปเปอร์ และขนาดของวัสดุเม็ด เป็นต้น การติดขัดเป็นหนึ่งในปัญหาหลักที่พบในการใช้ฮอปเปอร์ (Cheng, 2012) ซึ่งที่ผ่านมาได้มีผู้พยายามแก้ไขปัญหานี้ โดยส่วนใหญ่จะศึกษาเกี่ยวกับแรงเค้น ความเร็วแต่ละบริเวณ และอัตราการไหลออกจากฮอปเปอร์โดยไม่มีการสั่น อย่างไรก็ตามมีการศึกษาที่พบว่า การสั่นสามารถปรับปรุงให้การไหลของวัสดุเม็ดดีขึ้นได้ ไม่ว่าจะเป็นการสั่นเฉพาะที่หรือทั้งระบบ (Mankoc et al., 2009) แต่การศึกษาโดยใช้การสั่นยังคงมีน้อย ยังไม่มีการให้ข้อมูลที่แน่ชัดและอธิบายได้อย่างครอบคลุม จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยเรื่องมุมของผนังฮอปเปอร์ที่มีผลต่อพฤติกรรมการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ในงานวิจัยนี้จึงทำการทดลองเพื่อศึกษาการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่น แนวตั้งในฮอปเปอร์รูปลิ้ม 2 มิติ โดยใช้ค่าความเร่ง ไร้มิติหลายค่าและมุมฮอปเปอร์ที่ใช้มีขนาดน้อยกว่ามุมของวัสดุเม็ด โดยงานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของสาขาการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นของฟิสิกส์ในวัสดุเม็ด (Nonlinear analysis of granular physics) ซึ่งในประเทศไทยมีผู้ที่สนใจและศึกษาในสาขานี้ค่อนข้างน้อย ผู้วิจัยคาดหวังว่างานวิจัยนี้จะสนับสนุนและสร้างองค์ความรู้ใหม่แก่สาขานี้ อีกทั้งหวังว่าจะสามารถนำไปประยุกต์ให้เกิดประโยชน์ต่อไปในอนาคต

### วิธีดำเนินการวิจัย



**ภาพที่ 1** แผนภาพระบบการทดลองที่ประกอบด้วยฮอปเปอร์และวัสดุเม็ดที่ถูกนำไปสั่นในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติหลายค่า โดย  $d$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด  $D$  คือ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ และ  $\theta$  คือ ขนาดมุมฮอปเปอร์

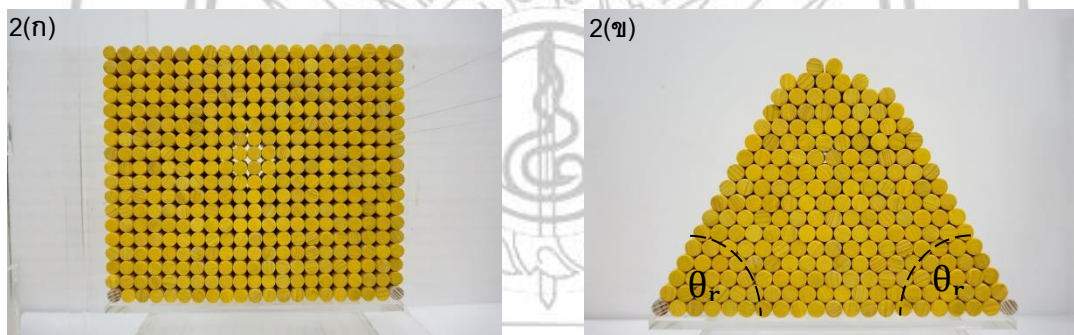
### 1. การเตรียมวัสดุทดลอง

อนุภาคทรงกระบอกของวัสดุเม็ดที่ใช้ในการทดลองทำมาจากไม้เนื้อแข็งมีค่าความหนาแน่นเท่ากับ  $0.414 \text{ kg/m}^3$  ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) 10 มิลลิเมตร แต่ละชั้นมีความยาว 6 เซนติเมตร ผิวของวัสดุเม็ดเรียบและแห้ง มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวไม้เท่ากับ  $0.254 \pm 0.076$  สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวไม้และอะคริลิกเท่ากับ  $0.341 \pm 0.006$  และมีจำนวน 350 อนุภาค

### 2. การออกแบบฮอปเปอร์

ภาชนะที่ใช้ในการบรรจุวัสดุเม็ดคือฮอปเปอร์รูปลิ้มเพื่อให้เหมาะสมกับการทดลองการติดขัดใน 2 มิติ และวัสดุเม็ดเกิดการไหลแบบวัสดุไหลออกทั้งหมดหรือวัสดุที่อยู่ในฮอปเปอร์จะเคลื่อนที่ไปทั้งหมดทุก ๆ ตำแหน่งตลอดพื้นที่หน้าตัด ไม่เกิดบริเวณที่มีวัสดุเม็ดตกค้าง ทั้งนี้ฮอปเปอร์ที่ใช้ทำมาจากแผ่นอะคริลิกใสหนา 5 มิลลิเมตร ในส่วนของส่วนบนรูปทรงกระบอกจะมีขนาดคงที่ คือ มีความกว้าง 200 มิลลิเมตร ความสูง 300 มิลลิเมตร และความหนา 6 มิลลิเมตรและใช้การเลื่อนปรับขนาดมุมฮอปเปอร์ ( $\theta$ ) และขนาดช่องปล่อย (D) ตามต้องการ คือ 2, 3, 4, 5 และ 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด

### 3. การหาค่ามุมกองวัสดุ



ภาพที่ 2 แสดงภาพตัวอย่างการหามุมกองของวัสดุเม็ดด้วยวิธีกำหนดขนาดฐาน 2(ก) เตรียมการทดลอง โดยนำวัสดุเม็ดมาเรียงซ้อนกันเป็นชั้นๆ 2(ข)  $\theta_r$  คือ มุมกองของวัสดุเม็ด

การออกแบบฮอปเปอร์หนึ่งในปัจจุบันที่นำมาพิจารณาประกอบคือขนาดมุมกองของวัสดุเม็ด เนื่องจากในเบื้องต้นแล้วต้องแบบให้มุมฮอปเปอร์กับแนวแกนนอนที่ใช้มีขนาดมากกว่ามุมกองของวัสดุที่บรรจุ เพื่อให้ไม่ให้วัสดุเม็ดตกค้างอยู่ในฮอปเปอร์ โดยมุมกองของวัสดุสามารถใช้บ่งชี้ความสามารถในการไหลของวัสดุเม็ดได้ ในงานวิจัยนี้จึงกำหนดขนาดมุมฮอปเปอร์ที่ใช้ให้น้อยกว่าค่ามุมกองวัสดุ เพื่อให้เกิดการติดขัดขึ้น ดังนั้นจึงทดลองหาค่ามุมกองวัสดุ โดยมีขั้นตอนคือนำวัสดุเม็ดมาเรียงซ้อนกันบนแผ่นฐานรูปทรงที่เหลี่ยมที่มีขนาดความกว้าง 200, 210 และ 240 มิลลิเมตร เรียงให้เป็นแนวเดียวกันโดยใช้แผ่นอะคริลิกเป็นแนวกันในแนวตั้งทั้ง

สองข้าง เรียงวัสดุเม็ดแถวแรกแล้วยัดวัสดุเม็ดอนุภาคที่อยู่ด้านซ้ายสุดและขวาสุดให้แน่นเพื่อแทนการกำหนดขนาดฐาน จากนั้นเรียงวัสดุเม็ดเป็นแนวตรงกันให้ได้ความสูง 18 ชั้น แล้วทำการเลื่อนแผ่นอะคริลิกที่กั้นทั้งสองข้างออกเพื่อให้วัสดุเม็ดเคลื่อนที่ไหลตกอย่างอิสระ แล้วคำนวณหาค่ามุมของวัสดุ ( $\theta$ ) จากสมการ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2(H_c - H_p)}{D_p} \quad (1)$$

เมื่อ  $H_c$  คือ ความสูงของยอดวัสดุจากพื้น  $H_p$  คือ ความสูงของแท่นรอง  $H_c - H_p$  คือ ความสูงของกองวัสดุ และ  $D_p$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมของกองวัสดุ ตัวอย่างการหามุมกองแสดงได้ดังภาพที่ 2 จากการทดลองได้ค่ามุมกองวัสดุเท่ากับ  $55.417 \pm 0.756$  องศา ดังนั้นจึงกำหนดขนาดมุมฮอปเปอร์ที่ทดลองเป็น 10, 20, 30, 40 และ 50 องศา กับแนวแกนนอน

#### 4. การทดลอง

ในการทดลองจะเริ่มจากการปรับขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ แล้วจัดเรียงอนุภาควัสดุเม็ดทั้งหมดลงในฮอปเปอร์ให้อยู่ในสภาวะเริ่มต้นก่อนการทดลอง แล้วทำการปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระพร้อมบันทึกภาพวิดีโอ จากนั้นเตรียมการทดลองเช่นเดิมแต่เปลี่ยนเป็นนำไปวางบนเครื่องสั่นแนวตั้งและสั่นระบบด้วยค่าความเร่งไร้มิติ ( $\Gamma$ ) ในช่วง  $0.1 \leq \Gamma \leq 3.00$  จำนวน 5 ค่า เวลาที่ใช้ในการสั่นวัสดุเม็ดคือ 10 นาที หรือ 600 วินาที ทำการทดลองจนครบทุกขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ พร้อมทดลองซ้ำกรณีละ 3 ครั้ง โดยเครื่องสั่นแนวตั้งนี้อาศัยหลักการทำงานคือเป็นการสั่นสะเทือนทางกลที่ใช้ลูกเบี้ยวเป็นตัวบังคับให้ระบบที่การสั่นในรูปแบบคลื่นของซายน์ดังสมการที่ 2 โดยที่ค่าแอมพลิจูดคงที่เท่ากับ 5 มิลลิเมตร

$$y(t) = A \sin(2\pi ft) = A \sin(\omega t) \quad (2)$$

เมื่อ  $A$  คือแอมพลิจูดในการสั่น (เมตร)  $f$  คือความถี่ในการสั่น (รอบต่อวินาที)  $\omega$  คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที) และ  $t$  คือเวลาที่ใช้ในการสั่น ทั้งนี้ค่าความเร่งไร้มิติเป็นปริมาณที่มีตัวแปรสำคัญคือความถี่ในการสั่นและแอมพลิจูดในการสั่น (Hunt et al., 1999) มีความสัมพันธ์ดังสมการที่ 3

$$\Gamma = \frac{A(2\pi f)^2}{g} = \frac{A\omega^2}{g} \quad (3)$$

เมื่อ  $g$  คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก กำหนดให้มีค่าเท่ากับ  $9.81$  เมตรต่อวินาที<sup>2</sup>

ในงานวิจัยที่ผ่านมาที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสั่นแนวตั้งได้ใช้ค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเป็นตัวบ่งบอกปริมาณการสั่น ซึ่งเมื่อคำนวณจากสูตรสมการที่ (3) ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งจะไม่มีหน่วย อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยต้องการสื่อถึงคุณสมบัติของความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งให้เข้าใจง่าย โดยทำการเปรียบเทียบเป็นจำนวนเท่าของความเร่งโน้มถ่วงของโลกจึงจะนำค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งที่คำนวณได้มาทำการหารด้วยค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลกที่เป็นตัวเลขและคูณด้วยความเร่งโน้มถ่วงของโลกซึ่งเป็นสัญลักษณ์  $g$  เพื่อให้ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งมีค่าเท่าเดิม ยกตัวอย่างเช่น เมื่อ  $\Gamma = 0.110 = \frac{0.110g}{g} = \frac{0.110g}{9.81} = 0.011g$  สำหรับกรณีที่ไม่มีการสั่นแนวตั้ง ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งจะมีค่าเท่ากับ  $0.000$  หรือในที่นี้เท่ากับ  $0.000g$  เนื่องจากไม่มีการสั่นหรือให้อยู่ภายใต้สภาวะแรงโน้มถ่วงของโลก

## 5. การแปลผล

เมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลออกจากฮอปเปอร์ วัสดุเม็ดอาจเกิดการไหลออกหมด หรือเกิดการอุดตันขึ้น และเมื่อทำการสั่นแนวตั้งแก่ระบบ อนุภาคจะเกิดการสั่นขึ้นลงร่วมด้วย จะนับการเคลื่อนที่ขึ้นและลงเป็น 1 รอบ จะแปรผลในรูปของอัตราส่วนการติดขัด (Jamming Ratio) ซึ่งคำนวณจากจำนวนรอบการสั่นที่เกิดการติดขัดต่อจำนวนรอบการสั่นทั้งหมดจนวัสดุเม็ดไหลออกหมด ดังนั้นอัตราส่วนการติดขัดจึงมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่ง 0 หมายถึง วัสดุเม็ดไม่เกิดการติดขัดทุกรอบการสั่น และ 1 หมายถึง วัสดุเม็ดเกิดการติดขัดทุกรอบการสั่น ในกรณีที่ปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลตกอย่างอิสระกำหนดให้หากวัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้โดยไม่เกิดการอุดตัน ค่าอัตราส่วนการติดขัดจะเท่ากับ 0 และหากไหลแล้วเกิดการอุดตัน อัตราส่วนการติดขัดจะมีค่าคือ 1 นอกจากนี้บันทึกเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ด (Hopper emptying time) เวลาที่เกิดการอุดตัน (Clogging Time) ฟลักซ์มวล (Mass flux) หรืออัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate) ซึ่งคืออัตราส่วนของมวลต่อเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมด สำหรับกรณีที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดจะใช้เวลาที่สังเกตสูงสุดแทนนั่นคือ 600 วินาที และลักษณะการจัดเรียงตัวของอนุภาคเมื่อเกิดการขัดตัวกัน (Arching) จากนั้นนำผลที่ได้มาเขียนในรูปของกราฟความสัมพันธ์และวิเคราะห์เปรียบเทียบกันต่อไป

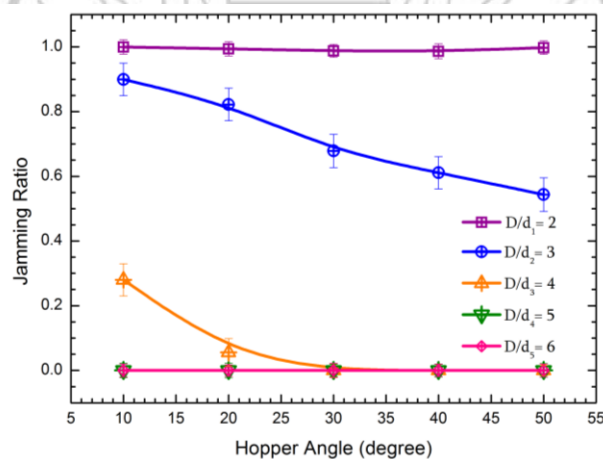
## ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล

เมื่อทำการปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์ทุกกรณีจนกระทั่งเกิดการไหลออกหมดหรือในกรณีที่มีการอุดตัน (Clogging) เกิดขึ้นเป็นเวลานานสูงสุด 600 วินาที ด้วยการปล่อยให้ตกอย่างอิสระและความเร่งไร้มิติทั้งหมด 5 ค่า ขนาดมุมฮอปเปอร์และขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์อย่างละ 5 ค่า ผลการศึกษาอัตราส่วน

การติดขัด เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ด อัตราการไหลเชิงมวล การขัดตัวกันของวัสดุเม็ด และเวลาที่เกิดการอุดตันมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 1. อัตราส่วนการติดขัด

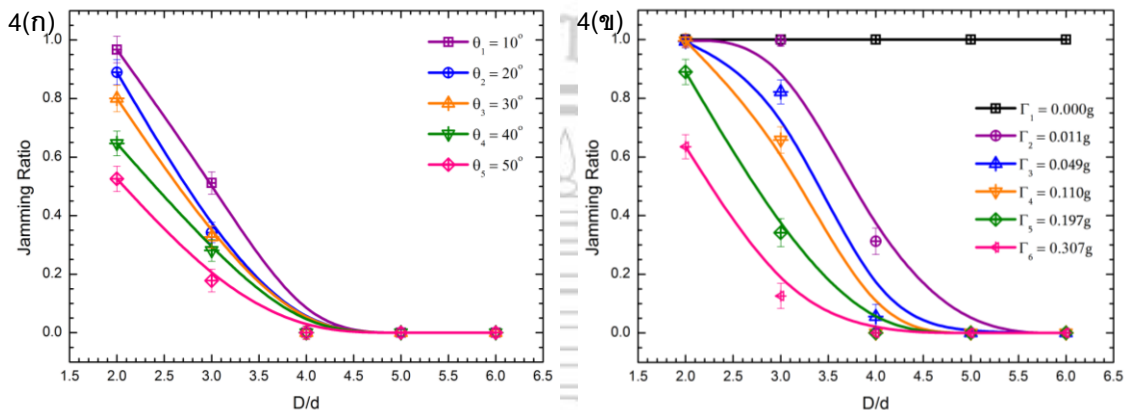
ในการศึกษาการติดขัด ส่วนใหญ่ที่ผ่านมาจะแปลผลในรูปของความน่าจะเป็นของการติดขัด (Jamming Probability,  $J(d)$ ) ซึ่งเป็นอัตราส่วนของจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดการติดขัดต่อจำนวนเหตุการณ์ที่ทำการทดลองทั้งหมด (To, Lai, & Pak, 2001) แต่เนื่องจากการหาค่านี้จำเป็นต้องทำการทดลองซ้ำหลายครั้ง จึงต้องใช้เวลามาก ดังนั้นจึงทำการแปลผลในรูปของอัตราส่วนการติดขัดที่สามารถบ่งบอกถึงคุณภาพในการเกิดการติดขัดในการปล่อยให้วัสดุไหลออกแต่ละครั้ง ในที่นี้ได้พิจารณาถึงตัวแปรที่อาจมีผลต่ออัตราส่วนการติดขัดอันได้แก่ อัตราส่วนขนาดช่องปล่อยต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด ขนาดมุมฮอปเปอร์ และค่าความเร่งโน้มถ่วงในการสั่นแนวตั้ง ผลการศึกษาพบว่าตัวแปรทั้งสามตัวมีผลต่ออัตราส่วนการติดขัดมีดังนี้



ภาพที่ 3 อัตราส่วนการติดขัดของวัสดุเม็ดและขนาดมุมฮอปเปอร์ ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติเท่ากับ 0.197g

จากภาพที่ 3 พบว่าภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติเท่ากับ 0.197g เมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มีค่า 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด อัตราส่วนการติดขัดมีค่าประมาณ 1 ซึ่งหมายถึงมีการติดขัดเกือบทุกรอบที่มีการสั่นทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ เมื่อเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 3 เท่า อัตราส่วนการติดขัดจะค่อย ๆ ลดลงเมื่อขนาดมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น ต่อมาเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 4 เท่า อัตราส่วนการติดขัดจะลดลงเป็น 0 ซึ่งหมายถึง ไม่มีการติดขัดเลยในการสั่นแต่ละรอบเมื่อมุมฮอปเปอร์มีค่าอย่างน้อย 30 องศา และที่ช่องปล่อยฮอปเปอร์ 5 และ 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด อัตราส่วนการติดขัดมีค่าเท่ากับ 0 ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ แสดงให้เห็นว่ายิ่งขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น อัตราส่วน

การติดขัดจะยิ่งลดลง โดยที่  $\theta$  ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เดียวกัน หากมุมฮอปเปอร์มีขนาดยิ่งมากจะทำให้มีแนวโน้มอัตราส่วนการติดขัดน้อยกว่า และยังพบว่าเมื่อขนาดช่องปล่อยกว้างแต่ขนาดมุมฮอปเปอร์น้อย จะมีอัตราส่วนการติดขัดน้อยกว่าเมื่อขนาดช่องปล่อยแคบแต่ขนาดมุมฮอปเปอร์มาก จึงอาจกล่าวได้ว่าขนาดช่องปล่อยที่มากมีอิทธิพลทำให้ลดอัตราส่วนการติดขัดมากกว่าขนาดมุมของฮอปเปอร์ที่มากขึ้น

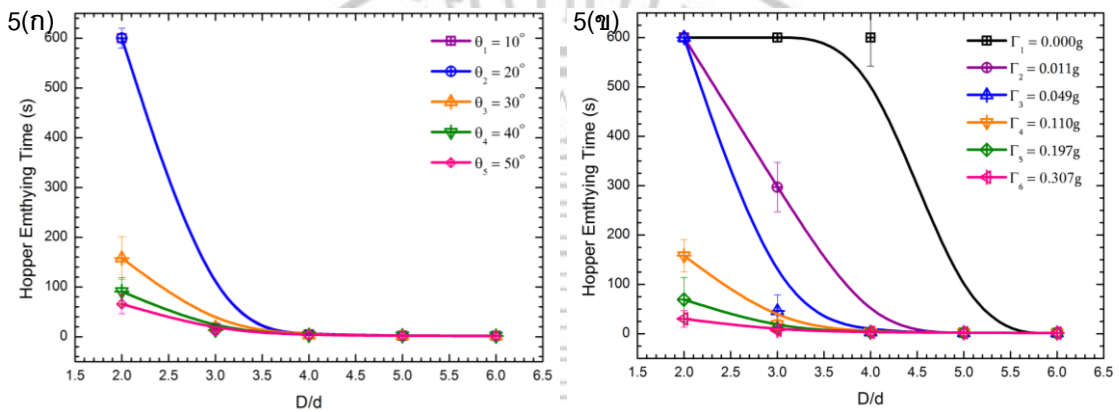


ภาพที่ 4 อัตราส่วนการติดขัดของวัสดุเม็ดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด 4(ก) ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g 4(ข) ที่ขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 20 องศา

ต่อมาในภาพที่ 4(ก) พบว่าภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.049g ที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์น้อยกว่า 5 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด มุมฮอปเปอร์มีขนาดเพิ่มขึ้น อัตราส่วนการติดขัดจะค่อย ๆ ลดลง และเมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ 5 เท่าเป็นต้นไป อัตราส่วนการติดขัดจะเป็น 0 ทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ ส่วนภาพที่ 4(ข) พบว่าที่ขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 20 องศา เมื่อปล่อยให้วัสดุไหลตกอย่างอิสระอัตราส่วนการติดขัดจะมีค่าเท่ากับ 1 ทุกขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ แต่เมื่อทำการสั่นระบบแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติค่าต่าง ๆ การใช้ความเร่งไร้มิติที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อัตราส่วนการติดขัดค่อย ๆ ลดลง และเมื่อเพิ่มขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 5 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเป็นต้นไปร่วมกับการสั่นแล้ว จะไม่เกิดการติดขัดขึ้นเลยในการสั่นแต่ละครั้ง อีกทั้งยังแสดงให้เห็นว่าเมื่อขนาดช่องปล่อยแคบแต่ความเร่งไร้มิติมาก จะมีอัตราส่วนการติดขัดมากกว่าช่องปล่อยมากแต่ความเร่งไร้มิติน้อย นอกจากนี้ยังสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนการติดขัดของวัสดุเม็ดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดจะเป็นแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลเหมือนกันกราฟความน่าจะเป็นของการติดขัดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดในหลาย ๆ การศึกษาที่ผ่านมา

ดังนั้นตัวแปรที่มีอิทธิพลต่ออัตราส่วนการติดขัดมากที่สุดคือ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ อย่างไรก็ตาม การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์และการสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งโร้มิติช่วยให้อัตราส่วนการติดขัดลดลงได้ โดยที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์วิกฤติที่ทำให้ไม่เกิดการติดขัดขึ้นเมื่อใช้การสั่นมากกระตุ้นคือ 5 เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลางของวัสดุเม็ด

## 2. เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ด

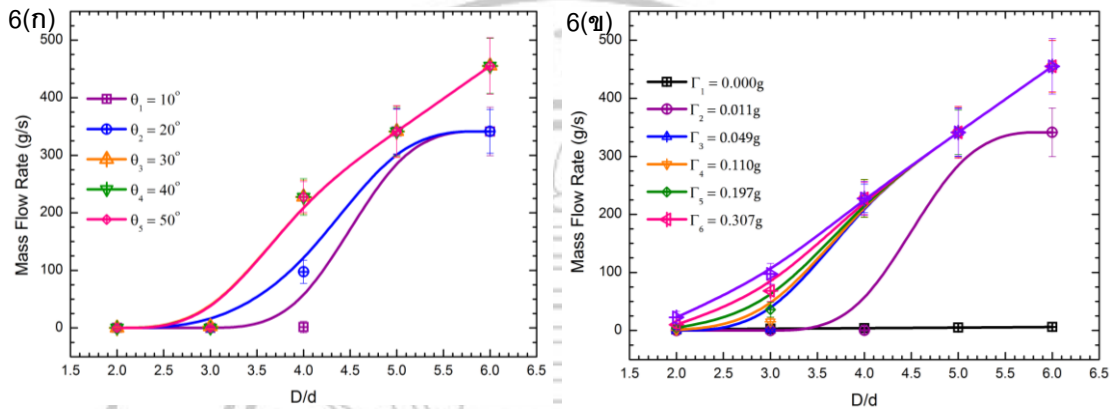


**ภาพที่ 5** แสดงเวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ดและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของ วัสดุเม็ด 5(ก) ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งโร้มิติเท่ากับ 0.110g 5(ข) ที่ขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา

จากภาพที่ 5(ก) พบว่าภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้ง ยิ่งขนาดมุมฮอปเปอร์เพิ่มขึ้น เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดของวัสดุเม็ดจะยิ่งน้อยลง โดยที่ ณ อัตราขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดน้อยกว่า 4 เท่า เมื่อมุมฮอปเปอร์มีขนาด 10 และ 20 องศา จะใช้เวลาในการไหลออกหมดมากกว่ามุมอื่น ๆ อย่างมาก แต่เมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์มีค่า 4 เท่าเป็นต้นไปแล้วมุมฮอปเปอร์ไม่มีผลต่อเวลาในการไหลออกหมดและใช้เวลาไม่นานมากจนเข้าใกล้ค่า 0 ส่วนภาพที่ 5(ข) พบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลออกอย่างอิสระหากอัตราส่วนช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดน้อยกว่า 3 เท่า จะใช้เวลาเกินกว่า 600 วินาที และหากขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์อยู่ในช่อง 3 - 6 เท่า เวลาที่ใช้จะค่อย ๆ ลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียลจนในที่สุดเวลาเข้าใกล้ 0 ในขณะที่หากใช้การสั่นแนวตั้งเข้ามา ในกรณีนี้ที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์แคบประมาณ 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด ต้องใช้ความเร่งโร้มิติที่มีค่าน้อยกว่า 0.110g จึงจะมีทำให้เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดลดลง ส่วนในช่องปล่อยขนาดอื่น ๆ การสั่นโดยใช้ความเร่งโร้มิติจะทำให้เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดลดลงอย่างรวดเร็ว ยิ่งขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์มาก ใช้ความเร่งโร้มิติค่าน้อยหรือมากก็ใช้เวลาในการไหลออกหมดไม่ต่างกัน

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์และค่าความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติการสั่นแนวตั้งสามารถช่วยให้เวลาที่ใช้ในการไหลออกหมดลดลงได้ โดยเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มีขนาดเล็กจะมีค่าขนาดมุมฮอปเปอร์และค่าความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติการสั่นแนวตั้งที่มากพอค่าหนึ่งทำให้เวลาในการไหลออกหมดเริ่มลดลงได้

### 3. อัตราการไหลเชิงมวล



ภาพที่ 6 อัตราการไหลเชิงมวลและอัตราส่วนขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ด 6(ก) ที่ขนาดมุมฮอปเปอร์เท่ากับ 30 องศา 6(ข) ภายใต้การสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติเท่ากับ 0.011g

จากภาพที่ 6(ก) พบว่าอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นตามขนาดมุมฮอปเปอร์แบบเอกซ์โพเนนเชียล โดยจะมีการเพิ่มอย่างรวดเร็วที่ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์เป็น 3-6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ดในทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ และคาดว่าจะมีแนวโน้มคงที่แม้ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์จะเพิ่มขึ้น ส่วนภาพ 6(ข) พบว่าการสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติทำให้อัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้นกว่าการปล่อยให้ไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตกอิสระอย่างชัดเจน โดยเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์อยู่ในช่วง 2-4 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวัสดุเม็ด ยิ่งความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติมาก อัตราการไหลเชิงมวลจะมากตาม ส่วนเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มากกว่า 4 เท่าเป็นต้นไป ความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติค่าต่าง ๆ ให้ผลอัตราการไหลเชิงมวลไม่ต่างกัน โดยสุดท้ายแล้วเมื่อช่องปล่อยฮอปเปอร์มากกว่า 6 เท่าเป็นต้นไป น่าจะมีแนวโน้มอัตราการไหลเชิงมวลคงที่ทั้งการไหลออกแบบตกอิสระและการสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติ แต่การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติจะมีค่ามากกว่าการไหลออกแบบตกอิสระเล็กน้อย

ดังนั้นสรุปได้ว่าการสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งโน้มถ่วงไร้มิติและการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์ทำให้เพิ่มอัตราการไหลเชิงมวลได้ แต่การปล่อยให้ตกอย่างอิสระมีแนวโน้มคงที่เมื่อขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์มีค่าเป็น 6 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดเป็นต้นไป เมื่อเปรียบเทียบกับการศึกษาของ Cheng (2012) พบว่าแตกต่างกันโดย Cheng ได้ทดลองการปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตกอิสระโดยเปลี่ยนขนาด



มุมฮอปเปอร์ พบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลเชิงมวลและช่องปล่อยฮอปเปอร์เมื่อมีขนาดมุมฮอปเปอร์ต่าง ๆ เป็นปฏิภาคตรงต่อกัน รวมทั้งเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดด้วย แต่ในการศึกษานี้ค้นพบว่ามีความสัมพันธ์แบบเอกซ์โพเนนเชียล ทั้งนี้อาจเป็นเพราะวัสดุที่ใช้ในการศึกษาต่างชนิดกัน ใช้การทดลองนี้วัสดุเม็ดที่ใช้ผิวมีความหยาบมากกว่าและมีขนาดอนุภาคใหญ่กว่ามาก

#### 4. การขัดตัวกันของวัสดุเม็ด

7(ก)  $10^\circ$ ,  $D/d=2$



7(ข)  $10^\circ$ ,  $D/d=3$



7(ค)  $50^\circ$ ,  $D/d=2$



7(ง)  $50^\circ$ ,  $D/d=3$



ภาพที่ 7 ลักษณะการขัดตัวกันของวัสดุเม็ด ภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติเท่ากับ 0.110g

จากการสังเกตการไหลออกจากฮอปเปอร์ของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นสะเทือนแนวตั้งพบว่าเมื่ออนุภาคมีการจัดเรียงตัวแบบขัดตัวกันเป็นรูปโค้งคว่ำจะทำให้เกิดการติดขัดขึ้น สอดคล้องกับการศึกษาของ Nowak et al. (1998) ที่ได้อธิบายว่าการขัดตัวกันนี้เป็นกลไกทำให้ระบบอยู่ในสมดุล อยู่นิ่งได้โดยไม่ไหลออกจากฮอปเปอร์ โดยเป็นการตอบสนองจากการส่งต่อของแรงเค้นแล้วมีผลทำให้มีการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนเชิงปริมาตร (O'Hern et al., 2001) เมื่อพิจารณาอิทธิพลของขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์พบว่าจำนวนอนุภาคที่เรียงขัดตัวกัน

เพิ่มขึ้นตามขนาดของช่องปล่อยฮอปเปอร์สอดคล้องกับการศึกษาของ To et al. (2001) อีกทั้งยังค้นพบว่าขนาดมุมฮอปเปอร์มีผลต่อลักษณะการขัดตัวกันอย่างชัดเจน ยิ่งขนาดของมุมฮอปเปอร์มากจำนวนอนุภาคที่ขัดตัวกันจะน้อยกว่า ทำให้แนวการโค้งน้อยกว่าตาม อีกทั้งลักษณะการขัดตัวกันที่เกิดขึ้นไม่พบความสัมพันธ์กับเวลาและปริมาณวัสดุเม็ดที่คงค้าง ส่วนมากเกิดแบบไม่สมมาตร ไม่มีรูปแบบที่แน่นอนและมีความผันแปรสูง แสดงได้ดังภาพที่ 7

สำหรับการสั่นแนวตั้งเป็นการให้พลังงานกระตุ้นแก่ระบบจึงทำให้การขัดตัวกันของวัสดุเม็ดลดลงและเกิดการติดขัดลดลงตาม ซึ่งกลไกของการสั่นแนวตั้งที่ช่วยลดการติดขัดนั้นน่าจะเป็นไปตามที่ Mankoc et al. (2009) ได้กล่าวไว้คือประกอบไปด้วย 2 กลไก ได้แก่ หนึ่ง การสั่นลดความน่าจะเป็นของการเกิดการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดหรือขัดตัวกันแล้วไปอุดตันการไหล และ สอง การสั่นจะสลายการขัดตัวกันของวัสดุเม็ดที่เกิดขึ้นแล้ว

### 5. เวลาที่เกิดการอุดตัน

การอุดตันเป็นผลมากจากการเกิดการติดขัดในบริเวณต่าง ๆ มากเกินไป (Thomas & Durian, 2013) อย่างไรก็ตามในการศึกษาที่ผ่านมาไม่มีการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดมุมฮอปเปอร์รวมทั้งค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งกับเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน ผู้วิจัยจึงได้ทำการทดลองในหัวข้อนี้ สำหรับผลการศึกษาพบว่า การอุดตันจะเกิดทุกครั้งเฉพาะในกรณีที่มีขนาดของช่องปล่อยเท่ากับ 2 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวัสดุเม็ดและภายใต้การสั่นแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติไม่เกิน 0.049g ดังนั้นในที่นี้จะพิจารณาการอุดตันในกรณีดังกล่าวมาข้างต้นเท่านั้น โดยผลการทดลองพบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดตกอย่างอิสระหรือไม่มีการสั่น เวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตันมีค่าเข้าใกล้ศูนย์กล่าวคือ เมื่อปล่อยให้วัสดุไหลออกจากฮอปเปอร์ เกิดการอุดตันแทบทันทีทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ แต่เมื่อทำการสั่นระบบในแนวตั้งด้วยความเร่งไร้มิติน้อย ๆ คือ 0.011g และ 0.049g พบว่าเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตันมีค่ามากขึ้นทุกขนาดมุมฮอปเปอร์ สอดคล้องกับการศึกษาของ Janda et al. (2009) คือการใช้การสั่นแนวตั้งทำให้เวลาที่เกิดการอุดตันเกิดช้าลงกว่าการปล่อยวัสดุเม็ดให้ไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตกอิสระ เมื่อพิจารณาผลของมุมฮอปเปอร์และค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งพบว่าไม่พบแนวโน้มความสัมพันธ์ที่ชัดเจนกับเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน ผู้วิจัยคาดว่าน่าจะเป็นเพราะค่าความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งที่ใช้มีความแตกต่างกันน้อย และเนื่องจากขนาดของช่องปล่อยฮอปเปอร์แคบมาก มุมของฮอปเปอร์จึงไม่มีผลต่อเวลาที่เกิดการอุดตัน

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์มีผลทำให้อัตราส่วนการติดขัดและเวลาที่วัสดุเม็ดใช้การไหลออกหมดลดลง รวมทั้งอัตราการไหลเชิงมวลเพิ่มขึ้น ทั้งนี้กลไกการเคลื่อนที่ของวัสดุเม็ดในฮอปเปอร์ประกอบด้วยกรากลิ้งและการไหล ผู้วิจัยจึงคาดว่า การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์ช่วยให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถลระหว่างผิวอนุภาควัสดุเม็ดด้วยกันและระหว่างวัสดุเม็ดและผนังฮอปเปอร์มีค่าน้อย ค่าแรงเสียดทานจึงน้อยตาม แรงในระบบที่ทำให้วัสดุเม็ดเกิดการเคลื่อนที่จึงมาก

วัสดุเม็ดสามารถไหลออกได้ดี ความเร่งในการเคลื่อนที่มาก ความเร็วในการเคลื่อนที่ออกจากฮอปเปอร์จึงมากตาม ทำให้มุมกองของวัสดุเม็ดย่อย สอดคล้องกับการศึกษาของ Zhou et al. (2002) ที่ได้อธิบายว่าหากสัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไถระหว่างอนุภาควัสดุเม็ดด้วยกัน และระหว่างวัสดุเม็ดกับผนังฮอปเปอร์มีค่าน้อย มุมกองของวัสดุจะน้อย

### สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาการติดขัดของวัสดุเม็ดภายใต้การสั่นแนวตั้งในฮอปเปอร์รูปกลม 2 มิติ โดยวัสดุเม็ดที่ใช้คืออนุภาคทรงกระบอกผิวเรียบ แข็งและแห้ง จำนวน 350 อนุภาค วัสดุเม็ดจะถูกปล่อยให้ไหลออกจากฮอปเปอร์แบบตอกอิสระและสั่นในแนวตั้งแบบทั้งระบบด้วยความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ และขนาดมุมฮอปเปอร์หลายค่า โดยมุมฮอปเปอร์ที่ใช้จะมีค่าน้อยกว่ามุมกองของวัสดุเม็ด ผลการศึกษาพบว่า อัตราส่วนการติดขัด และเวลาที่วัสดุเม็ดใช้ในการไหลออกหมดจะลดลง ทำให้อัตราการไหลเชิงมวลจะเพิ่มขึ้นเมื่อมุมฮอปเปอร์ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ และความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้งเพิ่มขึ้น โดยปัจจัยที่มีผลลดการติดขัดมากที่สุด คือ ขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์ รองลงมา คือ ความเร่งไร้มิติในการสั่นแนวตั้ง และมุมฮอปเปอร์ส่งผลน้อยที่สุด ทั้งนี้กลไกที่ทำให้การสั่นช่วยในการไหลของวัสดุเม็ด คือ ลดโอกาสของการรวมตัวกันของวัสดุเม็ดแล้วไปอุดกั้นการไหล และสลายอนุภาคที่เรียงขัดตัว การเพิ่มขนาดมุมฮอปเปอร์นั้นช่วยให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานกลิ้งและไถลดลง ค่าแรงเสียดทานลดลง แรงที่ทำให้วัสดุเม็ดเกิดการเคลื่อนที่กลิ้งและไถจึงมาก วัสดุเม็ดสามารถไหลออกจากฮอปเปอร์ได้ดีขึ้นและมีการติดขัดลดลง อีกทั้งยังไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างมุมฮอปเปอร์และเวลาที่วัสดุเม็ดเกิดการอุดตัน นอกจากนี้ยังสังเกตได้ว่าการติดขัดเป็นผลมาจากอนุภาควัสดุเม็ดเรียงขัดตัวกันบริเวณช่องปล่อยฮอปเปอร์ โดยลักษณะการขัดตัวกันไม่สัมพันธ์กับเวลา และปริมาณวัสดุเม็ดที่คงค้าง ส่วนมากเกิดแบบไม่สมมาตร ไม่มีรูปแบบที่แน่นอน และมีความแปรผันสูง ยิ่งขนาดช่องปล่อยฮอปเปอร์กว้างหรือมุมฮอปเปอร์น้อย จะทำให้จำนวนอนุภาคที่เรียงตัวขัดกันมาก และแนวการโค้งตัวมาก

นอกเหนือจากการศึกษาในหัวข้อดังที่กล่าวมา สิ่งที่น่าสนใจศึกษาคือความน่าจะเป็นในการติดขัด เช่นในการศึกษาของ To et al. (2001) Ashour et al. (2017) และ Mankoc et al. (2009) ที่พบว่าเมื่อปล่อยให้วัสดุเม็ดไหลออกแบบตอกอิสระและการใช้การสั่นแนวตั้งและมีสัมพันธ์กับขนาดช่องปล่อยเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล โดยการสั่นแนวตั้งทำให้ความน่าจะเป็นในการการติดขัดลดลงได้ แต่ยังไม่ได้มีการศึกษาผลของมุมฮอปเปอร์เมื่อทำการสั่นร่วมด้วย ดังนั้นผู้วิจัยจะทำการศึกษาในประเด็นนี้ต่อไปซึ่งต้องอาศัยการทดลองซ้ำหลายครั้งในแต่ละกรณี ซึ่งผลการศึกษานำมาวิเคราะห์เพิ่มเติมในหัวข้อทั้ง 5 ที่ได้กล่าวไปแล้วนี้ด้วยเพื่อให้ผลการศึกษาถูกต้องและแม่นยำมากที่สุดต่อไป รวมทั้งทำการศึกษาผลของปริมาณวัสดุเม็ดที่เพิ่มขึ้น และศึกษาหา

สมการที่แสดงถึงแบบจำลองการติดขัดที่เกิดขึ้นต่อไป โดยทฤษฎีหรือแบบจำลองที่น่าสนใจ ได้แก่ กฎของบีเวอร์ลู (Beverloo law) สมการโพลีโนเมียลอันดับต่างๆ และแบบจำลองการเดินแบบสุ่มอย่างจำกัด (Restricted random walker model) นอกจากนี้การกำหนดค่ามุมฮอปเปอร์ที่ใช้สามารถทำให้อยู่ในรูปของมุมไร้มิติ โดยหาจากอัตราส่วนของมุมฮอปเปอร์ที่ทำกับแนวแกนนอนต่อมุมของของวัสดุเม็ด หากใช้ค่ามุมไร้มิติจะทำให้สามารถแปรผล อธิบายได้ครอบคลุมมากขึ้นคือแม้จะเปลี่ยนชนิดของวัสดุเม็ดก็สามารถใช้เทียบกันได้

### กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณรองศาสตราจารย์ ดร.อิทธิชัย ปรีชาวุฒิมงคล ที่ท่านได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และความช่วยเหลือในทุก ๆ ด้านในการทำวิทยานิพนธ์ และขอขอบคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนในด้านสถานที่ อุปกรณ์ และเครื่องมือเพื่อใช้ในการทดลอง

### เอกสารอ้างอิง

- Ashour, A., Wegner, S., Trittel, T., Börzsönyi, T., & Stannarius, R. (2017). Outflow and clogging of shape-anisotropic grains in hoppers with small apertures. *Soft matter*, 13(2), 402-414.
- Andreotti, B., Forterre, Y., & Pouliquen, O. (2013). *Granular Media Between Fluid and Solid*. New York: Cambridge University Press.
- Cambou, B., Jean, M., & Radjai, F. (2009). *Micromechanics of Granular Materials*. Great Britain: John Wiley & Sons.
- Cheng, J. (2012). Modelling of hopper discharge. (Unpublished master's thesis). University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA.
- Herminghaus, S. (2013). *Wet granular matter: a truly complex fluid* (Vol. 6). World Scientific.
- Hunt, M. L., Weathers, R. C., Brennen, C. E., Lee, A. T., & Wassgren, C. R. (1999). Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials. *Physics of fluids*, 11(1), 68-75.
- Janda, A., Maza, D., Garcimartín, A., Kolb, E., Lanuza, J., & Clément, E. (2009). Unjamming a granular hopper by vibration. *EPL (Europhysics Letters)*, 87(2), 24002.
- Mankoc, C., Janda, A., Ar'evalo, R., Pastor, J. M., Zuriguel, I., Garcimartín, A., & Maza D. (2007). The flow rate of granular materials through an orifice. *Granular Matter*, 9(6), 407-414.

- Nowak, E. R., Knight, J. B., Naim, E. B., Jaeger, H. M., & Nagel, S. R. (1998). Density fluctuations in vibrated granular materials. *Physical Review E*, 57(2), 1971.
- O'Hern, C. S., Silbert, L. E., Liu, A. J., & Nagel, S. R. (2003). Jamming at zero temperature and zero applied stress: the epitome of disorder. *Physical Review E*, 68(1), 011306.
- Rao, K. K., Nott, P. R., & Sundaresan, S. (2008). *An introduction to granular flow* (Vol. 10). New York: Cambridge University Press.
- Shirsath, S. S., Padding, J. T., Clercx, H. J. H. & Kuipers, J. A. M. (2015). Dynamics of Granular Flows Down Rotating Semi-cylindrical Chutes. *Procedia Engineering*, 102, 731-740.
- Thomas, C. C. & Durian, D. J. (2013). Geometry dependence of the clogging transition in tilted hoppers. *Physical Review E*, 87(5), 052201.
- To, K., Lai, P. Y., & Pak, H. K. (2001). Jamming of Granular Flow in a Two-Dimensional Hopper. *Physical Review Letters*, 86(1), 71-74.
- Zhou, Y. C., Xu, B. H., Yu, A. B., & Zulli, P. (2002). An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Technology*, 125(1), 45-54.

