

การวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อ
ของโลหะและสารตัวนำยิ่งยวด เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม

**SIMULATION ANALYSIS OF SCATTERING EFFECTS OF SPIN ON
PARTICLE TRANSPORT IN A METAL / SUPERCONDUCTOR
JUNCTIONS FOR QUANTUM MECHANICS LEARNING**

เบญญาทิพย์ ม่วงเขียว

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

พ.ศ. 2562

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : การวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม

ผู้วิจัย : เบญญาทิพย์ ม่วงเขียว

สาขาวิชา : การสอนวิทยาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภาณุพัฒน์ ชัยวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสรี ปานซาง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม และสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม จากโปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash โดยใช้การจำลองการเคลื่อนที่ของอนุภาคเป็นแบบต่อเนื่อง พิจารณาในระบบ 1 มิติ และสมมติให้พลังงานศักย์ที่รอยต่อเป็นแบบฟังก์ชันดิแรกเดลตา จากการศึกษาพบว่าโอกาสของการสะท้อนกลับและโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคจะขึ้นอยู่กับความสูงของกำแพงศักย์ การสะท้อนกลับของโซลจะมากที่สุดเมื่อไม่มีกำแพงศักย์ที่รอยต่อและจะลดลงเมื่อกำแพงศักย์สูงขึ้น ส่วนการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนจะตรงกันข้ามกับการสะท้อนกลับของโซล สำหรับโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคนั้นจะสูงสุดเมื่อไม่มีกำแพงศักย์และจะลดลงเรื่อย ๆ เมื่อกำแพงศักย์สูงขึ้น ผลของการกระเจิงนี้จะส่งผลต่อการขนส่งของอนุภาคที่พลังงานใกล้เคียงกับพลังงานช่องว่างของสารตัวนำยวดยิ่งเป็นอย่างมาก และสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหวที่ได้สร้างขึ้นนั้น สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบายเพิ่มเติมในการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

คำสำคัญ : การทะลุผ่าน, การสะท้อนกลับ, การกระเจิง

The Title : Simulation analysis of scattering effects of spin on particle transport in a metal / superconductor junctions for quantum mechanics learning

The Author : Miss Benyatip Mounkew

Program : Master of Science Program in Science Teaching

Thesis Advisors : Assistant Professor Dr.Panupat Chaiworn Chairman

: Assistant Professor Dr.Seri Pangsang Member

ABSTRACT

This research investigated simulation analysis of scattering effects of spin on particle transport in a metal and superconductor for quantum mechanics learning and constructed learning media on quantum mechanics from Mathematica and Flash programs by using the free-electron model in one-dimensional system. The potential was modeled at the interface as the Dirac delta function. It was found that the reflection and transmission probability of particles depend on the barrier strength. The Andreev reflection is maximal value and decreased when the barrier potential is vanished and increased, respectively. In contrast, the normal reflection probability is increased when the barrier strength is risen. For the transmission probability, it is suppressed when the barrier potential is increased. The normal scattering strongly affects the transport properties of particles at the energy around the energy gap of superconductor. The constructed animated learning media can be applied to explain more for quantum mechanics learning, the potential barrier and tunneling effect.

Keywords : Transmission, Reflection, Scattering

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภาณุพัฒน์ ชัยวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสรี ปานชาว อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ มาโดยตลอดจนสำเร็จเรียบร้อย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณสาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏ เชียงใหม่ ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนการวิจัยในเรื่องของสถานที่ที่เอื้ออำนวยต่อการทำวิจัย และขอขอบคุณผู้ที่เกี่ยวข้องในด้านอื่น ๆ ที่ไม่ได้กล่าวนาม ที่มีส่วนช่วยให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณบิดา มารดาและทุกคนในครอบครัว ที่ให้กำลังใจเสมอมา พร้อมทั้งสนับสนุนและให้คำปรึกษาในทุกเรื่อง และเป็นส่วนที่สำคัญทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

ประโยชน์อันพึงได้จากการศึกษาในครั้งนี้ ขอให้เป็นกตเวทิตาแด่บิดา มารดา ครอบครัว ตลอดจนผู้เขียนหนังสือและบทความต่าง ๆ ที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยจนสามารถทำให้วิจัยนี้สำเร็จได้ด้วยดี และเป็นตัวอย่างการศึกษาสำหรับผู้สนใจต่อไป

เบญญาทิพย์ ม่วงเขียว

สารบัญ

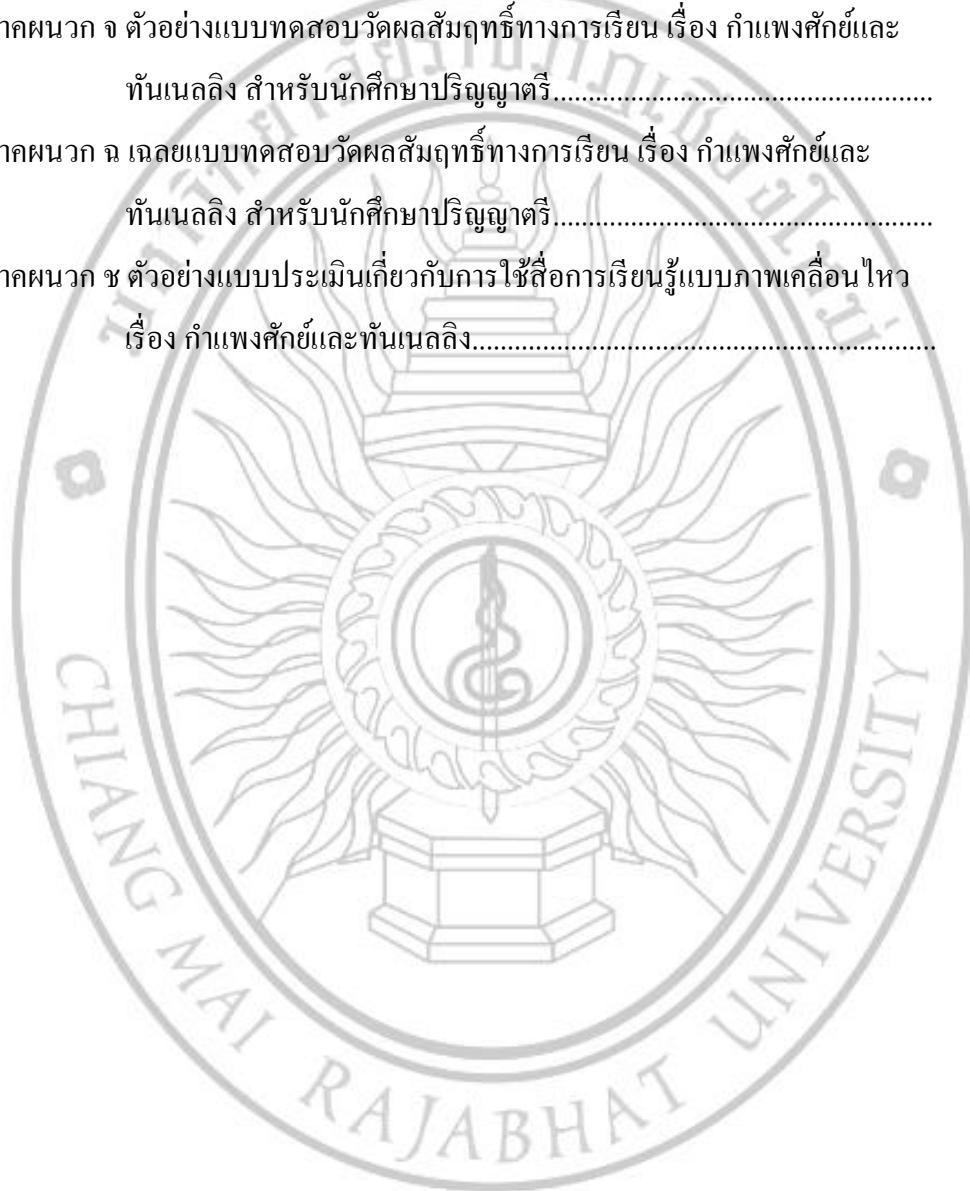
	หน้า
บทคัดย่อ	ข
ABSTRACT	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ
สารบัญภาพ	ช
สารบัญตาราง.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
ขอบเขตของการศึกษาวิจัย	2
ประโยชน์ที่รับจากการวิจัย	3
ข้อตกลงเบื้องต้น	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
คุณสมบัติของโลหะ.....	5
คุณสมบัติสารตัวนำยิ่งยวด.....	6
แบบจำลองอิเล็กตรอน (Free Electron Model).....	6
ตัวดำเนินการโมเมนตัม $\hat{p}$	8
ตัวดำเนินการพลังงาน $\hat{H}$	10
ฟังก์ชันดิเรก เดลตา (Dirac Delta Function).....	11
สมการโชดิงเจอร์.....	13
ปรากฏการณ์ทะลุผ่านอุโมงค์ (Tunneling Effect).....	15
โปรแกรม Mathematica.....	20

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
โปรแกรม Adobe Flash CS6.....	23
สปีน : สมบัติของอนุภาค.....	27
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	28
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	30
การดำเนินงาน.....	30
วิธีการทดลอง.....	31
การสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม.....	39
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาผลกระทบของการกระเจิงแบบปกติของสปีน ต่อพฤติกรรมของอนุภาคผ่านโครงสร้างผลสม โลหะและ สารตัวนำยิ่งยวดแบบคลื่นทรงกลม (s-wave).....	46
ตอนที่ 2 ผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง.....	48
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	54
สรุปผลการวิจัย.....	54
อภิปรายผล.....	55
ข้อเสนอแนะ.....	57
บรรณานุกรม.....	58
ประวัติผู้วิจัย.....	61
ภาคผนวก.....	62
ภาคผนวก ก สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย.....	63
ภาคผนวก ข ตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม Mathematica.....	65
ภาคผนวก ค ขั้นตอนการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยใช้โปรแกรม Flash.....	66

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก ง แสดงผลและการวิเคราะห์ค่าต่าง ๆ	68
ภาคผนวก จ ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพงศักดิ์และ พันเนลลิ่ง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี.....	84
ภาคผนวก ฉ เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพงศักดิ์และ พันเนลลิ่ง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี.....	86
ภาคผนวก ช ตัวอย่างแบบประเมินเกี่ยวกับการใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และพันเนลลิ่ง.....	92

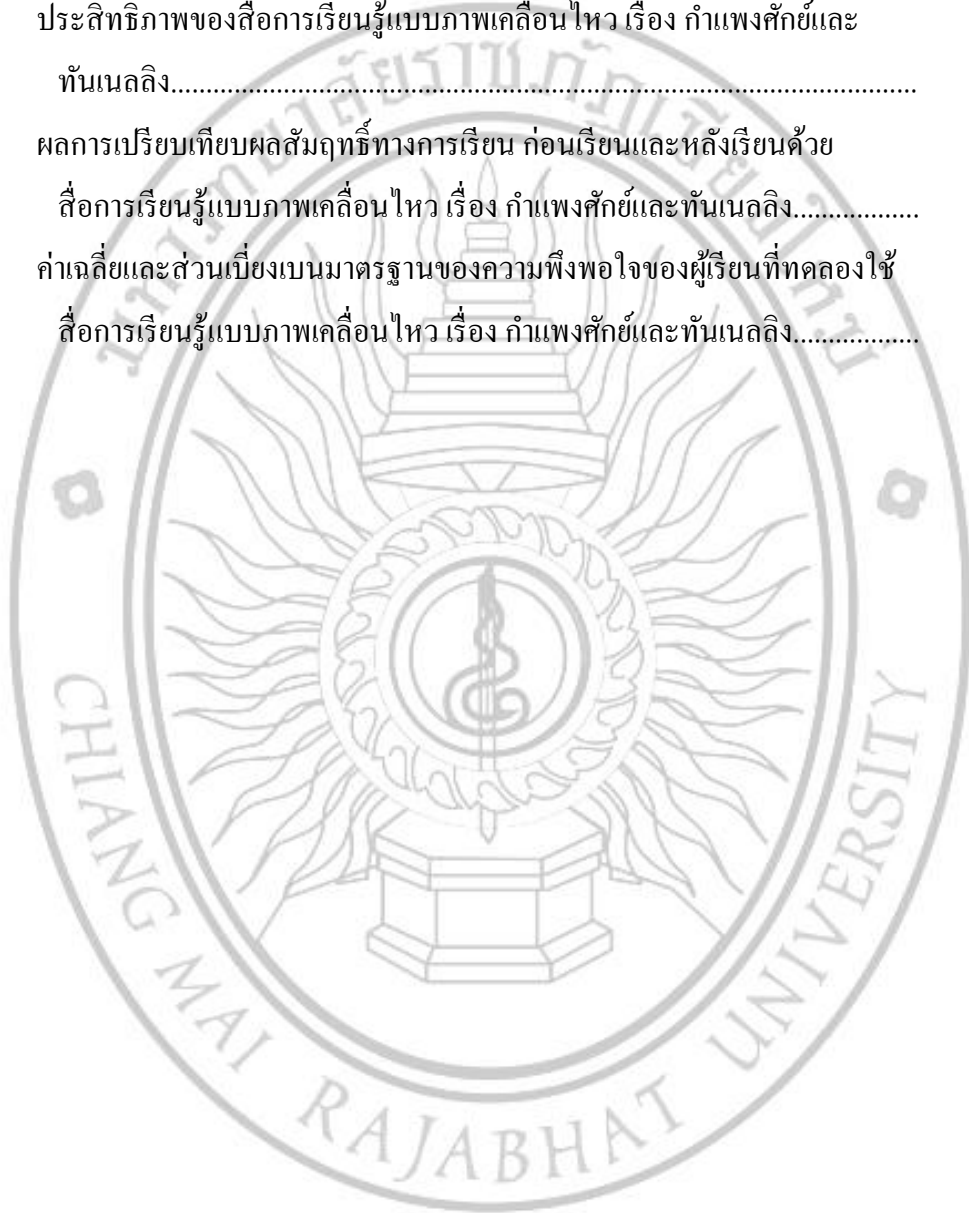


สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1	ฟังก์ชันดิแรก เดลตา..... 13
2.2	ลักษณะของ wave function ในกรณีกำแพงพลังงานศักย์รูปต่าง ๆ 17
2.3	ลักษณะของกราฟสองมิติ จากโปรแกรม Mathematica..... 21
2.4	ลักษณะของกราฟสามมิติ จากโปรแกรม Mathematica..... 22
2.5	หน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Mathematica..... 22
2.6	หน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Flash..... 24
2.7	ส่วนประกอบหน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Flash..... 24
2.8	ส่วนประกอบไทม์ไลน์ของโปรแกรม Flash..... 25
2.9	พื้นที่การทำงานของโปรแกรม Flash..... 26
2.10	สปินของอนุภาค..... 27
3.1	ขั้นตอนการดำเนินงาน..... 31
3.2	แบบจำลองรอยต่อระหว่างโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง..... 32
3.3	แถบพลังงานของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง..... 34
3.4	กรอบแนวคิดในการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม..... 43
4.1	โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนที่เป็นฟังก์ชันของพลังงานที่ความสูงของกำแพงศักย์ต่าง ๆ 46
4.2	กราฟแสดงโอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนที่เป็นฟังก์ชันของพลังงาน โดยความสูงของกำแพงศักย์ต่าง ๆ 47
4.3	กราฟแสดงโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคที่เป็นฟังก์ชันของพลังงานที่ค่าความสูงของกำแพงศักย์ต่างกัน..... 48
4.4	การลอดอุโมงค์ของอนุภาคควอนตัม (Quantum Tunnelling)..... 49
4.5	รูปอนุภาคเคลื่อนที่ชนกำแพงศักย์หนึ่งมิติสูงจำกัด โดยที่กำแพงเป็นพลังงานศักย์ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งเท่านั้น..... 50

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักร์และ ทันเนลลิง.....	51
4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วย สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักร์และทันเนลลิง.....	52
4.3 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความพึงพอใจของผู้เรียนที่ทดลองใช้ สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักร์และทันเนลลิง.....	52



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันนี้ได้มีการค้นคว้าและวิจัยทั้งทางด้านทฤษฎีและการทดลองเพื่อออกแบบวัสดุที่จะเข้ามาแทนที่อุปกรณ์ทางอิเล็กทรอนิกส์ที่เรียกว่า อุปกรณ์สปีนทรอนิกส์ อย่างแพร่หลาย (Oestreich, 1999; Wolf et al., 2001; Zutic, Fabian, & Sarma, 2004) ซึ่งอุปกรณ์ที่เรียกว่า สปีนทรอนิกส์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้จริงในเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ เช่น การอ่านเซนเซอร์ในฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ และการจัดเก็บข้อมูลสำหรับอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ โดยจะศึกษาหลักการของความเป็นอิสระในการหมุนของสปีนร่วมกับคุณสมบัติที่โดดเด่นของอิเล็กทรอนิกส์ ทั้งนี้อาศัยการควบคุมทิศทางการหมุนของสปีนเพื่อให้ได้การไหลของสปีนในระบบที่พิจารณาเพื่อที่จะออกแบบและพัฒนาอุปกรณ์สปีนทรอนิกส์ในรุ่นต่อไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาการไหลของกระแสไฟฟ้าผ่านโครงสร้างผสมของสารต่าง ๆ เช่น โลหะ สารกึ่งตัวนำ สารเฟอร์โรแมกเนติก และสารตัวนำยิ่งยวด เป็นต้น เมื่อนำสารเหล่านี้มาประกอบเป็นโครงสร้างผสมหลายชั้นจะพบว่าการขนส่งอนุภาคก็จะแตกต่างกันออกไปด้วย ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติเฉพาะตัวของสารนั้น ๆ เช่น โลหะ/สารกึ่งตัวนำ (Jantayod & Pairor, 2015; Srisongmuang, Pairor, & Berciu, 2008) สามารถวัดพลังงานของระบบดังกล่าวจากผลของกระแสไฟฟ้าหรือความชันของสภาพนำไฟฟ้าได้ อีกทั้งยังพบว่าค่าแรงสักระยะที่กั้นระหว่างสารทั้งสองชนิดยังส่งผลต่อค่าสภาพนำไฟฟ้าของโครงสร้างผสมนี้ด้วย คือ เมื่อค่าแรงสักระยะสูงขึ้นค่าสภาพนำไฟฟ้าก็จะลดลง และที่น่าสนใจมากกว่านั้นคือเมื่อพิจารณาค่าแรงสักระยะที่รอยต่อระหว่างสารทั้งสอง โดยการรวมผลที่เหมาะสมของการกระเจิงของอิเล็กตรอนแบบสามารถกลับทิศของสปีนได้และสปีนแบบปกติ จะสามารถเพิ่มการไหลของสภาพนำไฟฟ้าได้มากขึ้น ผลกระทบของรอยตอดังกล่าวนี้อยู่กับโครงสร้างผสมของโลหะและเฟอร์โรแมกเนติก (Pasanai & Pairor, 2011) อีกด้วย

นอกจากประสิทธิภาพของการกระเจิงของอิเล็กตรอนสองแบบดังกล่าวแล้ว ยังมีผลของความแรงของการควบคู่สปีนกับวงโคจรแบบรีซบาอีกรูปแบบหนึ่ง ที่มีผลทำให้จุดสูงสุดของสภาพ

นำไฟฟ้าเปลี่ยนแปลง ซึ่งพบผลวิจัยดังกล่าวในระบบโครงสร้างผสมของโลหะและสารตัวนำยิ่งยวด (Wu & Samokhin, 2010) จะเห็นว่าการพิจารณาผลกระทบที่รบกวนต่อการเลือกพิจารณาโครงสร้างผสมที่ประกอบด้วยสารต่าง ๆ มีความสำคัญต่อประสิทธิภาพของสภาพนำไฟฟ้าของระบบอย่างมาก โดยเฉพาะปัญหาความไม่เข้ากันของสารสองประเภทที่บริเวณรอยต่อ ซึ่งในปัจจุบันก็ยังไม่มียานวิจัยที่สามารถเพิ่มประสิทธิภาพการไหลของอิเล็กตรอนได้อย่างสมบูรณ์ และก็ยังเป็นปัญหาที่นักวิจัยต้องคิดค้นและพัฒนาต่อไป

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะศึกษาทฤษฎีของสภาพนำไฟฟ้าหรือค่านำไฟฟ้าของโครงสร้างผสมที่ประกอบด้วยโลหะและสารตัวนำยิ่งยวดแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) (Metal/s-wave Superconductor) ซึ่งการกระจายของอิเล็กตรอนแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) ก็จะไม่ขึ้นกับทิศทางเป็นการกระจายแบบทรงกลม กล่าวได้ว่าสมมาตรกันในทุกทิศทางและความหนาแน่นในการพบอิเล็กตรอนจะมากที่สุด โดยในงานวิจัยนี้จะใช้การจำลองการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนและสปินแบบต่อเนื่อง (Free Electron Approximation) (Blonder, Tinkham, & Klapwijk, 1982) ในระบบหนึ่งมิติ ซึ่งจะพิจารณาผลกระทบการกระเจิงของสปินแบบปกติบริเวณรอยต่อ ที่มีต่อค่าสภาพนำไฟฟ้าของระบบดังกล่าว เพื่อสังเกตหาวิธีการควบคุมและจัดการกับการขนส่งของพาหะไฟฟ้าและสปินให้มีประสิทธิภาพสูงสุด รวมถึงนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างผสมโลหะและสารตัวนำยิ่งยวดแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม
2. เพื่อสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยใช้โปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash

ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาการขนส่งของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม โลหะและสารตัวนำยิ่งยวดแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) โดยเน้นถึงผลกระทบของกำแพงศักย์ที่มีการกระเจิงแบบปกติ
2. จำลองการขนส่งของอนุภาคเป็นแบบต่อเนื่องและพิจารณาในระบบ 1 มิติ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน
3. คำนวณหาค่าสมการและค่าตัวแปรที่ใช้ได้แก่

3.1 สมการฮามิลโตเนียนรวมของระบบ

3.2 สมการฮามิลโตเนียนของโลหะ และสารตัวนำยวดยิ่ง

3.3 สมการพลังงาน สมการเวกเตอร์คลื่น

3.4 สมการฟังก์ชันคลื่นของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง

3.5 สมการของสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล

3.6 สมการของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนและโฮล

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลและสร้างสื่อการเรียนรู้ คือโปรแกรม Mathematica และ โปรแกรม Flash

5. วิเคราะห์ผลกระทบ แสดงผลโดยวิธีเชิงตัวเลขของโอกาสของการสะท้อนกลับ และโอกาสของการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล ซึ่งเป็นฟังก์ชันของพลังงาน

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้ผลการวิเคราะห์ผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง
2. การศึกษานี้เน้นเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจพื้นฐานของพฤติกรรมการขนส่งอนุภาคและสปีนผ่านรอยต่อของสาร ดังนั้นนักวิจัยที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับงานวิจัยนี้ สามารถนำความรู้ไปต่อยอดหรือพัฒนาแนวความคิดให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น
3. ได้สื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม โลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง แบบคลื่นทรงกลม (s-wave) เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม ซึ่งนิยามพลังงานศักย์ที่รอยต่อเป็นแบบฟังก์ชันเดลตา (Dirac Delta Function) และค่าของกำแพงศักย์ (z) ไม่ขึ้นกับความสูงใด ๆ
2. สื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง คือ สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว โดยการใช้โปรแกรม Mathematica และ โปรแกรม Flash มาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบาย ในเรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

นิยามศัพท์เฉพาะ

การทะลุผ่านของอนุภาค หมายถึง อนุภาคเคลื่อนที่พุ่งชนกำแพงศักย์ตรงบริเวณรอยต่อของโครงสร้างระหว่างโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง แล้วทะลุผ่านออกไปอีกด้านหนึ่ง โดยที่ความถี่ไม่เปลี่ยนแปลง

การสะท้อนกลับของอนุภาค หมายถึง อนุภาคเคลื่อนที่ไปกระทบกับกำแพงศักย์ตรงบริเวณรอยต่อของโครงสร้างระหว่างโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง แล้วสะท้อนไปในทิศทางอื่นหรือสะท้อนกลับมามาทิศทางเดิม

การกระเจิง (Scattering) หมายถึง อนุภาคเคลื่อนที่ผ่านในโครงสร้างผลผลึก โลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง แล้วถูกบังคับให้เบี่ยงเบนไปจากวิถีทางตรงไปหนึ่งเส้นทางหรือมากกว่าหนึ่งเส้นทางเนื่องจากการไม่สม่ำเสมอ (Non-uniformities) ตรงบริเวณรอยต่อ

สปิน (Spin) คือ คุณสมบัติทางควอนตัมของอนุภาค บอกถึงทิศทางของอิเล็กตรอนประกอบไปด้วยสปินอัพ (Spin Up) และสปินดาวน์ (Spin Down)

การกระเจิงของสปินแบบกลับทิศ (Spin-flip Scattering) คือ ทิศทางของอิเล็กตรอนที่เป็นการกระเจิงของสปินแบบกลับทิศได้

การกระเจิงของสปินแบบปกติ (Non-spin-flip Scattering) คือ ทิศทางของอิเล็กตรอนที่เป็นการกระเจิงของสปินแบบไม่กลับทิศ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อของโลหะและสารตัวนำยิ่งยวด เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม และเพื่อสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยใช้โปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องหลาย ๆ แห่ง เกี่ยวกับคุณสมบัติของโลหะ คุณสมบัติสารตัวนำยิ่งยวด แบบจำลองอิเล็กตรอน (Free Electron Model) ตัวดำเนินการโมเมนตัม ($\hat{P}$) ตัวดำเนินการพลังงาน ($\hat{H}$) ฟังก์ชันดิแรค เดลตา (Dirac Delta Function) สมการโชดิงเจอร์ ปรากฏการณ์ทะลุผ่านอุโมงค์ (Tunneling Effect) และข้อมูลเกี่ยวกับโปรแกรม Mathematica และ โปรแกรม Flash ดังรายละเอียดต่อไปนี้

คุณสมบัติของโลหะ

โลหะ คือ วัสดุที่ประกอบด้วยธาตุโลหะที่มีอิเล็กตรอนอิสระอยู่มากมาย นั่นคืออิเล็กตรอนเหล่านี้ไม่ได้เป็นของอะตอมใดอะตอมหนึ่งโดยเฉพาะ ทำให้มีคุณสมบัติพิเศษหลายประการ วัสดุประเภทโลหะ ได้แก่ เหล็ก ทองแดง อลูมิเนียม นิกเกิล ดีบุก สังกะสี ทองคำ ตะกั่ว เป็นต้น (ชัชวาล อ้น, 2554)

คุณสมบัติของวัสดุประเภทโลหะ

1. เป็นตัวนำความร้อนได้ดี
2. เป็นตัวนำไฟฟ้าที่ดี
3. มีความคงทนถาวรตามสภาพ
4. ไม่เสื่อมสลายหรือเปลี่ยนแปลงสถานะภาพง่าย
5. เป็นของแข็งที่อุณหภูมิปกติ ยกเว้นโลหะปรอท
6. มีความแข็งและความเหนียวสูง ยกเว้นโลหะปรอท
7. ผิวมันวาว

8. มีการขยายตัวที่อุณหภูมิสูง

คุณสมบัติสารตัวนำยิ่งยวด

วัสดุตัวนำยิ่งยวด เป็นวัสดุจำพวกโลหะ โลหะผสม (Metal Alloy) หรือแม้แต่เซรามิก ที่มีสมบัติที่เรียกว่า “Superconductivity” หรือสภาพการเป็นตัวนำไฟฟ้าอย่างยิ่งยวด หมายถึงสภาพการนำไฟฟ้าโดยปราศจากความต้านทาน ณ อุณหภูมิที่ต่ำกว่าอุณหภูมิกำหนดหนึ่งที่เราเรียกว่า “อุณหภูมิวิกฤต (Critical Temperature: T_c)” ประมาณ -250 องศาเซลเซียส กล่าวคือ เมื่อวัสดุเหล่านั้นได้รับความเย็นจนมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต วัสดุเหล่านั้นจะ ไม่มีความต้านทานทางไฟฟ้า อุณหภูมิวิกฤตนั้นมีค่าแตกต่างกันออกไปแล้วแต่วัสดุ ซึ่งในทางปฏิบัติเราทำให้เกิดสภาพนำไฟฟ้ายิ่งยวดได้ โดยการทำให้อุณหภูมิวัสดุต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตโดยใช้ฮีเลียมเหลวหรือนิโตรเจนเหลว และด้วยสมบัติของวัสดุตัวนำยิ่งยวดที่ไม่มีความต้านทานหากกระแสไฟฟ้า ทำให้สามารถนำพากระแสไฟฟ้าปริมาณมากให้ไหลผ่านได้เป็นระยะเวลานานโดยปราศจากการสูญเสียพลังงาน ที่เป็นเช่นนี้เพราะอิเล็กตรอนมีการจับคู่กัน เรียกว่า คูคูเปอร์ (Cooper Pair) จึงไปมาอยู่ในโครงร่างตาข่ายของวัสดุอย่างอิสระโดยไม่เกิดการชนกันหรือกระเจิง (ฟิสิกส์ราชมงคล, 2549; มรกต พุทธกาล, สุกัญญา นิลม่วง, สราวุธ ใจเย็น และ เป็นไท ปิ่นม่วง, 2550)

แบบจำลองอิเล็กตรอน (Free Electron Model)

พิจารณาอิเล็กตรอนแก๊สอิสระใน 1 มิติ เมื่อ m คือมวล L คือความยาว $\psi_n(x)$ คือฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนจากสมการชโรดิงเงอร์ (Schrodinger Equation)

$$H\psi_n(x) = E_n\psi_n(x)$$

เมื่อ E_n คือ พลังงานในระดับชั้นของอิเล็กตรอนตั้งแต่พลังงานศักย์ที่ 0

H คือ แฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ซึ่งประกอบด้วยพลังงานจลน์เท่านั้น

$$H\psi_n(x) = \frac{p^2}{2m}\psi_n(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}\psi_n(x) = E_n\psi_n(x) \quad (2.1)$$

$$\text{จัดรูปใหม่} \quad \frac{d^2}{dx^2}\psi_n(x) + K_n^2\psi_n(x) = 0 ; K_n = \frac{2mE_n}{\hbar^2} \quad (2.2)$$

เนื่องจากกำแพงพลังงานศักย์ที่ผิวโลหะมีค่าอนันต์ ดังนั้นอิเล็กตรอนจะสะท้อนกลับไปกลับมาระหว่างผนังของบ่อศักย์ที่ $x = 0$ และ $x = L$ ทำให้เกิดเงื่อนไขขอบเขต

$$\text{จะได้} \quad \psi_n(0) = \psi_n(L) = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{จะได้} \quad \psi_n(x) = A \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right); A = \text{const.} \quad (2.4)$$

แทนสมการที่ (4) ในสมการที่ (1) จะได้

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 \quad (2.5)$$

ตามหลักการกีดกันของเพาลี (Pauli Exclusion Principle) ไม่มีอิเล็กตรอนสองตัวใด ๆ ในอะตอมหนึ่ง ๆ ที่สามารถอยู่ในสถานะควอนตัมเดียวกัน จะทำให้แต่ละออร์บิทัลมีอิเล็กตรอนอยู่ได้เพียงตัวเดียว หรืออิเล็กตรอนสองตัวไม่สามารถมีเลขควอนตัมเหมือนกันและไม่สามารถมีฟังก์ชันคลื่นเดียวกัน (ธงชัย พันธุ์เมธาฤทธิ์, 2530)

หลักการนี้ใช้ได้กับอะตอมจำนวนมากและโมเลกุลจำนวนมากในของแข็งเชิงเส้นเลขควอนตัมของอิเล็กตรอนในของแข็งเชิงเส้น เมื่อ n คือ ออร์บิทัล $\psi_n(x)$ และ m_s คือการฉายของโมเมนตัมการหมุนบนแกนสปินของอิเล็กตรอน $s = 1/2$ เพื่อให้ $2s + 1 = 2$ และ $m_s = \pm 1/2$ ตามทิศของสปิน

ดังนั้นจะมี 2 ออร์บิทัลที่มีค่า n เดียวกัน และสามารถบรรจุอิเล็กตรอนได้ 2 ตัว โดยหนึ่งออร์บิทัลจะสามารถบรรจุอิเล็กตรอนได้ 1 ตัว อิเล็กตรอนในออร์บิทัลหนึ่งจะมีสปินอัพ (Spin Up) และสปินดาวน์ (Spin Down)

ถ้าเราเริ่มบรรจุอิเล็กตรอนอย่างต่อเนื่องลงไปในระดับพลังงานจากระดับต่ำสุดคือ $n = 1$ ไประดับสูงกว่า n ใด ๆ จะพบว่าพลังงานของอิเล็กตรอนในระดับพลังงานที่ n ใด ๆ มีค่า E_n ถ้าให้พลังงานเฟอร์มิ E_F เป็นพลังงานสูงสุดในสถานะพื้นที่บรรจุด้วยอิเล็กตรอนแล้วปรากฏว่า

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi n}{2L}\right)^2 \quad (2.6)$$

ตัวดำเนินการโมเมนตัม ($\hat{p}$)

ตัวดำเนินการของโมเมนตัมเชิงมุม คือ

$$\hat{p} = -i\hbar\nabla \quad (2.7)$$

เพื่อหาฟังก์ชันเฉพาะของตัวดำเนินการโมเมนตัม (Momentum Operator) เราจึงพิจารณาอนุภาคเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติตามแนวแกน x ดังนั้นโมเมนตัมจึงมีเฉพาะ p_x ตัวดำเนินการที่สัมพันธ์ด้วยคือ

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (2.8)$$

สมการค่าเฉพาะสำหรับตัวดำเนินการนี้คือ

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi = p_x \psi \quad (2.9)$$

ถ้า p_x แทนเฉพาะค่าที่เป็นไปได้สำหรับการวัดโมเมนตัมแนวแกน x เท่านั้น ฟังก์ชันเฉพาะ $\psi(x)$ สัมพันธ์กับค่าเฉพาะ p_x และ $|\psi|^2 dx$ คือความน่าจะเป็นของการพบอนุภาคที่มีโมเมนตัม p_x ในช่วง x ถึง $x+dx$ เรากำหนดให้เป็นอนุภาคอิสระ นั่นคือมันไม่มีอาณาเขตปิดกั้นตามแนวแกน x เลย กรณีนี้ไม่มีเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) สำหรับฟังก์ชัน ψ และผลเฉลย (Solution) ของสมการ (2.9) คือ

$$\psi = A \exp\left(\frac{ip_x x}{\hbar}\right) = A e^{ikx} \quad (2.10)$$

$$\text{เมื่อเลขคลื่น } k \text{ คือ } k = \frac{p}{\hbar} \quad (2.11)$$

ฟังก์ชันเฉพาะ ψ ในสมการ (2.10) คือฟังก์ชันเป็นคาบ (Periodic Function) ในแนวแกน x ดังนั้นเพื่อหาค่าความยาวคลื่น λ เราสามารถจัดให้

$$e^{ikx} = e^{ik(x+\lambda)} \quad (2.12)$$

$$1 = e^{ik\lambda} = \cos k\lambda + i \sin k\lambda$$

จึงเป็นไปได้ถ้า

$$\cos k\lambda = 1 \quad \text{และ} \quad \sin k\lambda = 0 \quad (2.13)$$

ผลเฉลยตัวแรกที่ไม่เป็นศูนย์ของสมการ (2.13) คือ

$$k\lambda = 2\pi \quad (2.14)$$

จากสมการ (2.11) และสมการ (2.14) จะได้ความสัมพันธ์ของเดอบอยล์ ดังนี้

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (2.15)$$

เราสรุปฟังก์ชันเจาะจงของตัวดำเนินการโมเมนตัมที่สัมพันธ์กับค่าเจาะจง p มีความยาวคลื่นเท่ากับความยาวคลื่นเดอบอยล์

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

ในกลศาสตร์ควอนตัม เพื่อความสะดวกมักจะกล่าวถึงโมเมนตัม p ในเทอมของเลขคลื่น k มากกว่า ดังนั้นสัญกรณ์ (Notation) ที่ใช้กับฟังก์ชันเจาะจงและค่าเจาะจงของตัวดำเนินการโมเมนตัม คือ

$$\psi_k = Ae^{ikx}, p = \hbar k \quad (2.16)$$

กรณีล่าง k ได้ ψ_k หมายถึงความต่อเนื่องฟังก์ชันเจาะจงและค่าเจาะจง $\hbar k$ เป็นผลเฉลยของสมการเจาะจงในสมการ (2.9)

ตัวดำเนินการพลังงาน ($\hat{H}$)

ตัวดำเนินการที่สัมพันธ์กับพลังงานรวม คือ ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน $\hat{H}$ ถ้าอนุภาคอันหนึ่งมวล m กำลังเคลื่อนที่ในสนามศักย์ $V(\vec{r})$ ดังนั้นตัวดำเนินการพลังงานเขียนได้ว่า

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \quad (2.17)$$

สมการค่าเจาะจงสำหรับ H คือ

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (2.18)$$

สมการ (2.18) นี้ เรียกว่าสมการโซดิงเจอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Time-Independent Schrodinger Equation) ผลคือพลังงานที่เป็นไปได้ที่อนุภาคพึงมี ทำนองเดียวกันกับเรื่องตัวดำเนินการโมเมนตัม

เรากลับมาพิจารณาอนุภาคอิสระ พลังงานของอนุภาคอิสระมีเฉพาะพลังงานจลน์ ดังนั้น

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \quad (2.19)$$

อนุภาคเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติ ดังนั้นจากสมการโซดิงเจอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาจะได้ว่า

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = E\psi \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi$$

$$\text{ในเทอมของเลขคลื่น} \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (2.21)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \psi_{xx} + k^2 \psi = 0 \quad (2.22)$$

เมื่อ ψ_{xx} คือ $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi$ โดยที่เครื่องหมายล่าง x แทนการหาอนุพันธ์ (Differentiation)

สำหรับอนุภาคอิสระไม่มีเงื่อนไขขอบเขตและผลเฉลยของสมการ (2.22) คือ

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (2.23)$$

ฟังก์ชัน ψ นี้คือฟังก์ชันเฉพาะของ $\hat{H}$ ซึ่งสัมพันธ์กับค่าเฉพาะพลังงาน

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.24)$$

จากสมการ (2.16) เราพบว่าโมเมนตัมของอนุภาคอิสระ คือ $\hbar k$ ซึ่งเป็นตัวเดียวกันกับ $\hbar k$ ที่ปรากฏในสมการ (2.24) ดังนั้นอนุภาคอิสระมีพลังงาน

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.25)$$

โปรดสังเกตว่าฟังก์ชันเฉพาะของ $\hat{H}$ ในสมการ (2.23) ถ้า $B=0$ ฟังก์ชันที่เหลือก็เป็นฟังก์ชันของ $\hat{p}$ ด้วย ดังในสมการ (2.16) ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าสำหรับอนุภาคอิสระ $\hat{H}$ และ $\hat{p}$ มีฟังก์ชันเฉพาะร่วมกัน (Common Eigen Functions) หรือกล่าวอีกในหนึ่งว่า ψ เป็นฟังก์ชันของทั้ง $\hat{H}$ และ $\hat{p}$

ฟังก์ชันดิเรก เดลตา (Dirac Delta Function)

ฟังก์ชันเฉพาะของ $\hat{x}$ คือ $\delta(x-x')$ เรียกว่าฟังก์ชันดิเรก เดลตา (Dirac Delta Function) มีนิยามในเทอมของสมบัติ 2 ประการ

สมการแรก คือ สมบัติอินทิกรัล

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x')\delta(x-x')dx' = f(x)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x')dx' = 1 \quad (2.26)$$

หรือเขียนในเทอมของตัวแปรเดียว y

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(y) \delta(y) dy = f(0)$$

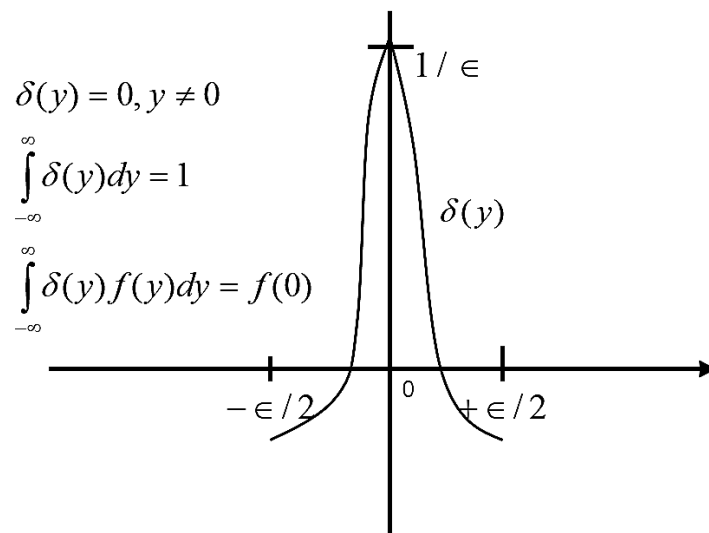
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(y) dy = 1 \quad (2.27)$$

สมบัติอันที่สองคือค่า

$$\delta(x - x') = 0 \quad \text{สำหรับ} \quad x \neq x'$$

หรือในเทอมของ y

$$\delta(y) = 0 \quad \text{สำหรับ} \quad y \neq 0 \quad (2.28)$$



ภาพที่ 2.1 ฟังก์ชันดิเรก เดลตา $\delta(y)$ เส้นโค้งมีลักษณะบิดเบือนออกไปจากความจริง รูปที่แม่นยำมากกว่านี้จะเกิดขึ้นเมื่อขีดจำกัด $\epsilon \rightarrow 0$

ที่มา : สุปราณี ลีมสุวรรณ, 2542

สมการโซดิงเจอร์

ปัญหาสุดท้ายในการสร้างทฤษฎีกลศาสตร์ควอนตัม คือการหารูปร่างทางคณิตศาสตร์ของตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการวัดปริมาณฟิสิกส์ทั้งหมดโดยอาศัยตัวดำเนินการตำแหน่งและตัวดำเนินการโมเมนตัมที่ได้จากพอสชูลेटที่ 3 เป็นพื้นฐาน

พอสชูลेटข้อที่ 4 ตัวดำเนินการของการวัดปริมาณทางฟิสิกส์ใด ถ้าเปลี่ยนไปจากการคำนวณหาปริมาณฟิสิกส์คลาสสิกแล้ว จึงเปลี่ยนตัวแปรต่าง ๆ ให้เป็นตัวดำเนินการ

กลศาสตร์คลาสสิกที่เป็นเครื่องมือในการสร้างกลศาสตร์ควอนตัมคือกลศาสตร์ฮามิลตัน ดังได้กล่าวแล้วว่า แนวคิดสำคัญของกลศาสตร์ฮามิลตันคือการกำหนดให้ตำแหน่งกับโมเมนตัม เป็นปริมาณฟิสิกส์ที่เป็นตัวแปรพื้นฐาน ส่วนปริมาณฟิสิกส์อื่น ๆ นั้นเป็นฟังก์ชันของตัวแปรทั้งสองนี้ทั้งสิ้น (นรา จิรภัทรพิมล, 2553) เช่น พลังงานรวมของอนุภาคซึ่งในกลศาสตร์ฮามิลตันเรียกว่า ฮามิลโทเนียน (Hamiltonian) นั้น จะเขียนอยู่ในรูปตัวแปรของตำแหน่งกับโมเมนตัมได้ว่า

$$H = T + V$$

$$\hat{H} = \frac{p^2}{2m} + V(x, y, z) \quad (2.29)$$

เมื่อ T และ V คือ พลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของอนุภาคตามลำดับ ส่วน p และ m คือ โมเมนตัมและมวลของอนุภาค

ตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการวัดพลังงานในกลศาสตร์ควอนตัมมีชื่อเรียกว่า ฮามิลโทเนียน เช่นกัน และหาได้จากความสัมพันธ์ใน (2.29) โดยการเปลี่ยนตัวแปร p และ x, y, z ให้เป็นตัวดำเนินการตามรูปร่างทางคณิตศาสตร์ของตัวดำเนินการฮามิลโทเนียน สามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(-i\hbar\vec{\nabla})^2 + V(x, y, z)$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(x, y, z) \quad (2.30)$$

ทำนองเดียวกัน โมเมนตัมเชิงมุมในกลศาสตร์คลาสสิกมีนิยามว่า

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

หรือ

$$L_x = yp_z - zp_y$$

$$L_y = zp_x - xp_z$$

$$L_z = xp_y - yp_x$$

ดังนั้นตัวดำเนินการ โมเมนตัมเชิงมุม (Angular Momentum Operator) ในกลศาสตร์ควอนตัม คือ

$$\hat{L}_x = \hat{y}\hat{p}_z - \hat{z}\hat{p}_y = -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right)$$

$$\hat{L}_y = \hat{z}\hat{p}_x - \hat{x}\hat{p}_z = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\hat{L}_z = \hat{x}\hat{p}_y - \hat{y}\hat{p}_x = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) \quad (2.31)$$

การวัดค่าพลังงานของอนุภาคจะต้องเป็นไปตามสมการ $\hat{A}\psi_n = a_n\psi_n$ กล่าวคือ

$$\hat{H}\psi_n = E_n\psi_n$$

เมื่อ $\hat{H}$ คือ ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน

ψ_n คือ ฟังก์ชันไอเกนของ $\hat{H}$

E_n คือ ค่าไอเกนหรือพลังงานที่วัดได้

เมื่อแทนรูปร่างทางคณิตศาสตร์ของ $\hat{H}$ จาก (2.31) จะได้

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x, y, z) \right\} \psi_n(x, y, z) = E_n \psi_n$$

ในกรณีที่ยังไม่ทราบค่า E_n และค่าไอเกนฟังก์ชัน ψ_n นั้น โดยทั่วไปนิยมเขียนสมการข้างบนอยู่ในรูป

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x, y, z) \right\} \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z) \quad (2.32)$$

สมการ (2.32) นี้มีชื่อเรียกว่า สมการชโรดิงเงอร์ ซึ่งเป็นแม่บทของกลศาสตร์ควอนตัม

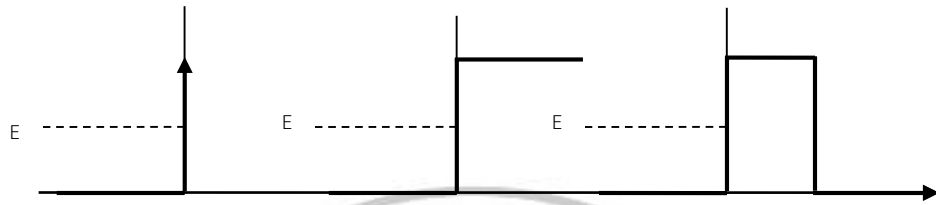
ปรากฏการณ์ทะลุผ่านอุโมงค์ (Tunneling Effect)

จากแบบจำลองโลหะของซัมเมอร์ฟิลด์ (Sommerfeld) ซึ่งกำหนดไว้ว่าอิเล็กตรอนอยู่ในบ่อพลังงานศักย์ที่มีกำแพงสูงมาก ๆ เป็นอนันต์ ในกรณีนี้จากภาพที่ 2.2 (ก) ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่ขอบกำแพงจะกลายเป็นศูนย์ทันที

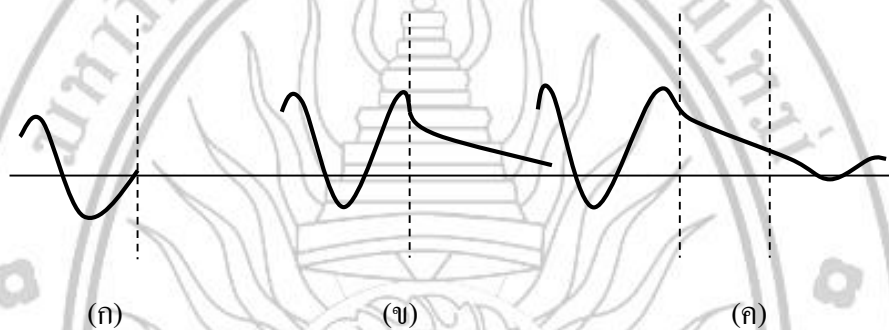
ถ้าความสูงของกำแพงไม่สูงอนันต์ โดยให้เป็นค่าใดค่าหนึ่ง ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนจะสามารถซึมซาบเข้าสู่กำแพงได้บ้าง ในภาพที่ 2.2 (ข)

ถ้ากำแพงพลังงานศักย์มีลักษณะเป็นกำแพงบาง ๆ ฟังก์ชันคลื่นก็อาจจะซึมทะลุผ่านกำแพง และมีบางส่วนไปปรากฏอยู่ด้านนอกได้ ดังภาพที่ 2.2 (ค) นั้นแสดงว่าอิเล็กตรอนสามารถวิ่งทะลุผ่านกำแพงศักย์ได้ เราเรียกปรากฏการณ์เช่นนี้ว่าปรากฏการณ์ทันเนลลิง หรือปรากฏการณ์ทะลุผ่านอุโมงค์ (Tunneling Effect) เป็นปรากฏการณ์ที่สำคัญมากในการอธิบายพฤติกรรมของอิเล็กตรอนในของแข็ง ทฤษฎีปฏิกริยาเคมี ปฏิกริยานิวเคลียร์ฟิชชัน

พลังงานศักย์รูปแบบต่าง ๆ



ตัวอย่างการเปลี่ยนแปลง Wave Function



ภาพที่ 2.2 ลักษณะของ Wave Function ในกรณีกำแพงพลังงานศักย์รูปต่าง ๆ
ที่มา : ดุสิต เครื่องงาม, 2521

พิจารณาปรากฏการณ์ทันเนลลิงในทางคณิตศาสตร์

กำหนดให้อิเล็กตรอนวิ่งในทิศทาง x แบบ 1 มิติ จากรูป 2.2 (ค) มีกำแพงศักย์สูง V_0

หนา a เป็นรูปสี่เหลี่ยม นั่นคือ

$$V(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ V_0 & , \quad 0 < x < a \\ 0 & , \quad a < x \end{cases} \quad \text{เขต 1, 2 และ 3 ตามลำดับ} \quad (2.33)$$

เราจะคำนวณปริมาณของอิเล็กตรอนที่วิ่งมาจากซ้ายมือแล้วสะท้อนกลับที่พรมแดนของเขต 1 และ เขต 2 ว่ามีเท่าไรแล้วทะลุผ่านเท่าไร ต่อจากนั้นก็พิจารณาที่พรมแดนของเขต 2 และ เขต 3 ในทำนองคล้าย ๆ กัน

สมการโซ่ดิงเจอร์ของอิเล็กตรอนในเขต 1 และเขต 3 คือ

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0 \quad (2.34)$$

สมการโซ่ดิงเจอร์ในเขต 2 คือ

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)\psi = 0 \quad (2.35)$$

ถ้าให้ $\frac{2m}{\hbar^2} E = \beta^2$, $\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E) = \gamma^2$ (2.36)

ดังนั้น สมการที่ (2.34) และ (2.35) มีรูปดังนี้

เขต 1,3 $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \beta^2\psi = 0$ (2.37)

เขต 2 $\frac{d^2\psi}{dx^2} - \gamma^2\psi = 0$ (2.38)

ผลเฉลยที่ขอบเขต 1 มีรูปดังนี้

$$\psi_1 = A'e^{i\beta x} + Ae^{-i\beta x} \quad (2.39)$$

เทอมที่หนึ่งคือคลื่นเดินทาง และเทอมที่สองคือคลื่นสะท้อนกลับ ถ้าให้แอมพลิจูดของคลื่นเดินทาง $A' = 1$ จะได้ว่า

$$\psi_1 = e^{i\beta x} + Ae^{-i\beta x} \quad (2.40)$$

ขณะที่เรายังไม่ทราบค่าแอมพลิจูดของคลื่นสะท้อนกลับ A ซึ่งจำเป็นต้องรอผลการคำนวณในเขต 2 และเขต 3

ซึ่งในเขต 2 ผลเฉลยทั่วไป ψ_2 คือ

$$\psi_2 = Be^{\gamma x} + Ce^{-\gamma x} \quad (2.41)$$

เราต้องพิจารณาเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ที่สามารถต่อเนื่องเขต 1 และเขต 2 ณ ที่ $x=0$ และ $x=a$ พลังงานศักย์มีค่าไม่ต่อเนื่อง แต่ค่าพลังงานศักย์ที่อยู่ระหว่าง 0 และ a นั้นถูกกำหนดให้วัดค่าใดค่าหนึ่ง ดังนั้นจากสมการชโรดิงเงอร์จะได้ $d^2\psi/dx^2$ ก็มีค่าค่าหนึ่ง ซึ่งแสดงว่า $d\psi/dx$ ไม่ได้เปลี่ยนแปลงแบบไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นเราจะได้เงื่อนไขขอบเขตว่า

ในบริเวณกำแพงศักย์นั้นคือแม้ว่าที่ $x=0$ หรือ $x=a$; $d\psi/dx$ จะมีค่าต่อเนื่อง และแน่นอน ψ ก็มีค่าต่อเนื่องด้วย เขียนสมการได้ว่า

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dx} &= \frac{d\psi_2}{dx} \end{aligned} \right\} x=0 \quad (2.42)$$

แทนค่าลงในสมการที่ (2.40) และ (2.41) จะได้ว่า

$$1 + A = B + C \quad (2.43)$$

$$i\beta(1 - A) = \gamma(B - C) \quad (2.44)$$

ขอบเขตระหว่างเขตที่ 2 และ 3

ให้ฟังก์ชันคลื่นในเขตที่ 2 จะได้เป็น

$$\psi_3 = De^{i\beta x} \quad (2.45)$$

สมการนี้มีคุณสมบัติว่า หลังการทะลุผ่านกำแพงศักย์คลื่นจะเดินทางไปทาง x (บวก) เสมอ เมื่อแทนค่าขอบเขต (Boundary Condition) ลงในสมการที่ (2.45) และจากสมการที่ (2.41) จะได้ว่า

$$Be^{\gamma a} + Ce^{-\gamma a} = De^{i\beta a} \quad (2.46)$$

$$\gamma(Be^{\gamma a} - Ce^{-\gamma a}) = i\beta De^{i\beta a} \quad (2.47)$$

เราสามารถหาค่า (A, B, C, D) ได้จากสมการที่ (2.43), (2.44), (2.45) และ (2.46) ดังนั้นแอมพลิจูดของคลื่นที่ทะลุผ่านกำแพงศักย์ (D) คือ

$$D = 2 / \left[2 \cosh \gamma a + i \left(\frac{\gamma}{\beta} - \frac{\beta}{\gamma} \right) \sinh \gamma a \right] \quad (2.48)$$

จากนิยามความน่าจะเป็นของการส่งผ่าน (Transmittance) (T) ว่าเป็น อัตราส่วนระหว่างจำนวนของอิเล็กตรอนในคลื่นที่เดินเข้าหากำแพงศักย์กับจำนวนของอิเล็กตรอนในคลื่นที่ทะลุผ่านกำแพงศักย์ในหนึ่งหน่วยเวลาในพื้นที่หน้าตัดหนึ่ง ดังนั้นถ้าให้แอมพลิจูดของคลื่นเดินทางให้เป็น 1 จะได้ว่า

$$T = DD^* = 4 / \left[4 \cosh^2 \gamma a + \left(\frac{\gamma}{\beta} - \frac{\beta}{\gamma} \right)^2 \sinh^2 \gamma a \right] \quad (2.49)$$

จากสมการนี้จะเห็นว่า ถ้า γa มีค่าน้อยลง (กำแพงพลังงานบางลง) ความน่าจะเป็นของการส่งผ่าน (Transmittance) (T) จะมีค่าเข้าใกล้ 1 ถ้า γa มีค่าน้อย ๆ เราจะได้ค่าใกล้เคียงดังนี้

$$\cosh \gamma a = \frac{e^{\gamma a} - e^{-\gamma a}}{2} = \frac{1}{2} e^{\gamma a}, \quad \sinh \gamma a = \frac{e^{\gamma a} - e^{-\gamma a}}{2} = \frac{1}{2} e^{\gamma a} \quad (2.50)$$

จึงทำให้

$$T = 4e^{-2\gamma a} \left/ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\gamma}{\beta} - \frac{\beta}{\gamma} \right)^2 \right] \quad (2.51)$$

ซึ่งสมการนี้บอกให้เราทราบว่าในขณะที่คลื่นกำลังผ่านกำแพงศักย์นั้น แอมพลิจูดของคลื่นจะลดลงอย่างเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential) และจะสามารถทะลุผ่านกำแพงศักย์ได้

จากการคำนวณด้วยทฤษฎีควอนตัมจะเห็นได้ว่าอิเล็กตรอนสามารถวิ่งทะลุผ่านเขตที่ 3 ได้ ถ้ากำแพงศักย์มีค่าความสูงเป็น eV และบางเป็น $50^\circ A$ หรือประมาณ 10 ชั้นของอะตอม อิเล็กตรอนจะวิ่งทะลุผ่านกำแพงศักย์ได้

ในทางปฏิบัติเราได้ใช้ปรากฏการณ์ทันเนลิงนี้ให้เป็นประโยชน์ เช่น แม้ว่าจะระหว่างขั้วโลหะกับขั้วโลหะจะมีฟิล์มฉนวนออกไซด์ชั้นอยู่แต่กระแสไฟฟ้าก็ยังสามารถไหลได้

โปรแกรม Mathematica

Mathematica เป็นโปรแกรมประยุกต์เชิงสัญลักษณ์ และเชิงตัวเลข ที่ช่วยในการคำนวณผลข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในด้านการศึกษา และสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานทางด้านการเรียนการสอนหลายวิชา เช่น ความน่าจะเป็น (Calculus Probability), พีชคณิตเชิงเส้น (Statistics Linear Algebra), สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equations) เป็นต้น ลักษณะเด่นของโปรแกรมนี้ คือมีความสามารถในการคำนวณสมการที่ซับซ้อน

สิ่งที่โปรแกรม Mathematica ทำได้คือ

1. การแก้สมการพหุนาม หรือ อสมการต่าง ๆ
2. การแยกตัวประกอบของจำนวนเต็ม หรือตัวประกอบของพหุนามดีกรีต่าง ๆ
3. การแก้สมการเชิงอนุพันธ์ต่าง ๆ
4. การหาค่าอนุพันธ์ การหาค่าอินทิเกรต ของฟังก์ชันต่าง ๆ
5. การหาค่า Limit ของฟังก์ชันต่าง ๆ
6. การสร้างกราฟ 2 มิติ 3 มิติ สามารถเขียนชุดคำสั่งได้

เนื่องจากลักษณะการทำงานของโปรแกรม Mathematica มีบรรทัดของคำสั่งที่เราต้องพิมพ์คำสั่งของการคำนวณเข้าไปเรียกว่า Line Input $\text{In}[n]:= \dots$ โปรแกรม Mathematica จึงจะแสดง

ผลการคำนวณในบรรทัดถัดไปเรียกว่า Line Output Out[n]= ... ดังนั้นการยกตัวอย่างความสามารถของโปรแกรม จึงขอแสดงผลการคำนวณที่ปรากฏบนจอภาพซึ่งมีทั้งบรรทัด Line Input (In[n]:=) และ Line Output (Out[n]=) มาให้เห็นพร้อมกัน เช่น

In[1]:= 1 + 1

Out[1] = 2

In[2]:= 5 - 1

Out[2] = 4

In[3]:= 7-2

Out[3] = 5

In[4]:= 2^3

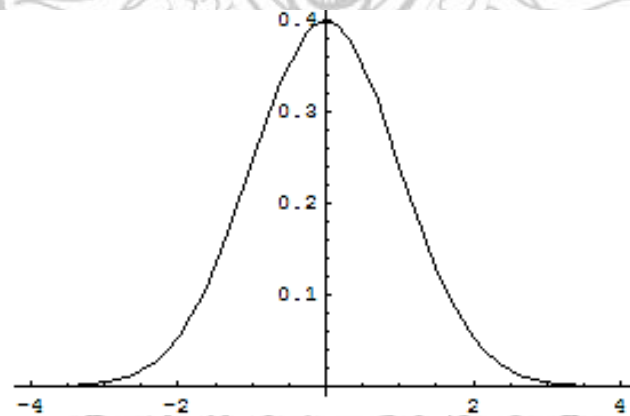
Out[4] = 8

In[5]:= 3^2

Out[5] = 9

รวมถึงสามารถใช้ Mathematica สร้างกราฟทั้งสองและสามมิติได้ เช่น

In[6]:= Plot[Exp[-x^2/2]/(Sqrt[2 Pi]), {x, -4, 4}]

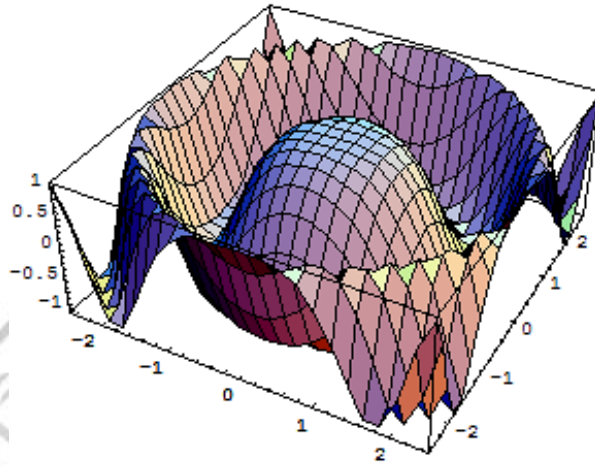


Out[6] = -Graphics-

ภาพที่ 2.3 ลักษณะของกราฟสองมิติ จากโปรแกรม Mathematica

ที่มา : คำรงค์ ทิพย์ไชธา, 2559

```
In[7]:= Plot3D[Cos[x^2 + y^2], {-, 2.5, 2.5}, {y, -2.5, 2.5}]
```

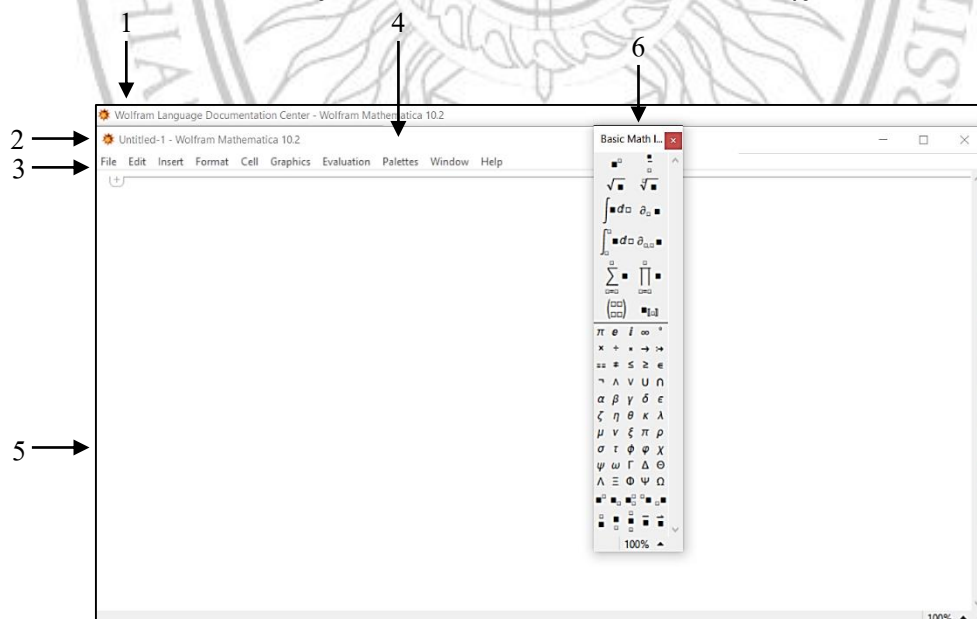


```
Out[7] = SurfaceGraphics=
```

ภาพที่ 2.4 ลักษณะของกราฟสามมิติ จากโปรแกรม Mathematica
ที่มา : ดำรงค์ ทิพย์โยธา, 2559

การใช้งานโปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica

หลังจากเข้าสู่โปรแกรม Mathematica หน้าจอจะปรากฏรูปดังนี้



ภาพที่ 2.5 หน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Mathematica

โดยแต่ละส่วนของหน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Mathematica มีความหมายดังนี้

1. แสดง Window ของการทำงานของ Mathematica
2. แสดงชื่อแฟ้มข้อมูลของ Mathematica ที่กำลังทำงาน (ครั้งแรกจะเป็น Untitled-1)
3. เมนูบาร์ของการทำงานต่าง ๆ เช่น เปิด-ปิดแฟ้มข้อมูล สั่งพิมพ์งาน
4. แสดง window ย่อยของการทำงานใน Mathematica
5. บริเวณของการทำงานทางด้านการคำนวณต่าง ๆ ของ Mathematica
6. แถบเครื่องมือของการคำนวณเบื้องต้น

โปรแกรม Adobe Flash CS6

โปรแกรม Flash เป็นซอฟต์แวร์ที่ช่วยในการสร้างสื่อมัลติมีเดีย ภาพเคลื่อนไหว (Animation) ภาพกราฟิกที่มีความคมชัด เนื่องจากเป็นกราฟิกแบบเวกเตอร์ (Vector) สามารถเล่นเสียงและวิดีโอ แบบสตรีมโอได้ สามารถสร้างงานให้โต้ตอบกับผู้ใช้ (Interactive Multimedia) มีฟังก์ชันสำหรับการเขียนโปรแกรม (Action Script) และยังทำงานในลักษณะ CGI โดยเชื่อมต่อการเขียนโปรแกรมภาษาอื่น ๆ ได้มากมาย เช่น ภาษา PHP, JSP, ASP, ASP.NET, C/C++, C#, C#.NET, VB, VB.NET, JAVA และอื่น ๆ โดยเฉพาะข้อดีของโปรแกรม Flash คือ ความสามารถในการบีบอัดไฟล์ให้มีขนาดเล็ก มีผลทำให้แสดงผลได้อย่างรวดเร็ว นอกจากนั้นยังแปลงไฟล์ไปอยู่ในฟอร์แมตอื่นได้หลากหลาย เช่น avi, mov, gif, wav, emf, eps, ai, dxf, bmp, jpg, gif, png เป็นต้น (นิตยา เพชรจัน, 2560)

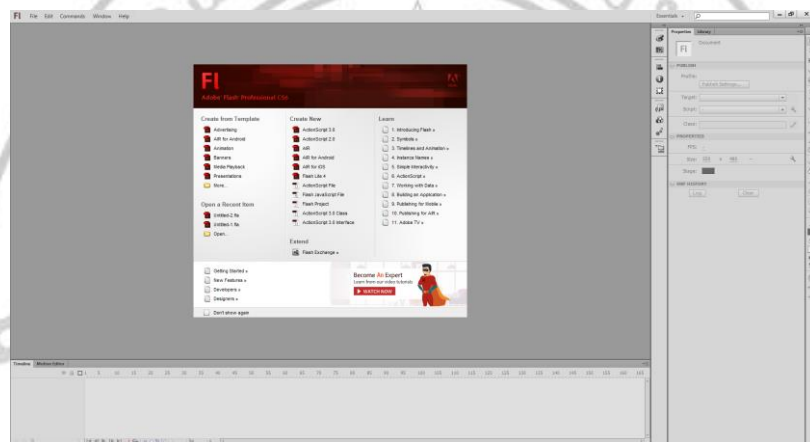
ลักษณะสำคัญของโปรแกรม Adobe Flash CS6

1. สร้างชิ้นงานแบบปฏิสัมพันธ์ (Interactive) มีส่วนตอบสนองกับผู้ใช้ เช่น ผู้ใช้สามารถคลิกเลือกเมนูต่าง ๆ ได้ นำไปประยุกต์เป็นสื่อการสอน (E-Learning) หน้าจอควบคุมการทำงานต่าง ๆ สื่อโฆษณา (Banner) บนเว็บไซต์ การ์ตูนแอนิเมชันต่าง ๆ เป็นต้น
2. สร้างชิ้นงานแบบภาพเคลื่อนไหว (Animation) จุดเด่นของการทำงานในโปรแกรมแฟลช คือการสร้างภาพเคลื่อนไหว (Animation) มีเครื่องมืออำนวยความสะดวก ทำให้โปรแกรม Flash สร้างผลงานแบบภาพเคลื่อนไหว (Animation) ได้ง่าย
3. สร้างเว็บไซต์ โปรแกรม Flash สามารถสร้างเว็บไซต์ได้สวยงาม และสร้างลูกเล่นต่าง ๆ ได้ง่ายมีจุดอ่อนคือ เว็บไซต์ที่สร้างด้วยโปรแกรม Flash แกะไขข้อมูลได้ยาก และขนาดของไฟล์เว็บไซต์ค่อนข้างใหญ่

4. สร้างเกมส์ แฟลชมีเครื่องมือช่วยสร้างองค์ประกอบต่าง ๆ ให้เกมส์มีความสวยงาม มีเครื่องมือสำหรับสร้างคำสั่งควบคุมการเล่นเกมส์ อีกทั้งไฟล์เกมส์ที่สร้างออกมามีขนาดเล็ก ทำให้อัพโหลดสู่เว็บไซต์ได้อย่างรวดเร็ว

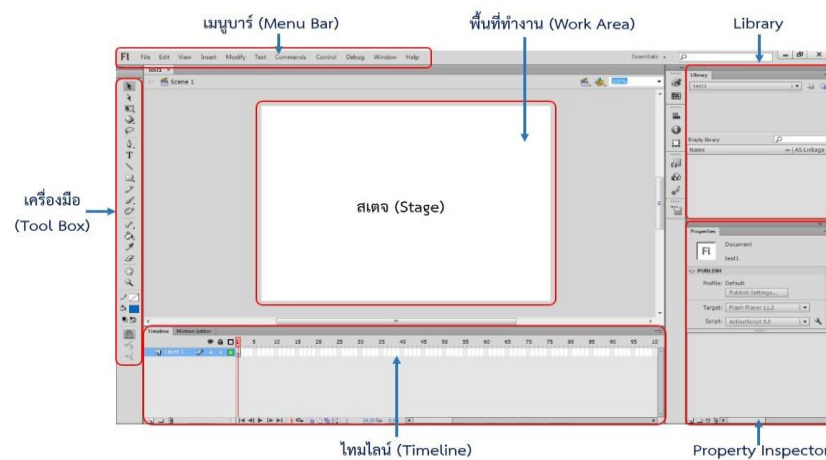
การเปิดใช้งานโปรแกรม Adobe Flash CS6

1. เข้าสู่โปรแกรม Flash CS6 เมื่อเปิดโปรแกรมครั้งแรก จะปรากฏหน้าต่าง ให้เราเลือกใช้งานโปรแกรม Flash CS6 ดังนี้

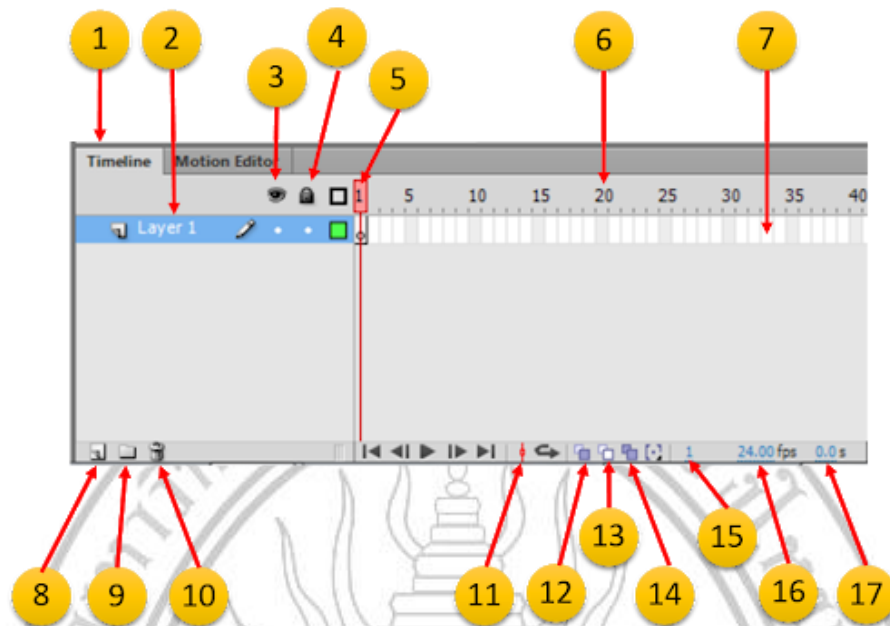


ภาพที่ 2.6 หน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Flash

2. ส่วนประกอบของโปรแกรม Adobe Flash CS6



ภาพที่ 2.7 ส่วนประกอบหน้าต่างการทำงานของโปรแกรม Flash



ภาพที่ 2.8 ส่วนประกอบไทม์ไลน์ของโปรแกรม Flash

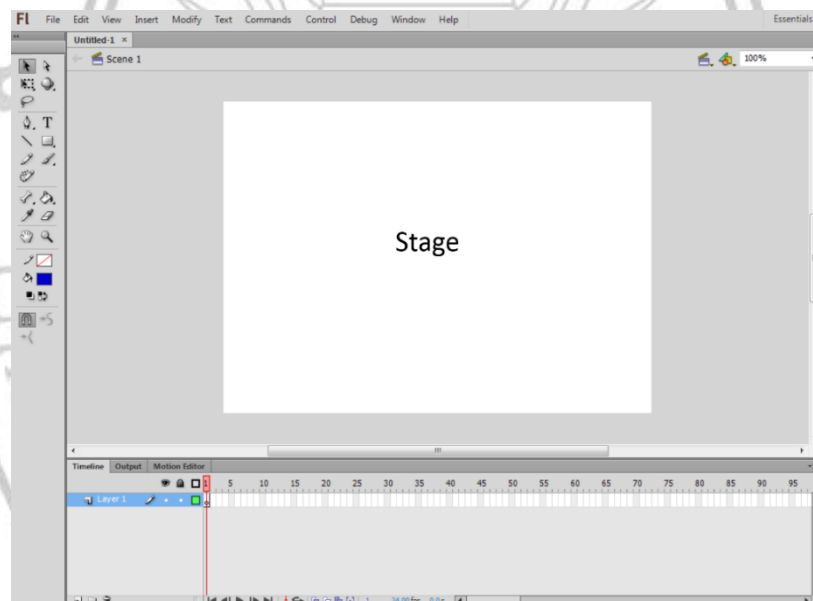
ไทม์ไลน์ (Timeline) เป็นหน้าต่างแสดงเส้นควบคุมเวลาสำหรับการนำเสนอผลงาน ประกอบด้วยส่วนทำงานเกี่ยวกับ Layer และ Timeline โดยสามารถแบ่งไทม์ไลน์เป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ ได้แก่

1. ส่วนแสดงเลเยอร์ (Layer) ซึ่งแต่ละเลเยอร์เปรียบเสมือนแผ่นใสที่สามารถวางภาพหรือออบเจกต์ได้ โดยแต่ละเลเยอร์นั้นแยกเป็นอิสระต่อกัน แต่ประกอบกันเป็นชิ้นงานเดียว
2. ส่วนเฟรม (Frame) ที่แสดงช่องเฟรมต่าง ๆ ซึ่งทำงานเหมือนกับเฟรมที่ประกอบกันเป็นภาพยนตร์โดยเมื่อมีการนำเฟรมเหล่านี้มาแสดง อย่างต่อเนื่องก็จะทำให้เกิดภาพเคลื่อนไหว ทั้งนี้ Frame จะแสดงผลที่ละเฟรม โดยจะมีหัวอ่านที่เป็นเส้นสีแดงคอยบอกตำแหน่งว่างกำลังทำงานอยู่ที่เฟรมใด

ส่วนประกอบของไทม์ไลน์ทั้งหมดมีดังนี้

1. ปุ่มแสดงหรือซ่อน Timeline
2. เลเยอร์ เฟรมจะต้องวางบนเลเยอร์
3. ปุ่มซ่อนและแสดงข้อมูลบนเลเยอร์
4. ปุ่มอนุญาตให้แก้ไขและป้องกันการแก้ไขข้อมูลบนเลเยอร์
5. เพลล์เฮดหัวอ่านเฟรมแต่ละช่อง
6. หมายเลขประจำเฟรม

7. เฟรม เปรียบเหมือนช่องเก็บเหตุการณ์ของมูฟวี่
8. ปุ่มสร้างเลเยอร์ใหม่
9. ปุ่มสร้างโฟลเดอร์เลเยอร์
10. ปุ่มลบเลเยอร์
11. ปุ่มเซ็นเตอร์เฟรม
12. ปุ่มโอเนี่ยน สกิน
13. ปุ่มโอเนี่ยน สกินแบบโครงร่าง
14. ปุ่มแก้ไขเฟรมหลายเฟรมพร้อมกัน
15. บอกตำแหน่งหมายเลขเฟรมในการทำงาน
16. บอกความเร็วการแสดงก็เฟรมต่อวินาที
17. เวลาที่ใช้ในการมูฟวี่



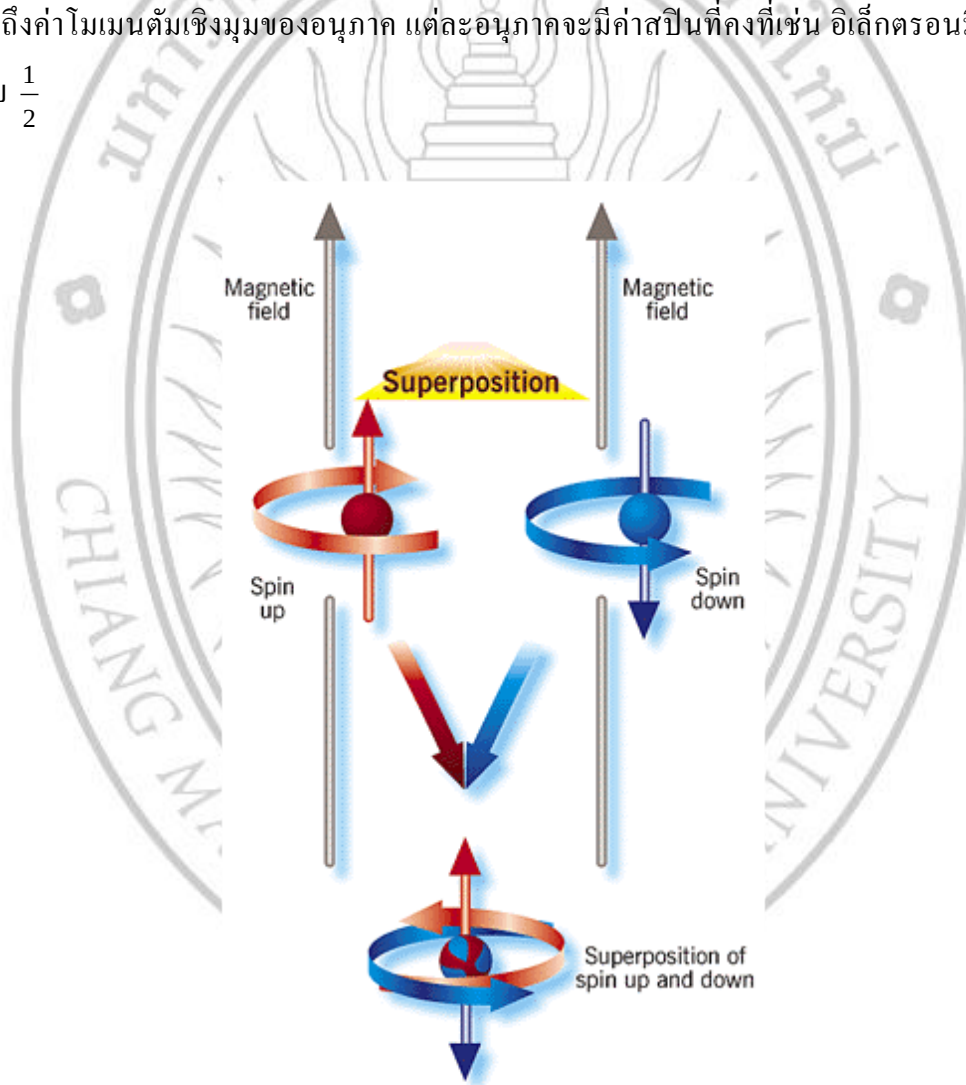
ภาพที่ 2.9 พื้นที่การทำงานของโปรแกรม Flash

สแตจ (Stage) และพื้นที่ทำงาน

พื้นที่สีขาวบริเวณกลางจอคือสแตจ เป็นพื้นที่ใช้จัดวางออบเจกต์ต่าง ๆ ที่ต้องการแสดงให้เห็นในชิ้นงาน ส่วนพื้นที่สีเทาด้านนอกบริเวณสีขาวคือ Pasteboard เป็นบริเวณที่สามารถนำออบเจกต์ต่าง ๆ มาวาง พักไว้หรือวางซ้อนไว้ได้เพราะบริเวณนี้จะไม่แสดงผลเวลาที่เราร Export Movie เป็นไฟล์ .SWF

สปิน : สมบัติของอนุภาค

จากการใช้ห้องฟองและเครื่องมืออื่น ๆ (สุรศักดิ์ พงศ์พันธุ์สุข, ม.ป.ป.) อนุภาคหลายร้อยอนุภาคได้ถูกค้นพบ ทำให้กลุ่มของนักวิทยาศาสตร์มีความประหลาดใจอย่างมาก เพราะว่าธรรมชาติไม่น่าจะซับซ้อนมากถึงขนาดนี้ นักวิทยาศาสตร์พยายามหาวิธีการจัดกลุ่มอนุภาคต่าง ๆ ที่ค้นพบด้วยวิธีการง่าย ๆ สมบัติหนึ่งของอนุภาคที่นักวิทยาศาสตร์ใช้ในการจัดกลุ่มคือ "สปิน" คำว่า สปิน บางท่านอาจตีความว่าอนุภาคต้องหมุนเหมือนลูกข่างซึ่งจริง ๆ แล้วไม่ถูกต้อง เพราะค่าสปินเป็นสิ่งที่นักฟิสิกส์สมมติขึ้นเพื่ออุปโลกว่าอนุภาคมีการหมุนเท่านั้น เราไม่เคยเห็นอนุภาคต่าง ๆ หมุนได้ด้วยตาเปล่า สำหรับค่าสปินของอนุภาคแต่ละอนุภาคจะได้มาจากการทดลองซึ่งแสดงถึงค่าโมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาค แต่ละอนุภาคจะมีค่าสปินที่คงที่เช่น อิเล็กตรอนมีสปินเท่ากับ $\frac{1}{2}$



ภาพที่ 2.10 สปินของอนุภาค

ที่มา : Vongpad, 2007

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะประกอบไปด้วยทั้งที่ศึกษาเกี่ยวกับกำแพงศักย์และผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อต่าง ๆ

Pasanai (2014) วิจัยเกี่ยวกับผลกระทบของกำแพงศักย์ที่รอยต่อในโครงสร้างแบบ Metal/Superconductor/Metal ในการศึกษาจะใช้ทฤษฎีวิธีการกระเจิงในระบบสองมิติ โดยใช้แบบจำลองเป็นฟังก์ชันเดลตา (Dirac Delta Potentials) และกำหนดค่าของรอยต่อทั้งสองให้ต่างกันเพื่อตรวจสอบสภาพนำไฟฟ้าที่รอยต่อ ผลลัพธ์ คือ สภาพนำไฟฟ้าในบริเวณที่พลังงานน้อยกว่าช่องว่างพลังงานนั้น อิเล็กตรอนจะมีความไวต่อรอยต่อที่ 1 เป็นอย่างมาก และมีผลกระทบเล็กน้อยในรอยต่อที่ 2 ส่วนในบริเวณที่พลังงานมากกว่าช่องว่างพลังงาน (Energy Gap) สภาพนำไฟฟ้าในรอยต่อที่ 1 และรอยต่อที่ 2 ไม่ได้แตกต่างกัน Pasanai (2015) วิจัยเกี่ยวกับผลกระทบของกำแพงศักย์ที่รอยต่อแบบไม่สมมาตรในโครงสร้างแบบ Ferromagnetic/Superconductor/Ferromagnetic ในการศึกษาจะใช้ทฤษฎีวิธีการกระเจิงในระบบสองมิติ โดยใช้แบบจำลองเป็นฟังก์ชันเดลตา (Dirac Delta Potentials) และกำหนดค่าของรอยต่อทั้งสองให้ต่างกันเพื่อตรวจสอบสภาพนำไฟฟ้าที่รอยต่อ ผลลัพธ์ คือ สภาพนำไฟฟ้าในบริเวณที่พลังงานน้อยกว่าช่องว่างพลังงาน (Energy Gap) ของชั้น สารตัวนำยิ่งยวด (Superconductor) นั้น อิเล็กตรอนจะมีความไวต่อรอยต่อที่ 1 เป็นอย่างมาก และเมื่ออิเล็กตรอนถูกยิงจากด้านที่ต่างกันของรอยต่อ สภาพนำไฟฟ้าของทั้งสองกระบวนการก็จะต่างกัน กล่าวคือเมื่อยิงอิเล็กตรอนเข้าด้านข้างของรอยต่อจากทางซ้ายไปทางขวาจะไม่เท่ากับการยิงอิเล็กตรอนเข้าด้านข้างของรอยต่อจากทางขวาไปทางซ้าย ซึ่งเป็นกรณีของการกระเจิงแบบไม่สมมาตร Pasanai (2016a) ศึกษาผลกระทบของกำแพงศักย์ที่รอยต่อแบบไม่สมมาตรของโครงสร้างแบบ Ferromagnet/Ferromagnet โดยใช้วิธีการจำลองการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบอิสระ ซึ่งพิจารณาทั้งหมด 2 แบบ คือ แบบ Delta Potential รอยต่อระหว่างวัสดุจะมีลักษณะไม่จำกัดความสูงและไม่มีความกว้างของบริเวณรอยต่อ ส่วนแบบ Finite Width Model รอยต่อระหว่างวัสดุจะมีลักษณะที่จำกัดทั้งความสูงและความกว้างของบริเวณรอยต่อ จากการศึกษาพบว่า สภาพนำไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับความหนาและความสูงของฉนวน ถ้าฉนวนมีความหนามาก การขนส่งอิเล็กตรอนก็จะมีการสั่นที่รุนแรงขึ้น และการขนส่งอิเล็กตรอนจะลดน้อยลงเมื่อฉนวนมีความสูงเพิ่มขึ้น Pasanai (2016b) ศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อการขนส่งอนุภาคที่รอยต่อแบบไม่สมมาตรของโครงสร้างแบบ Ferromagnet Semimetal/Metal ในการศึกษาจะใช้วิธีการจำลองการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบอิสระ ซึ่งจะพิจารณาผลกระทบที่บริเวณรอยต่อ ทั้ง 2 แบบ คือ สปินแบบปกติและแบบกลับทิศของสปิน เพื่อตรวจสอบค่าสภาพนำไฟฟ้าของระบบ จากการศึกษาพบว่าผลกระทบของกำแพงศักย์มีผลต่อสภาพนำไฟฟ้า กล่าวคือสภาพนำไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับค่าการลดและ

การเพิ่มค่าความสูงของกัมมาฟังก์ชัน และสภาพนำไฟฟ้าแถบนำไฟฟ้า (Conduction Band) จะมีค่ามากกว่าแถบวาเลนซ์ (Valence Band) Pasanai (2017) วิจัยผลกระทบของกัมมาฟังก์ชันที่รอยต่อแบบไม่สมมาตรของโครงสร้างแบบ Ferromagnet/Ferromagnet/Ferromagnet การศึกษานี้จะใช้การจำลองการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนเป็นแบบต่อเนื่อง (Free Electron Approximation) ในระบบหนึ่งมิติ โดยใช้แบบจำลองเป็นฟังก์ชันเดลตา (Dirac Delta Potentials) ซึ่งในงานนี้จะพิจารณาบริเวณรอยต่อทั้งแบบขนานและแบบไม่ขนาน เพื่อเปรียบเทียบสภาพนำไฟฟ้าที่รอยต่อ ผลลัพธ์ คือ สภาพนำไฟฟ้าที่บริเวณรอยต่อทั้งแบบขนานและแบบไม่ขนาน นั้น พลังงานจะมีการเปลี่ยนแปลงในชั้นกลางของ Ferromagnet และอิเล็กตรอนจะมีการกระโดดและโคจรเด่นมาก เมื่อชั้นกลางมีความหนาเพิ่มขึ้น

ไทรทศ งามปิติพันธ์ และเพชรอาภา บุญเสริม (2558) ได้ทำการศึกษาทฤษฎีกลศาสตร์ควอนตัมที่ใช้อธิบายพลศาสตร์ของอนุภาคขนาดเล็ก ๆ เช่น อะตอมหรือโมเลกุล เป็นต้น ในบทความนี้สนใจศึกษากลศาสตร์ควอนตัมในส่วนที่เป็นกลศาสตร์คลื่นของชเรอดิงเงอร์ สมการศูนย์กลางของกลศาสตร์คลื่นนี้คือสมการชเรอดิงเงอร์ โดยการแก้สมการนี้ทำให้สามารถอธิบายพลศาสตร์ของระบบทางควอนตัมได้ นอกจากนี้ยังได้ศึกษาปัญหาการกระเจิงทางควอนตัมใน 1 มิติ คำนวณหาฟังก์ชันคลื่นโดยการหาผลเฉลยแม่นยำตรงของสมการชเรอดิงเงอร์ในกรณีของพลังงานศักย์แบบฟังก์ชันเดลต้าและพลังงานศักย์แบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก และนำฟังก์ชันคลื่นที่ได้มาคำนวณหาความน่าจะเป็นของการส่งผ่านและการสะท้อน รวมทั้งนำเสนอการหาขอบเขตล่างของความน่าจะเป็นของการส่งผ่าน และนำมาประยุกต์ใช้ในปัญหาพลังงานศักย์แบบฟังก์ชันเดลต้าและพลังงานศักย์แบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก ผลลัพธ์ที่ได้บ่งชี้ว่าความน่าจะเป็นของการส่งผ่านที่หาจากผลเฉลยแม่นยำตรงของฟังก์ชันคลื่นมีความสอดคล้องกับขอบเขตล่างของความน่าจะเป็นของการส่งผ่าน

บทที่ 3

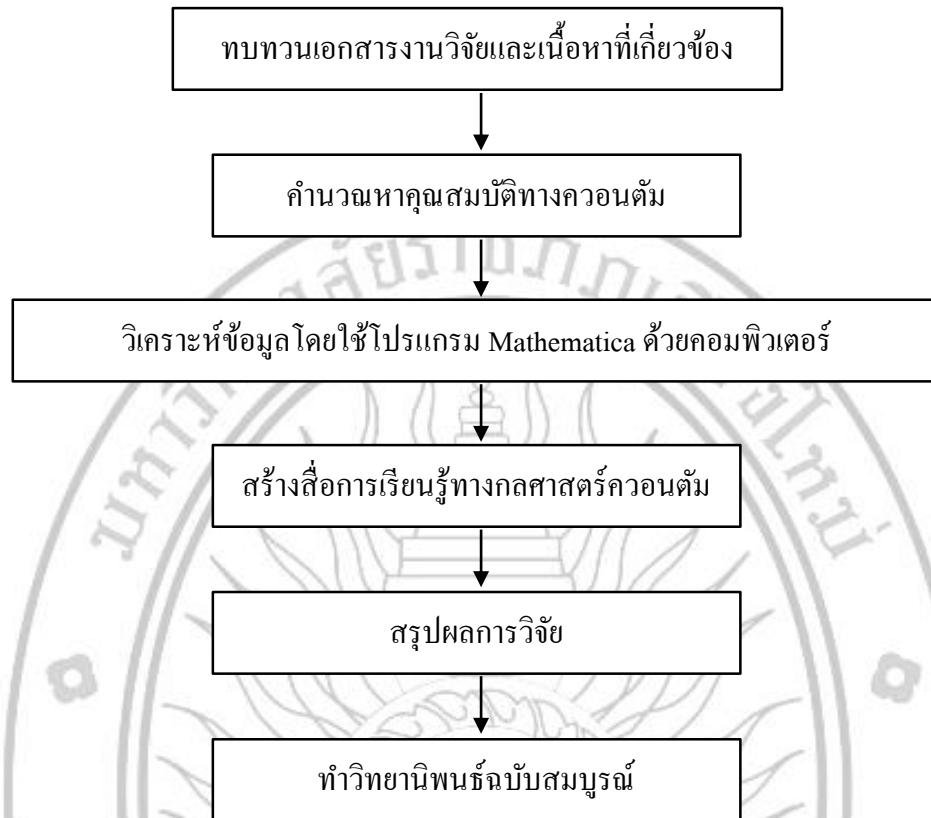
วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินงาน

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างพสม โลหะและสารตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) และสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เพื่อให้การวิจัยครั้งนี้บรรลุตามจุดมุ่งหมาย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินงานดังนี้

1. สืบค้นเอกสารทางวิชาการ และข้อมูลที่เกี่ยวข้อง ประกอบไปด้วย
 - 1.1 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างพสมของสารต่าง ๆ
 - 1.2 เนื้อหาในส่วนต่าง ๆ ของรายวิชากลศาสตร์ควอนตัม
 - 1.3 ข้อมูลการใช้งานโปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash
 - 1.4 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ค้นหาคุณสมบัติทางควอนตัม เพื่อนำมาหาค่าโอกาสของการทะลุผ่านและการสะท้อนกลับของอนุภาค
3. วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Mathematica ด้วยคอมพิวเตอร์
4. สร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง โดยใช้โปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash
5. สรุปผลการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ
 - 5.1 ผลการศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างพสม โลหะและสารตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นทรงกลม (s-wave)
 - 5.2 ผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม
6. ทำวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์ และเตรียมการนำเสนอ

โดยแสดงเป็นแผนผังดังภาพที่ 3.1



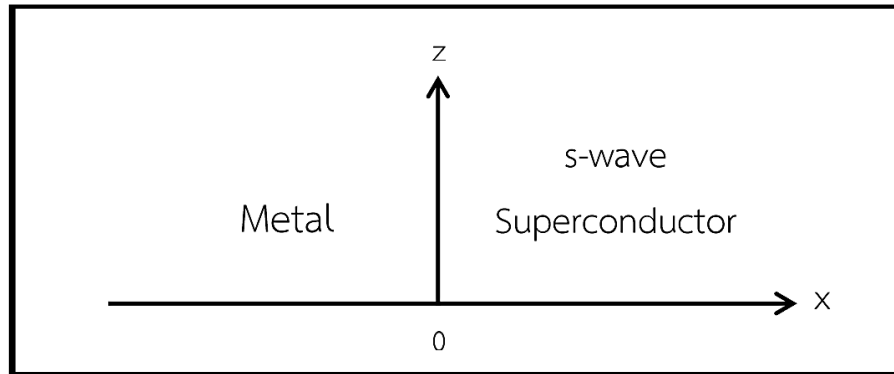
ภาพที่ 3.1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

วิธีการทดลอง

การวิจัยนี้เป็นการศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างพสม โลหะและสารตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยโลหะอยู่ในตำแหน่ง $x < 0$ และสารตัวนำยวดยิ่งอยู่ในตำแหน่ง $x > 0$ เรานิยามพลังงานศักย์ที่รอยต่อเป็นแบบฟังก์ชันเดลตา (Dirac Delta Functions) และจำลองการขนส่งของอนุภาคเป็นแบบต่อเนื่องและพิจารณาในระบบ 1 มิติ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน

1. จำลองการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบอิสระและสมมุติให้พลังงานศักย์ที่รอยต่อเป็นแบบฟังก์ชันเดลตา (Dirac Delta Functions)

รอยต่อในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง เป็นรอยต่อ (Interface) ที่ $x = 0$ เมื่อแรงดันไฟฟ้าไหลข้ามรอยต่อจากทางซ้ายไปทางขวา แกน x คือ เวกเตอร์คลื่น (Wave Vector) ส่วนแกน y คือ ความสูงของกำแพงศักย์



ภาพที่ 3.2 แบบจำลองรอยต่อระหว่างโลหะและสารตัวนำยิ่งยวด

2. ศึกษาแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ของโลหะและสารตัวนำยิ่งยวด รวมถึงแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) รวมของระบบ

เริ่มต้นจากการเขียนแฮมิลโทเนียนของระบบได้ดังนี้

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m(x)} + v(x) \quad (3.1)$$

เมื่อ $\hat{P}$ คือ ตัวดำเนินการโมเมนตัม

$m(x)$ คือ มวลยังผลของอิเล็กตรอน

$v(x)$ คือ พลังงานศักย์

เราสามารถเขียนแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ของโลหะและสารตัวนำยิ่งยวดได้ดังนี้

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\hat{p}^2}{2m} - E_F & \Delta(x) \\ \Delta(x) & E_F - \frac{\hat{p}^2}{2m} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

เมื่อ $\Delta(x)$ คือ ช่องว่างของแถบพลังงาน (Energy Gap) ในงานวิจัยนี้เราจะพิจารณาสารตัวนำยิ่งยวดเป็นแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) ดังนั้น $\Delta(x)$ จะมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับมุมหรือตำแหน่งใด ๆ

สามารถเขียนพลังงานของสารตัวนำยวดยิ่งได้

$$E^2 = \xi_k^2 + \Delta^2 \quad (3.3)$$

เมื่อ ξ_k คือ พลังงานจลน์

$$\text{ซึ่ง } \xi_k^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

โดย $\hbar$ คือ ค่าคงตัวของพลังค์

$$\text{ซึ่ง } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

k คือ เวกเตอร์โมเมนตัมของสารตัวนำยวดยิ่ง ซึ่งมีลักษณะของแถบพลังงาน ดังภาพที่ 3.3 (ขวามือ) สามารถเขียนขนาดของเวกเตอร์โมเมนตัมได้ดังนี้

$$k = \pm \sqrt{\frac{2m(E_F + \sqrt{E^2 - \Delta^2})}{\hbar^2}} \quad (3.4)$$

จากสมการ (3.2) ถ้า $\Delta = 0$ ก็จะได้เป็นแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ที่อธิบายระบบของโลหะ และสามารถเขียนพลังงานของโลหะที่เป็นของอิเล็กตรอนและโฮลได้ตามลำดับ คือ

$$E = \frac{\hbar^2 q^2}{2m} - E_F \quad (3.5)$$

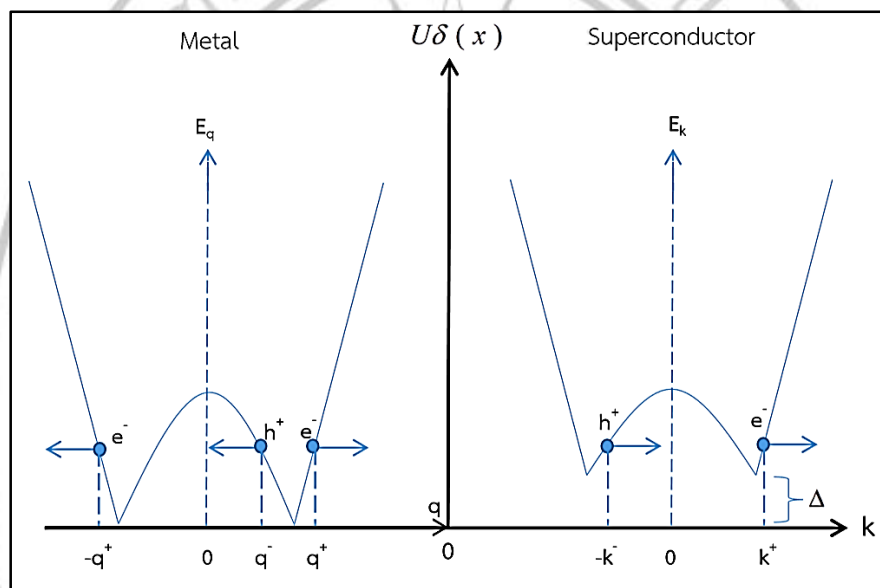
$$E = E_F - \frac{\hbar^2 q^2}{2m} \quad (3.6)$$

เมื่อ q คือ เวกเตอร์โมเมนตัมของโลหะ ซึ่งมีลักษณะของแถบพลังงานดังภาพที่ 3.3 (ซ้ายมือ)

และสามารถเขียนขนาดของเวกเตอร์โมเมนตัมของอิเล็กตรอนและโฮลได้ ดังนี้

$$q = \sqrt{\frac{2m(E + E_F)}{\hbar^2}} \quad (3.7)$$

$$q = \sqrt{\frac{2m(E_F - E)}{\hbar^2}} \quad (3.8)$$



ภาพที่ 3.3 แถบพลังงานของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง

3. ฟังก์ชันคลื่น (Wave functions)

จากภาพที่ 3.3 เราสามารถเขียนฟังก์ชันคลื่น (Wave Function) ของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่งได้ดังนี้

ฟังก์ชันคลื่นของโลหะ ($x < 0$) คือ

$$\psi_m^\uparrow = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{iq^+x} + a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{iq^-x} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-iq^+x} \quad \text{เมื่อ } -q \leq x \leq q \quad (3.9)$$

เมื่อ a คือ Andreev Reflection หรือสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของโฮล

และ b คือ Normal Reflection หรือสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของอิเล็กตรอน

ฟังก์ชันคลื่นของสารตัวนำยวดยิ่ง ($x > 0$) คือ

$$\psi_s = c \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} e^{ik^+x} + d \begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix} e^{-ik^-x} \quad \text{เมื่อ } -k \leq x \leq k \quad (3.10)$$

$$\text{โดยที่ } u = \sqrt{\frac{(E + \xi_k)^2}{(E + \xi_k)^2 + \Delta^2}} \quad \text{และ} \quad v = \sqrt{\frac{\Delta^2}{(E + \xi_k)^2 + \Delta^2}}$$

เมื่อ c คือ สัมประสิทธิ์การทะลุผ่านของอิเล็กตรอน (Electron)

d คือ สัมประสิทธิ์การทะลุผ่านของโฮล (Hole)

ซึ่งการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ a, b, c และ d เราจะคำนวณหาโดยใช้เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) บริเวณรอยต่อที่ $x = 0$ ดังต่อไปนี้

$$\psi_m(x=0) = \psi_s(x=0) \quad (3.11)$$

$$\frac{d\psi_s(x)}{dx} - \frac{d\psi_m(x)}{dx} = 2k_F Z \psi(0) \quad (3.12)$$

$$\text{โดยที่ } Z = \frac{m \cdot H}{\hbar^2 k_F}$$

เมื่อ Z คือ ค่าแรงสักซ์ที่เป็นพารามิเตอร์ที่สัมพันธ์กับการกระเจิงของอิเล็กตรอนที่มีสปินแบบปกติ (Non-spin-flip Scattering)

4. การหาค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านและการสะท้อนกลับ

เมื่อเราทราบแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ของระบบและไปศึกษาเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อที่เหมาะสมได้แล้ว นอกจากนี้เรายังทราบฟังก์ชันคลื่นของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง ดังนั้นเราสามารถคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของการทะลุผ่านและการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนและโฮล

(a,b,c,d) ได้ โดยเริ่มการพิจารณาจากฟังก์ชันคลื่นของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง ในสมการ (3.9) และ (3.10) ตามลำดับ แล้วทำการหาอนุพันธ์เทียบกับ x จะได้

$$\frac{d\psi_m(x)}{dx} = iq^+ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{iq^+ x} + iq^- a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{iq^- x} - iq^+ b \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-iq^+ x} \quad (3.13)$$

$$\frac{d\psi_s(x)}{dx} = ik^+ c \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} e^{ik^+ x} - ik^- d \begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix} e^{-ik^- x} \quad (3.14)$$

แทนสมการที่ (3.9), (3.10), (3.13) และ (3.14) ลงในสมการที่ (3.11) และ (3.12) ทำการแก้สมการและจัดรูปจะได้

$$1 + b = cu + dv \quad (3.15)$$

$$a = cv + du \quad (3.16)$$

$$cuik^+ - dvik^- - iq^+ + iq^+ b = 2k_F (Z + Zb) \quad (3.17)$$

$$cvik^+ - duik^- - iq^- a = 2k_F (Za) \quad (3.18)$$

จากนั้นเรานำสมการ (3.15), (3.16), (3.17) และ (3.18) มาคำนวณหาสัมประสิทธิ์ a, b, c, d ได้ดังนี้

$$a = \frac{du(ik^- + iq^- + 2k_F Z)}{(ik^+ - iq^- - 2k_F Z)} + \frac{cv(ik^+ - iq^- - 2k_F Z)}{(ik^- - iq^+ + 2k_F Z)} \quad (3.19)$$

$$b = \left[\frac{2iq^+ + \left[dv(ik^- - iq^+ + 2k_F Z) \right]}{(ik^+ + iq^+ - 2k_F Z)} - \frac{2iq^+ + \left[cu(ik^+ + iq^+ - 2k_F Z) \right]}{(ik^- - iq^+ + 2k_F Z)} \right] - 1 \quad (3.20)$$

$$c = \frac{2iq^+ + \left[dv(ik^- - iq^+ + 2k_F Z) \right]}{u(ik^+ + iq^+ - 2k_F Z)} \quad (3.21)$$

$$d = \frac{-2iq^+ + \left[cu(ik^+ + iq^+ - 2k_F Z) \right]}{v(ik^- - iq^+ + 2k_F Z)} \quad (3.22)$$

เมื่อเรากำหนดหาค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านและการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนและโฮลได้แล้ว เรายะนำมาหาค่าโอกาสของการทะลุผ่านและการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนและโฮล โดยใช้ความรู้พื้นฐานจากกลศาสตร์ควอนตัม โดยหาจากความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า คือ

$$A = \frac{|J_{reflected}|}{|J_{incident}|} \quad (3.23)$$

$$B = \frac{|J_{reflected}|}{|J_{incident}|} \quad (3.24)$$

$$C = \frac{|J_{transmission}|}{|J_{incident}|} \quad (3.25)$$

$$D = \frac{|J_{transmission}|}{|J_{incident}|} \quad (3.26)$$

โดยที่
$$J = \frac{i\hbar}{2m} \left(\psi(x) \frac{d\psi^*(x)}{dx} - \psi^*(x) \frac{d\psi(x)}{dx} \right)$$

- เมื่อ
- A คือ โอกาสของการสะท้อนกลับของโฮล
 - B คือ โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอน
 - C คือ โอกาสของการทะลุผ่านของอิเล็กตรอน

D คือ โอกาสของการทะลุผ่านของโฮล

J คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า

และเมื่อทำการจัดรูปสมการแล้ว ก็จะได้สมการของค่าโอกาสของการทะลุผ่านและการสะท้อนกลับของโฮลและอิเล็กตรอน ดังนี้

$$A = \left| a^2 \right| \times \frac{v_{q^-}}{v_{q^+}} \quad (3.27)$$

$$B = \left| b^2 \right| \times \frac{v_{q^+}}{v_{q^-}} \quad (3.28)$$

$$C = \left| c^2 \right| \times \frac{v_{k^+}}{v_{q^+}} \quad (3.29)$$

$$D = \left| d^2 \right| \times \frac{v_{k^-}}{v_{q^+}} \quad (3.30)$$

เมื่อ v_{q^+} คือ ความเร็วกลุ่มของอิเล็กตรอนฝั่งโลหะ

v_{q^-} คือ ความเร็วกลุ่มของโฮลฝั่งโลหะ

โดย $v_{q^+} = \frac{\hbar q^+}{m}$ และ $v_{q^-} = \frac{\hbar q^-}{m}$

เมื่อ v_{k^+} คือ ความเร็วกลุ่มของอิเล็กตรอนฝั่งสารตัวนำชนิดยั้ง

v_{k^-} คือ ความเร็วกลุ่มของโฮลฝั่งสารตัวนำชนิดยั้ง

$$\text{โดย } v_{k^\pm} = \frac{\hbar k}{m} \sqrt{\frac{E^2 - \Delta^2}{E^2}}$$

จากการหาผลรวมของกระแสการทะลุผ่านและการสะท้อนกลับเป็นไปตามกฎของการอนุรักษ์กระแสไฟฟ้าจะได้ว่า

$$A + B + C + D = 1 \quad (3.31)$$

และด้วยคุณสมบัติของสารตัวนำยวดยิ่ง จะทำให้ได้โอกาสการทะลุผ่าน คือ

$$1 + A - B = T \quad (3.32)$$

5. การวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้โปรแกรม Mathematica

เมื่อเราทราบสมการของค่าโอกาสของการทะลุผ่านและการสะท้อนกลับของโฮลและอิเล็กตรอน ที่เราก็คำนวณสมการออกมาด้วยมือได้แล้ว ดังนั้นเราสามารถวิเคราะห์ผลกระทบบแสดงผลโดยวิธีเชิงตัวเลขของโอกาสของการสะท้อนกลับและโอกาสของการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล ซึ่งเป็นฟังก์ชันของพลังงาน ได้โดยการนำเอาสมการที่ได้ไปใช้ในโปรแกรม Mathematica

การสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ศึกษาหาข้อมูลเกี่ยวกับโปรแกรม Mathematica ได้แก่ ลักษณะการเขียนโค้ดคำสั่ง การกำหนดค่าตัวแปร และข้อมูลโปรแกรม Flash

2. เตรียมเครื่องมือ

โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง คือ โปรแกรม Mathematica และ โปรแกรม Flash

3. วางแผน และออกแบบ

ทำการวางแผนและออกแบบการสร้างสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง โดยเน้นไปในเรื่องของเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนระหว่างกลศาสตร์แบบดั้งเดิมและกลศาสตร์ควอนตัม

4. จัดทำการสร้างสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหวผ่านโปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash

5. ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหวกับกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักศึกษาปริญญาตรี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ คณะวิทยาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 3 จำนวน 10 คน และคณะครุศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 4 จำนวน 40 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิงในการเรียนการสอน
3. ทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชุดเดิม และประเมินความพึงพอใจของผู้เรียน
4. นำผลคะแนนจากการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและผลประเมินความพึงพอใจ มาแปลผล วิเคราะห์ผล โดยใช้วิธีการทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยมีสถิติที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้คือ

1. การหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ ใช้สถิติ E_1 / E_2 ตามเกณฑ์มาตรฐาน E_1 / E_2 เท่ากับ 80/80 เนื่องจากเป็นพฤติกรรมด้านความรู้ จากสูตร (ปรกรณ์ ประจัญบาน, 2551)

เกณฑ์ E_1 หมายถึง ค่าเฉลี่ยร้อยละ 80 ของผู้เรียนที่ทำได้จากแบบทดสอบ เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

เกณฑ์ E_2 หมายถึง ค่าเฉลี่ยร้อยละ 80 ของผู้เรียนที่ทำได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ คะแนนเฉลี่ยร้อยละ

$$E_1 = \frac{\bar{x}_1}{A_1} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอน

$\bar{x}_1$ แทน คะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนทั้งหมดที่ได้จากการทำแบบทดสอบ

A_1 แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบ

$$E_2 = \frac{\bar{x}_2}{A_2} \times 100$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอน

$\bar{x}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนทั้งหมดที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
หลังเรียน

A_2 แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว
ใช้ T-test แบบ T-test Dependent

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

โดยที่ $df = n-1$

เมื่อ t แทน การทดสอบความแตกต่างของคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน

D แทน ค่าผลต่างระหว่างคู่คะแนน

$\sum D$ แทน ผลรวมค่าผลต่างระหว่างคู่คะแนน

n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างหรือจำนวนคู่คะแนน

3. การหาค่าระดับความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อสื่อการเรียนรู้แบบเคลื่อนไหว
เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง ใช้สถิติหาค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ และ
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

ค่าเฉลี่ย (Mean) $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

เมื่อ	$\bar{x}$	แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
	$\sum x$	แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด
	N	แทน จำนวนผู้เรียน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

$$S.D. = \frac{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2}}{n - 1}$$

เมื่อ	$S.D.$	แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	x	แทน ค่าคะแนน
	$\bar{x}$	แทน ค่าคะแนนเฉลี่ย
	n	แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum$	แทน ผลรวม

การให้คะแนนและแปลค่าของข้อมูลจากแบบตรวจสอบความพึงพอใจ ค่า (Rating Scale) 5 ระดับ (หนูมัน ร่มเกล้า, 2548, น. 67) โดยกำหนดดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด	5	คะแนน
พึงพอใจมาก	4	คะแนน
พึงพอใจปานกลาง	3	คะแนน
พึงพอใจน้อย	2	คะแนน
พึงพอใจน้อยที่สุด	1	คะแนน

ค่าเฉลี่ยกำหนดดังนี้

ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	4.51 – 5.00	หมายถึง	พึงพอใจมากที่สุด
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	3.51 – 4.50	หมายถึง	พึงพอใจมาก
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	2.51 – 3.50	หมายถึง	พึงพอใจปานกลาง
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	1.51 – 2.50	หมายถึง	พึงพอใจน้อย
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	1.00 – 1.50	หมายถึง	พึงพอใจน้อยที่สุด

การหาค่าความเที่ยงตรง (Validity) คำนวณความสอดคล้องของเครื่องมือ โดยพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการเรียนรู้ ลักษณะการใช้ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ เลือกข้อสอบที่มีความสอดคล้อง IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ใช้สูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทนดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์
มีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1

$\sum R$ แทนผลรวมความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาวิชาทั้งหมด

N แทนจำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

เกณฑ์การให้คะแนนของผู้เชี่ยวชาญ

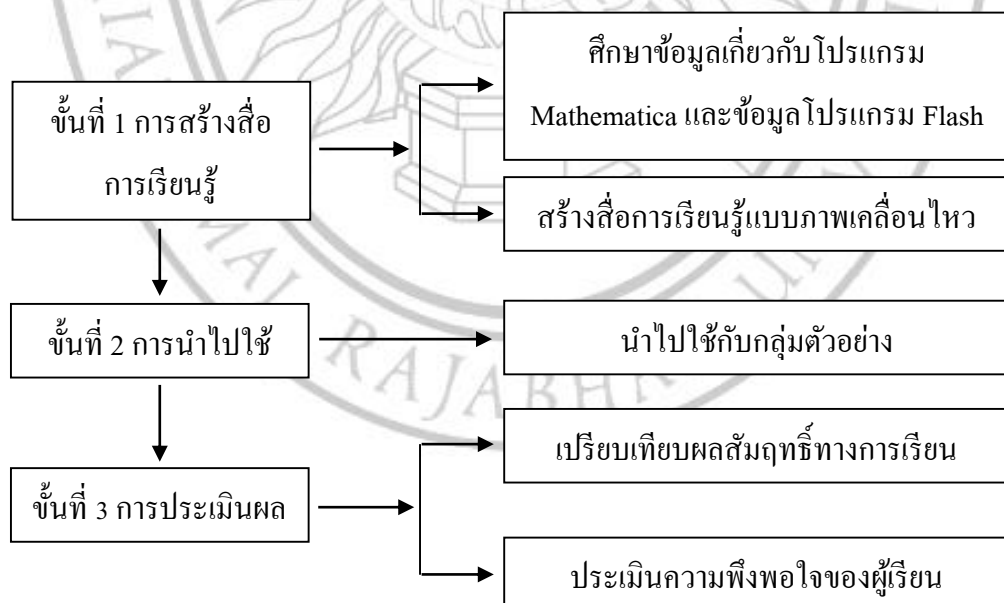
+1 = แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุได้

0 = ไม่แนใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุได้

-1 = แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ไม่ตรงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุได้

หมายเหตุ ค่า IOC ที่เหมาะสมที่ใช้ได้อยู่ระหว่าง 0.5 - 1

กรอบแนวคิดในการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม



ภาพที่ 3.4 กรอบแนวคิดในการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม

โค้ดโปรแกรมคอมพิวเตอร์ Mathematica

```
f[e_, V_, a_, b_, x_] :=  
  E^(Sqrt[2] Sqrt[-e m + m V] x / ħ) a + E^(-(Sqrt[2] Sqrt[-e m + m V] x / ħ)) b;  
(*Solution of the Time-independent Schrodinger Equation for a Constant Potential V*)
```

ฟังก์ชันรวมของสมการชเรอดิงเงอร์ ใช้สำหรับคำนวณแก้ปัญหามสมการชเรอดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลา และมีศักย์ไฟฟ้าคงที่

```
df[e_., V_., a_., b_., x_)] := Evaluate@FullSimplify[D[f[e, V, a, b, x], x];  
coeff = FullSimplify[Solve[{f[e, V0, 1, b, l1] == f[e, V1, c, d, l1], df[e, V0, 1, b, l1] ==  
df[e, V1, c, d, l1], f[e, V0, a2, 0, l2] == f[e, V1, c, d, l2], df[e, V0, a2, 0, l2] ==  
df[e, V1, c, d, l2]}, {b, c, d, a2}];  
(*impose Continuity and Smoothness to find all the Needed Coefficients*)
```

กำหนดค่าที่ใช้ในการคำนวณ

```
xmin = -100;  
xmax = 100;  
ħ = 1.;  
m = 1.;  
V0 = 0;  
V1 = 1;  
l1 = 5;  
l2 = 7;  
e = .;  
g = Piecewise[{f[e, V0, 1, b, x] /. coeff, x <= l1},  
  {f[e, V1, c, d, x] /. coeff, l1 < x < l2}, {f[e, V0, a2, 0, x] /. coeff, x >= l2}];  
(*Complete Solution as a Function of the Energy e*)
```

จะได้ฟังก์ชันสมบูรณ์ของสมการพลังงานที่กำหนดค่าตัวแปรแล้ว พร้อมประเมินผล

```
fevo = Table[Flatten[Table[(E^(-((e - e0)^2/(2^2))) g) /. {e → j},  
  {x, xmin, xmax, 0.201}], {j, 0., 1., 0.0011}];  
evo = Transpose[InverseFourier /@ (Transpose[fevo]);  
p1 = Table[If[j != 0, Show[Plot[50 * HeavisidePi[(x - 6)/2],  
  {x, xmin, xmax}, PlotStyle → {Red}, Filling → Bottom],  
ListPlot[Abs[evo[[j]]]^2, PlotRange → All, DataRange → {xmin, xmax},  
  Joined → True, PlotStyle → {Black}], PlotRange → {0, 50}, Axes → False,  
Epilog → Inset[Show[Plot[50 * HeavisidePi[(x - 6)/2], {x, xmin, xmax},  
  PlotStyle → {Red}, Filling → Bottom], ListPlot[Abs[evo[[j]]]^2,  
  DataRange → {xmin, xmax}, Joined → True, PlotStyle → {Black},  
  PlotRange → All],  
PlotRange → {{l1 - 2, l2 + 2}, {0, 15}}, Axes → False, Frame → True,  
FrameTicks → None], {60, 35}, Automatic, 60]], {j, -25, 25}]
```

ชุดคำสั่งพิเศษที่รวมฟังก์ชันเข้าด้วยกันและวิเคราะห์ข้อมูล รวมไปถึงกำหนดความหนาและสีของเส้นกราฟ

```
ListAnimate[Drop[p1,{26}]]
```

คำสั่งสร้างภาพเคลื่อนไหวที่มีเฟรมต่อเนื่อง

หลังจากผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยสำเร็จทั้ง 2 ตอน ผู้วิจัยนำข้อมูลและผลการวิจัยมาสรุปผลและเขียนรายงานวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์และเผยแพร่บทความต่อไป



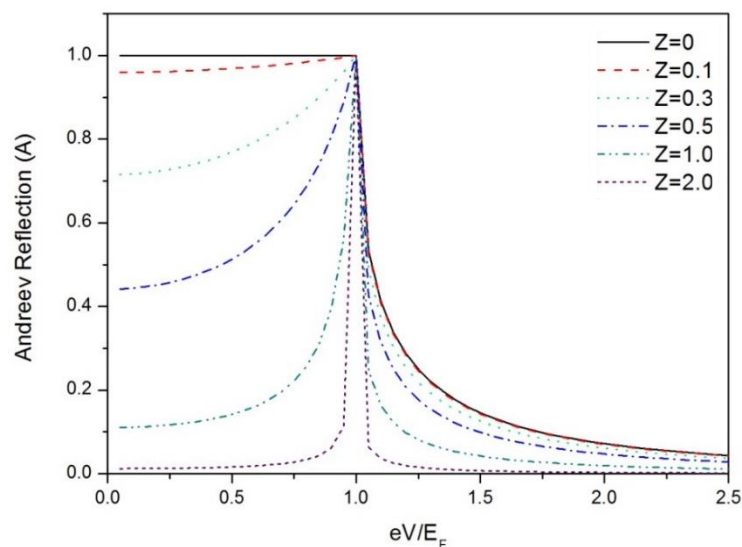
บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการวิจัย โดยแบ่งเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการศึกษาผลกระทบของการกระเจิงแบบปกติของสปีนต่อพฤติกรรมของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสมที่ประกอบด้วยโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง แบบ s-wave ตอนที่ 2 การสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยใช้โปรแกรม Mathematica และ โปรแกรม Flash

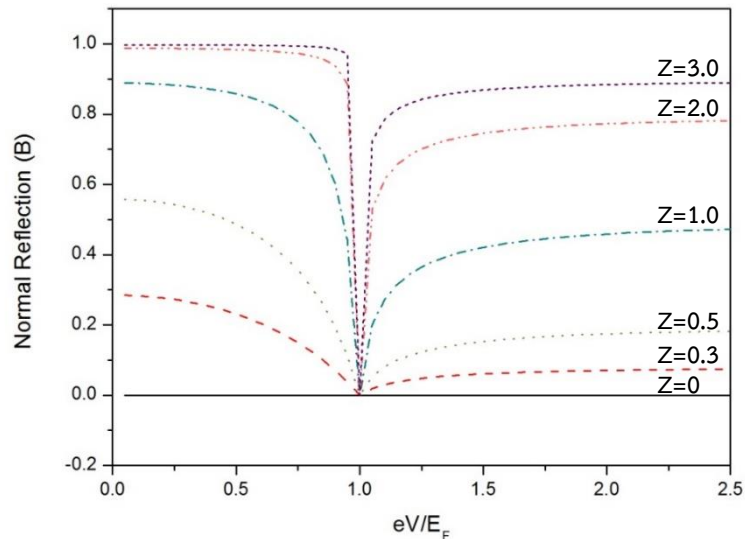
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาผลกระทบของการกระเจิงแบบปกติของสปีนต่อพฤติกรรมของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม โลหะและสารตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นทรงกลม (s-wave)

ในงานวิจัยนี้จะศึกษาการขนส่งของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม โดยเน้นถึงผลกระทบของค่าแรงแม่เหล็กที่มีการกระเจิงแบบปกติ และพิจารณาในระบบ 1 มิติ ซึ่งจะแสดงผลโดยวิธีเชิงตัวเลขของโอกาสของการสะท้อนกลับและโอกาสของการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล ที่เป็นฟังก์ชันของพลังงาน แสดงผลดังภาพที่ 4.1, 4.2 และ 4.3



ภาพที่ 4.1 โอกาสของการสะท้อนกลับของโฮลที่เป็นฟังก์ชันของพลังงานที่ความสูงของค่าแรงแม่เหล็กต่าง ๆ

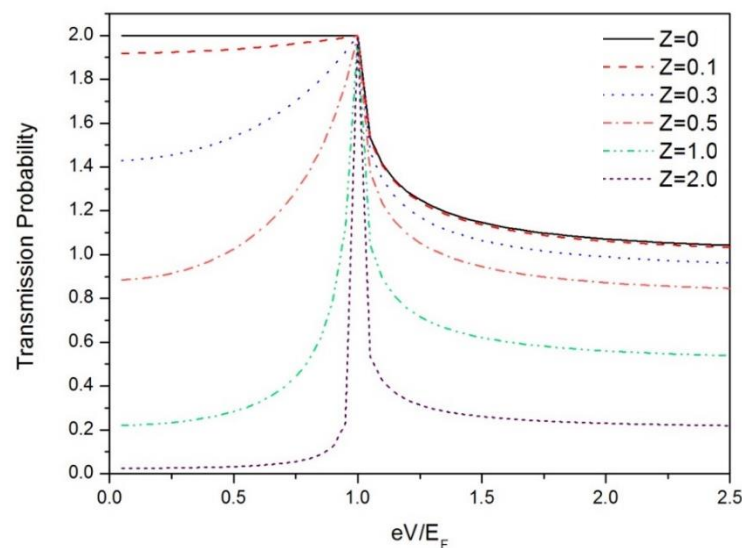
จากภาพที่ 4.1 พบว่าเมื่อรอยต่อไม่มีการกระเจิง หรือ $Z=0$ โอกาสของการสะท้อนกลับของโวลจะมีค่าการสะท้อนกลับออกหมดในช่วงบริเวณ $E < \Delta$ แต่หลังจากบริเวณ $E > \Delta$ โอกาสของการสะท้อนกลับของโวลจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น และเมื่อเพิ่มความสูงของกำแพงศักย์ให้มากขึ้น โอกาสของการสะท้อนกลับของโวลจะเพิ่มขึ้นจาก $E=0$ ไปเรื่อย ๆ จนถึงค่าสูงสุดบริเวณที่ $E = \Delta$ หลังจากนั้นจะมีค่าลดลงเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น จะสังเกตได้ว่าในขอบเขตที่ $E < \Delta$ และในขอบเขตที่ $E > \Delta$ ผลของกำแพงศักย์ทำให้ค่าของโอกาสของการสะท้อนกลับของโวลมีลักษณะแตกต่างกัน นั่นคือในขอบเขตที่ $E < \Delta$ โอกาสของการสะท้อนกลับของโวลจะเพิ่มขึ้นเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น แต่ในบริเวณที่ $E > \Delta$ โอกาสของการสะท้อนกลับของโวลจะลดลงเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น



ภาพที่ 4.2 กราฟแสดงโอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนที่เป็นฟังก์ชันของพลังงาน โดยความสูงของกำแพงศักย์ต่าง ๆ

จากภาพที่ 4.2 พบว่าโอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนที่ $Z=0$ อิเล็กตรอนสามารถทะลุผ่านไปได้ทั้งหมด หรือไม่มีการสะท้อนกลับออกมาเลย แต่เมื่อเพิ่มความสูงของกำแพงศักย์ขึ้นเล็กน้อย ($Z=0.3, 0.5$) อิเล็กตรอนเริ่มสะท้อนออกมาบ้าง โดยที่พลังงาน 0 eV จะมีการสะท้อนออกมามากที่สุดและจะลดลงเรื่อยๆ จนถึงบริเวณที่ $E = \Delta$ ซึ่งจะไม่มีการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนที่พลังงานนี้เลย แต่เมื่อ $E > \Delta$ อิเล็กตรอนจะเริ่มสะท้อนกลับออกมาเรื่อยๆ เมื่อพลังงานมากขึ้น กรณีที่กำแพงศักย์สูงมาก ๆ (Tunneling Limit) อิเล็กตรอนจะสะท้อนกลับออกมาทั้งหมดร้อยละร้อย (100%) ในบริเวณที่ $E < \Delta$ ส่วนในบริเวณที่ $E > \Delta$ เล็กน้อย อิเล็กตรอนจะ

สะท้อนกลับออกมาอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นจะเพิ่มขึ้นด้วยค่าเกือบคงที่ตลอดช่วงพลังงาน จะสังเกตได้ว่าในขอบเขตที่ $E < \Delta$ และในขอบเขตที่ $E > \Delta$ ค่าของโอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนมีลักษณะแตกต่างกัน นั่นคือในขอบเขตที่ $E < \Delta$ โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนจะลดลงเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น แต่ในบริเวณที่ $E > \Delta$ โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนจะเพิ่มขึ้นเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น



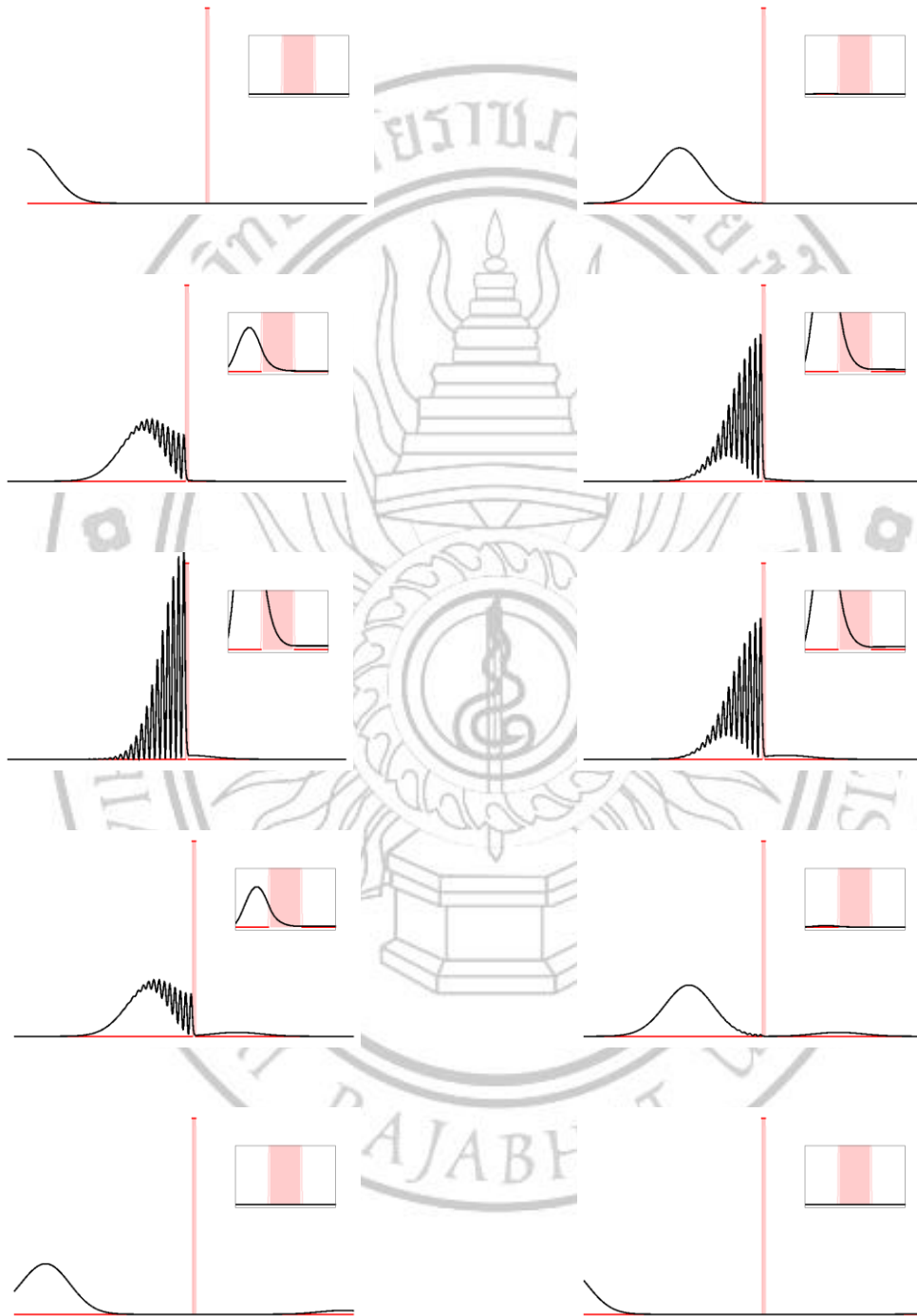
ภาพที่ 4.3 กราฟแสดงโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคที่เป็นฟังก์ชันของพลังงานที่ค่าความสูงของกำแพงศักย์ต่างกัน

จากภาพที่ 4.3 เมื่อ $Z = 0$ เราพบว่าโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคจะมีการทะลุผ่านออกหมดในช่วงบริเวณ $E < \Delta$ แต่หลังจากบริเวณ $E > \Delta$ โอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคจะลดลงอย่างต่อเนื่องเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น และเมื่อเพิ่มความสูงของกำแพงศักย์ให้มากขึ้นโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคจะเพิ่มขึ้นจาก $E = 0$ ไปเรื่อยๆ จนถึงค่าสูงสุดบริเวณที่ $E = \Delta$ หลังจากนั้นจะมีค่าลดลงเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น จะสังเกตได้ว่าในขอบเขตที่ $E < \Delta$ และในขอบเขตที่ $E > \Delta$ ค่าของโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคมีลักษณะแตกต่างกัน นั่นคือในขอบเขตที่ $E < \Delta$ โอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคจะเพิ่มขึ้นเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น แต่ในบริเวณที่ $E > \Delta$ โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนจะลดลงเมื่อพลังงานเพิ่มขึ้น

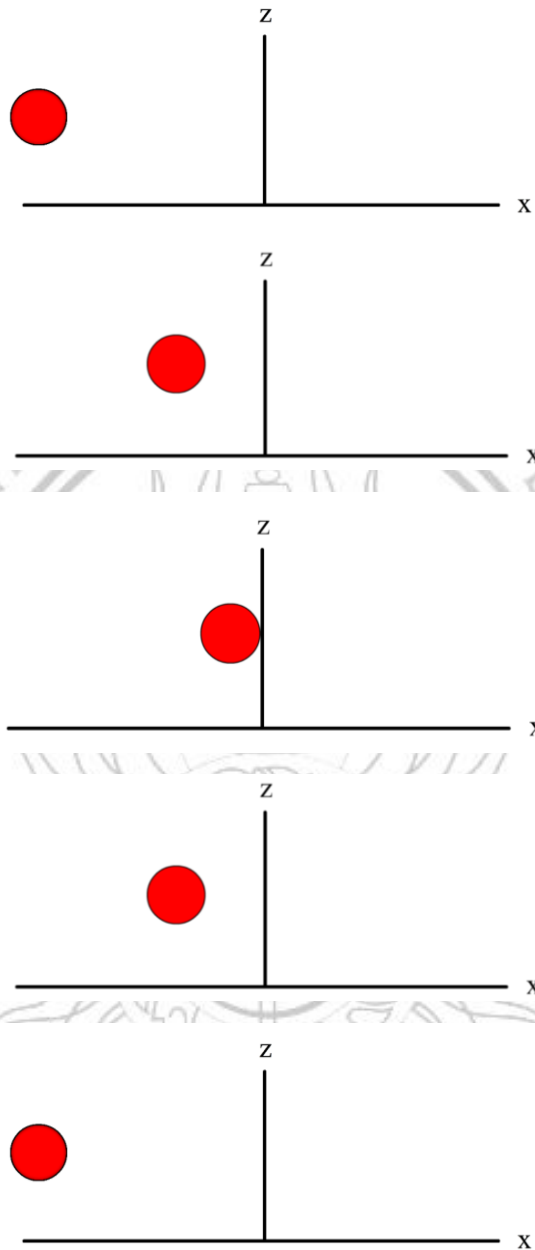
ตอนที่ 2 ผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

การสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยการใช้โปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash มาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบาย ในเรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

ซึ่งจะแสดงผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ออกมาในรูปแบบภาพเคลื่อนไหว โดยกำหนดแกน x คือ
 เวกเตอร์คลื่น แกน y คือ ความสูงของกำแพงศักย์ และอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในระบบ 1 มิติ



ภาพที่ 4.4 การลอดคูโมงค์ของอนุภาคควมดัม (Quantum Tunnelling)



ภาพที่ 4.5 แสดงรูปอนุภาคเคลื่อนที่ชนกำแพงศักย์หนึ่งมิติสูงจำกัด โดยที่กำแพงเป็นพลังงานศักย์ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งเท่านั้น

จากภาพที่ 4.4 อธิบายถึงอิเล็กตรอนทันเนลลิง ที่เป็นผลมาจากคุณสมบัติในการเป็นคลื่นของอิเล็กตรอน ทำให้อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ไปกระทบกับผนังกั้น หรือกำแพงศักย์ จะไม่หยุดการเคลื่อนที่ลงอย่างสิ้นเชิง แต่จะสามารถเคลื่อนที่ข้ามหรือทะลุผ่านกำแพงศักย์ไปได้ โดยที่ความหนาของกำแพงศักย์ มีความบางมาก จนคลื่นของอิเล็กตรอนบางส่วนสามารถทะลุผ่านออกไปยัง

อีกฝั่งหนึ่งของกำแพงศักย์ได้ ซึ่งขัดแย้งกับฟิสิกส์แผนเดิมหรือกลศาสตร์คลาสสิก ที่พบว่าอนุภาค จะเกิดการสะท้อนกลับหมด เมื่อเคลื่อนที่ชนกับกำแพงศักย์ที่ $x = 0$ เนื่องจากอนุภาคไม่มีพลังงาน มากพอที่จะสามารถเคลื่อนที่ข้ามหรือทะลุผ่านกำแพงศักย์ไปได้ แสดงดังภาพที่ 4.5

เมื่อนำสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหวไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักศึกษาปริญญา ตรี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ คณะวิทยาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 3 จำนวน 10 คน และคณะ ศึกษาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 4 จำนวน 40 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ทาง กลศาสตร์ควอนตัม ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ แบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และ ทันเนลลิง

ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งเกณฑ์ไว้ที่ 80/80 โดย 80 ตัวแรก จะเป็นการหาค่าร้อยละของคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน ส่วน 80 ตัวหลัง จะได้จากร้อย ละของคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบหลังการทดลองใช้สื่อการเรียนรู้ เมื่อทำการเก็บข้อมูล จะได้ผลดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

สื่อการเรียนรู้	คะแนนก่อนเรียน และหลังเรียน (E_1/E_2)	เกณฑ์การตัดสิน (E_1/E_2)
การทดลองใช้สื่อการเรียนรู้ แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และ ทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี คณะวิทยาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 3 และคณะศึกษาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 4 มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่	80.14/85.90	80/80

จากตารางที่ 4.1 พบว่า สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และ ทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ คณะวิทยาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 3 จำนวน 10 คน และคณะศึกษาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 4 จำนวน 40 คน มีประสิทธิภาพ (E_1 / E_2) เท่ากับ 80.14/85.90 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง

ในการศึกษาผลการใช้สื่อการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นนั้น ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบ ผลคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง ก่อนและ หลังจากการทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหวเปรียบเทียบกัน ได้ผลดังตาราง 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง

การทดสอบ	<i>n</i>	$\bar{X}$	<i>S.D.</i>	<i>t</i>
ก่อนเรียน	50	80.14	7.12	23.67*
หลังเรียน	50	85.90	6.92	

จากตารางที่ 4.2 พบว่า การทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 80.14 และ 85.90 ตามลำดับ และเมื่อเปรียบเทียบระหว่างคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า คะแนนสอบหลังเรียนของผู้เรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อสื่อการเรียนรู้แบบเคลื่อนไหว เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง

ตารางที่ 4.3 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความพึงพอใจของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง

รายการ	Mean	S.D.	แปลผล
1. เนื้อหาสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ความถูกต้องของการประมวลผล สูตรการคำนวณ	4.33	0.52	มาก
3. มีความชัดเจนของภาพ เสียง หรือตัวอักษร	4.17	0.75	มาก

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

รายการ	Mean	S.D.	แปลผล
4. ความสะดวกในการใช้งานโปรแกรม	3.67	0.52	มาก
5. ความเหมาะสมในการใช้งานโปรแกรม	4.00	0.63	มาก
6. การออกแบบให้ใช้งานง่าย เมนูไม่ซับซ้อน	3.83	0.41	มาก
7. ข้อมูลที่ได้รับเป็นประโยชน์	4.33	0.52	มาก
8. ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ <u>ก่อน</u> การใช้สื่อการเรียนรู้	2.50	0.55	ปานกลาง
9. ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ <u>หลัง</u> การใช้สื่อการเรียนรู้	4.67	0.52	มากที่สุด
10. มีความมั่นใจและสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้จริง	4.83	0.41	มากที่สุด

จากตารางที่ 4.3 พบว่า ความพึงพอใจของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศกดิ์และทันเนลถึง มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.13$) และถ้าพิจารณาเป็นรายข้อพบว่า ข้อที่ผู้เรียนพึงพอใจมากที่สุดคือ ข้อที่ 1 ($\bar{x} = 5$) เนื้อหาสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย รองลงมาคือข้อที่ 10 ($\bar{x} = 4.83$) มีความมั่นใจและสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้จริง และข้อที่ผู้เรียนพึงพอใจน้อยที่สุดคือ ข้อที่ 8 ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ก่อนการใช้สื่อการเรียนรู้ ($\bar{x} = 2.5$)

บทที่ 5

สรุปอภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อของโลหะและสารตัวนำยวดยิ่ง เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างผสมโลหะและสารตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยจะใช้การจำลองการเคลื่อนที่ของอนุภาคเป็นแบบต่อเนื่องและพิจารณาในระบบ 1 มิติ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน และสมมติให้พลังงานศักย์ที่รอยต่อเป็นแบบฟังก์ชันเดลต้า และ 2) สร้างสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง เพื่อนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักศึกษาปริญญาตรี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ คณะวิทยาศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 3 จำนวน 10 คน และคณะครุศาสตร์ สาขาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 4 จำนวน 40 คน ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยมีสถิติที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้คือ ค่าร้อยละ (E_1 / E_2) ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ค่าที (T-test) สามารถสรุปผลได้ดังนี้

สรุปผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อพฤติกรรมของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม จากการศึกษาพบว่าผลกระทบของกำแพงศักย์มีผลต่อโอกาสของการทะลุผ่านและโอกาสของการสะท้อนกลับของทั้งโซลและอิเล็กตรอนดังนี้

1. กรณีของโอกาสของการสะท้อนกลับของโซล เมื่อความสูงของกำแพงศักย์เพิ่มขึ้น โอกาสของการสะท้อนกลับของโซลจะลดลง
2. กรณีของโอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอน เมื่อความสูงของกำแพงศักย์เพิ่มขึ้น โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอนจะเพิ่มขึ้น
3. กรณีของโอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาค เมื่อความสูงของกำแพงศักย์เพิ่มขึ้น โอกาสของการทะลุผ่านของอนุภาคจะลดลง

4. ความสูงของกำแพงศักย์จะส่งผลต่อการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล รวมถึงการทะลุผ่านรวมของระบบที่บริเวณพลังงานใกล้เคียงช่องว่างพลังงาน (Energy Gap) มากกว่าบริเวณอื่น ๆ เนื่องจากอาจจะเป็นบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมหรือความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนและโฮลมากที่สุด

ตอนที่ 2 การสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง โดยใช้โปรแกรม Mathematica และ โปรแกรม Flash

โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างสื่อการเรียนรู้ คือ โปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash ซึ่งสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหวที่ได้สร้างขึ้นนั้น ผู้วิจัยได้นำมาทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม จากการศึกษาพบว่าสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบายในการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง ให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี มีประสิทธิภาพเท่ากับ 80.14/85.90 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง มีค่าเฉลี่ยโดยรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.13$) และถ้าพิจารณาเป็นรายข้อพบว่าข้อที่ผู้เรียนพึงพอใจมากที่สุดคือ ข้อที่ 1 ($\bar{x} = 5$) เนื้อหาสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย รองลงมาคือข้อที่ 10 ($\bar{x} = 4.83$) มีความมั่นใจและสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้จริง และข้อที่ผู้เรียนพึงพอใจน้อยที่สุดคือ ข้อที่ 8 ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ก่อนการใช้สื่อการเรียนรู้ ($\bar{x} = 2.5$)

อภิปรายผล

การศึกษาครั้งนี้เป็นการวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อพฤติกรรมของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม โลหะและสารตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นทรงกลม (s-wave)

และเพื่อสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง จากผลการวิจัยดังกล่าวสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปินต่อพฤติกรรมของอนุภาคผ่านโครงสร้างผสม โดยจำลองการเคลื่อนที่ของอนุภาคเป็นแบบต่อเนื่อง พิจารณาในระบบ 1 มิติ และสมมติให้พลังงานศักย์ที่รอยต่อเป็นแบบฟังก์ชันดิเรกเดลตา ผลการศึกษาพบว่าความสูงของกำแพงศักย์จะส่งผลต่อการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล รวมถึงการทะลุผ่านรวมของระบบที่บริเวณพลังงานใกล้เคียงกับช่องว่างพลังงาน (Energy Gap) มากกว่าบริเวณอื่น ๆ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ไตรทศ งามปิติพันธ์ และเพชรอาภา บุญเสริม (2558) ที่ศึกษาเรื่องปัญหาการกระเจิงทางควอนตัมใน 1 มิติ คำนวณหาฟังก์ชันคลื่นโดยการหาผลเฉลยแม่นยำตรงของสมการชเรอดิงเงอร์ในกรณีของพลังงานศักย์แบบฟังก์ชันเดลต้า และได้ผลการศึกษาว่าความน่าจะเป็นของการส่งผ่านมีค่ามากขึ้นเมื่อพลังงานของอนุภาคมีค่ามากขึ้น และสอดคล้องกับ Pasanai (2014) ที่ศึกษาผลกระทบของกำแพงศักย์ที่รอยต่อในโครงสร้างแบบ Metal/Superconductor/Metal ผลการวิจัยพบว่า สภาพนำไฟฟ้าในบริเวณที่พลังงานน้อยกว่าช่องว่างพลังงาน (Energy Gap) นั้น อิเล็กตรอนจะมีความไวต่อรอยต่อที่ 1 เป็นอย่างมาก ซึ่งสรุปได้ว่ากำแพงศักย์มีผลต่อโอกาสของการทะลุผ่านและโอกาสของการสะท้อนกลับของอนุภาค กล่าวคือสภาพนำไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับการลดและการเพิ่มค่า z และอิเล็กตรอนจะมีความไวต่อบริเวณที่พลังงานใกล้เคียงกับช่องว่างพลังงาน (Energy Gap)

2. ผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง สื่อการเรียนรู้ที่ได้สร้างขึ้น สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบายในการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง ได้ ซึ่งการใช้สื่อการสอนแบบภาพเคลื่อนไหวสามารถช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เกี่ยวกับการจำลองการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนผ่านกำแพงศักย์ โดยให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างแบบกลศาสตร์ควอนตัมและกลศาสตร์คลาสสิก โดยสื่อการเรียนรู้มีประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ 80.14/85.90 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ 80/80 ทั้งนี้จะมีสาเหตุมาจากการสร้างสื่อการเรียนรู้ได้รับการออกแบบและพัฒนาอย่างดีมีคุณภาพ สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ และผู้เรียนมีเจตคติต่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัมหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากการนำสื่อการเรียนรู้ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ พบว่าผู้เรียนมีความพึงพอใจโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.13$) และถ้าพิจารณาเป็นรายข้อพบว่า ข้อที่ผู้เรียนพึงพอใจมากที่สุดคือ ข้อที่ 1 ($\bar{x} = 5$) เนื้อหาสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย รองลงมาคือข้อที่ 10 ($\bar{x} = 4.83$) มีความมั่นใจและ

สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้จริง และข้อที่ผู้เรียนพึงพอใจน้อยที่สุดคือ ข้อที่ 8 ความรู้ความเข้าใจในเรื่องนี้ก่อนการใช้สื่อการเรียนรู้ ($\bar{x} = 2.5$) ตามลำดับ ซึ่งผลการประเมินพบว่าการสร้างสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง ประสบความสำเร็จเนื่องจากผู้เรียนสามารถทำคะแนนหลังเรียนได้มาก และมีความรู้เกี่ยวกับกลศาสตร์ควอนตัมเพิ่มขึ้น

ผลการศึกษาทั้งหมดที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่า ในตอนที่ 1 การศึกษาผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคผ่านโครงสร้างผลึกโลหะและสารตัวนำยิ่งยวดแบบคลื่นทรงกลม (s-wave) จากการศึกษาพบว่าความสูงของกำแพงศักย์จะส่งผลกระทบต่ออัตราการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนและโฮล กล่าวคือสภาพนำไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับการลดและการเพิ่มค่า z ส่วนในตอนที่ 2 สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบายเพิ่มเติมในการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง เพื่อให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น รวมถึงเพิ่มความสนุกในการเรียนรู้ ไม่เบื่อ

ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาการวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบการกระเจิงของสปีนต่อการขนส่งอนุภาคในรอยต่อของโลหะและสารตัวนำยิ่งยวด เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะจากงานวิจัย

สื่อการเรียนรู้ที่ได้สร้างขึ้น สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประกอบการอธิบายเพิ่มเติมในการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง เพื่อให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาความรู้พื้นฐานและโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจ และรวดเร็วในการใช้งาน
2. ควรทำการศึกษาวิจัยผลกระทบการใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม ในเรื่องอื่นเพิ่มเติม เนื่องจากผู้เรียนมีความเข้าใจในด้านเนื้อหาเพิ่มขึ้น และสามารถทำคะแนนหลังเรียนได้มาก ส่งผลให้มีความรู้เกี่ยวกับกลศาสตร์ควอนตัมเพิ่มขึ้น

บรรณานุกรม

- กรีธา แก้วคง, จิราพร ธารแผ้ว, ปรีดีพร ลิ้มเจริญ, พินทิพร รื่นวงษา, ภิญโญ พานิชพันธ์, มนัสวี โพธิ์ทอง และ สุทธิดา รักกะเปา. (ม.ป.ป.). *อะไรอยู่ในอะตอม*. สืบค้นจาก <http://www.atom.rmutphysics.com/charud/scibook/atom2/newquark/quark2.htm>
- ��ชาวาล อั้น. (2554). *วัสดุช่างอุตสาหกรรม*. สืบค้นจาก <https://sites.google.com/site/wasduchangxutsahkrm/kickrrm-kar-reiyn-ru/loha>
- คุตติต เครื่องาม. (2521). *โซลิดสเตตฟิสิกส์ (Solid States Physics)*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- คำรงค์ ทิพย์โยธา. (2559). *คู่มือโปรแกรม Mathematica*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไตรทศ งามปิติพันธ์ และเพชรอาภา บุญเสริม. (2558). การหาขอบเขตล่างของความน่าจะเป็นของการส่งผ่าน ในปัญหาการกระเจิงทางควอนตัมใน 1 มิติ. *วารสารวิทยาศาสตร์ มข*, 43(4), 595-608.
- ธงชัย พันธุ์เมธาฤทธิ. (2530). *ฟิสิกส์สถานะของแข็งเบื้องต้น*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นรา จิรภัทรพิมล. (2553). *กลศาสตร์ควอนตัม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิตยา เพชรจัน. (2560). *โปรแกรม Flash CS6 เบื้องต้น*. สืบค้นจาก <https://sites.google.com/site/krunittayacnp/kickrrm-nakreiyn-naksuksa>
- ปกรณ์ ประจันบาน. (2551). *โปรแกรมการวิเคราะห์ทางสถิติ*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ฟิสิกส์ราชมงคล. (2549). *วัสดุความรู้*. สืบค้นจาก http://www.rmutphysics.com/charud/scibook/Material1/index_super.html มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
- มรกต พุทธกาล, สุกัญญา นิลม่วง, ศราวุธ ใจเย็น และเป็นไท ปิ่นม่วง. (2550). *ผลของการหมุนระนาบผลึก ต่อสเปกตรัมการทะลุผ่านที่รอยต่อของโลหะปกติ-ตัวนำไฟฟ้ายิ่งยวดแบบดี-เวฟ*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี).
- สุปราณี ลิ้มสุวรรณ. (2542). *กลศาสตร์ควอนตัม*. กรุงเทพฯ: หจก.เอ็กซ์เพรส มีเดีย.
- สุรศักดิ์ พงศ์พันธุ์สุข. (ม.ป.ป.). *ห้องฟอง Bubble chamber*. สืบค้นจาก <http://www0.tint.or.th/nkc/nkc51/nkc5103/nkc5103r.html>

หนูม้วน ร่มแก้ว. (2552). เอกสารประกอบการอบรมปฏิบัติการหลักสูตร ฝึกอบรมการจัดทำ แผนพร้งานวิจัยและนวัตกรรมในชั้นเรียนเพื่อผลงานทางวิชาการ. เชียงใหม่: สำนักวิทยบริการและเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่.

Bertolotti, J. (2018). *Qm tunneling*. Retrieved from

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Qm_tunneling_timedomain.gif?uselang=th

Blonder, G.E. Tinkham, M. & Klapwijk, T.M. (1982). Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion. *Physics Review B*, 25, 4515-4532.

Jantayod, A. & Pairor, P. (2015). Tunneling conductance of a metal/two-dimensional electron gas with Rashba spin-orbit coupling junction within a lattice model. *Superlattices and Microstructures*, 88, 541-550.

Oestreich, M. (1999). Materials science: Injecting spin into electronics. *Nature (London)*, 402, 735.

Pasanai, K. & Pairor, P. (2011). Spin-flip scattering and dimensional effect on transport of charge and spin across metal/ferromagnet material interfaces. *Physics Review B*, 84, 224432.

Pasanai, K. (2014). Effect of interfacial scattering on coherent tunneling spectroscopy of metal/superconductor/metal heterostructures. *Physica C*, 499, 1-5.

Pasanai, K. (2015). Asymmetric interfacial scattering effect on tunneling conductance of ferromagnet/superconductor/ferromagnet junctions. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 385, 7-15.

Pasanai, K. (2016a). Similarities of coherent tunneling spectroscopy of ferromagnet/ferromagnet junction within two interface models: Delta potential and finite width model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 401, 463-471.

Pasanai, K. (2016b). Spin-flip scattering and band structure mismatch effect on transport of pure spin across ferromagnetic semimetal/metal material interfaces. *Physica E*, 77, 13-22.

Pasanai, K. (2017). Conductance spectra of asymmetric ferromagnet/ferromagnet/ferromagnet junctions. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 422, 1-6.

Srisongmuang, B. Pairor, P. & Berciu, M. (2008). Tunneling conductance of a two-dimensional electron gas with Rashba spin-orbit coupling. *Physics Review B*, 78, 155317.

Vongpad, B. (2007). *Spin electron*. Retrieved from

<http://www.rmutphysics.com/charud/oldnews/0/285/19/quantum.htm>

Wolf, S.A. & et Al. (2001). Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future. *Science*, 294, 1488.

Wu, S. & Samokhin, K.V. (2010). Tunneling into d-wave superconductors: Effects of interface spin-orbit coupling. *Physics Review B*, 82, 184501.

Zutic, I. Fabian, J. & Sarma, S.D. (2004). Spintronics: Fundamentals and applications. *Physics Review Mod*, 76, 323.



ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล	นางสาวเบญญาทิพย์ ม่วงเขียว	
วัน เดือน ปีเกิด	3 มกราคม 2538	
ที่อยู่ปัจจุบัน	99/1 หมู่ 7 ตำบลแซ่ซ้าง อำเภอสันกำแพง จังหวัดเชียงใหม่ รหัสไปรษณีย์ 50130	
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2560 – 2562	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การสอนวิทยาศาสตร์ แขนงวิชา ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
	พ.ศ. 2556 – 2559	วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตรบัณฑิต ฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
	พ.ศ. 2553 – 2555	มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนเทพดินทร์วิทยาเชียงใหม่ ตำบลศรีภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่
	พ.ศ. 2550 – 2552	มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนเทพดินทร์วิทยาเชียงใหม่ ตำบลศรีภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

- H : ตัวดำเนินการฮามิลโทเนียน
 $\hat{P}$: ตัวดำเนินการโมเมนตัม
 $m(x)$: มวลยังผลของอิเล็กตรอน
 $v(x)$: พลังงานศักย์
 E_F : ระดับพลังงานเฟอร์มิ (Fermi energy)
 $\Delta(x)$: ช่องว่างของแถบพลังงาน (Energy gap)
 E_k : พลังงานจลน์
 $\hbar$: ค่าคงตัวของพลังค์แบบลดค่า (reduced Planck constant)
 k : เวกเตอร์โมเมนตัมของสารตัวนำยวดยิ่ง
 h : ค่าคงตัวของพลังค์
 q : เวกเตอร์โมเมนตัมของโลหะ
 ψ_m : ฟังก์ชันคลื่นของโลหะ
 ψ_s : ฟังก์ชันคลื่นของสารตัวนำยวดยิ่ง
 a : สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของโฮล
 b : สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของอิเล็กตรอน
 c : สัมประสิทธิ์การทะลุผ่านของอิเล็กตรอน
 d : สัมประสิทธิ์การทะลุผ่านของโฮล
 e^{iq^+x}, e^{iq^-x} : คลื่นระนาบ (Plane wave)
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$: Eigen vector ฟังก์ชันโลหะ
 $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix}$: Eigen vector ฟังก์ชันสารตัวนำยวดยิ่ง
 k_F : Fermi wave vector
 Z : ค่าแฟกซ์ที่เป็นพารามิเตอร์ที่สัมพันธ์กับการกระเจิงของอิเล็กตรอน

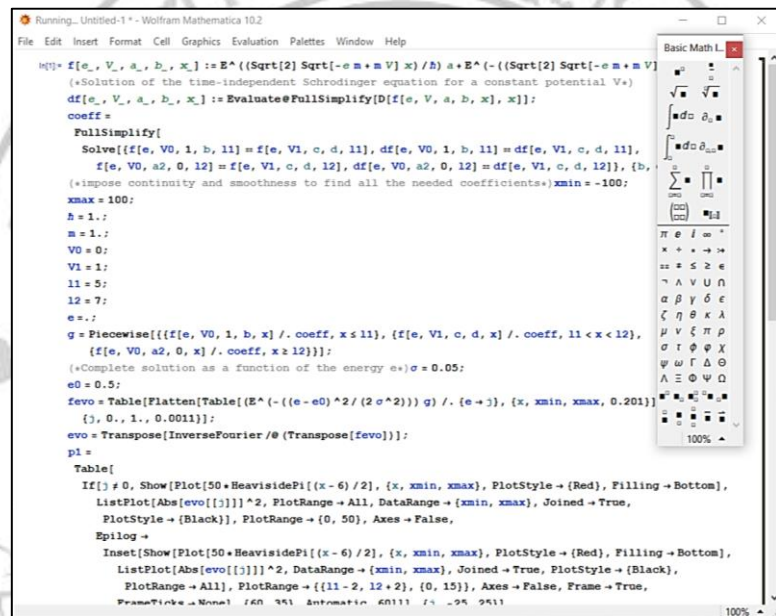
- A : โอกาสของการสะท้อนกลับของโซล
 B : โอกาสของการสะท้อนกลับของอิเล็กตรอน
 C : โอกาสของการทะลุผ่านของอิเล็กตรอน
 D : โอกาสของการทะลุผ่านของโซล
 J : ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า
 v_{q^+} : ความเร็วกลุ่มของอิเล็กตรอนฝั่งโลหะ
 v_{q^-} : ความเร็วกลุ่มของโซลฝั่งโลหะ
 v_{k^+} : ความเร็วกลุ่มของอิเล็กตรอนฝั่งสารตัวนำยวดยิ่ง
 v_{k^-} : ความเร็วกลุ่มของโซลฝั่งสารตัวนำยวดยิ่ง



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม Mathematica

ขั้นตอนที่ 1 เขียนโค้ดคำสั่งลงในบริเวณหน้าต่างการทำงานของตัวโปรแกรม

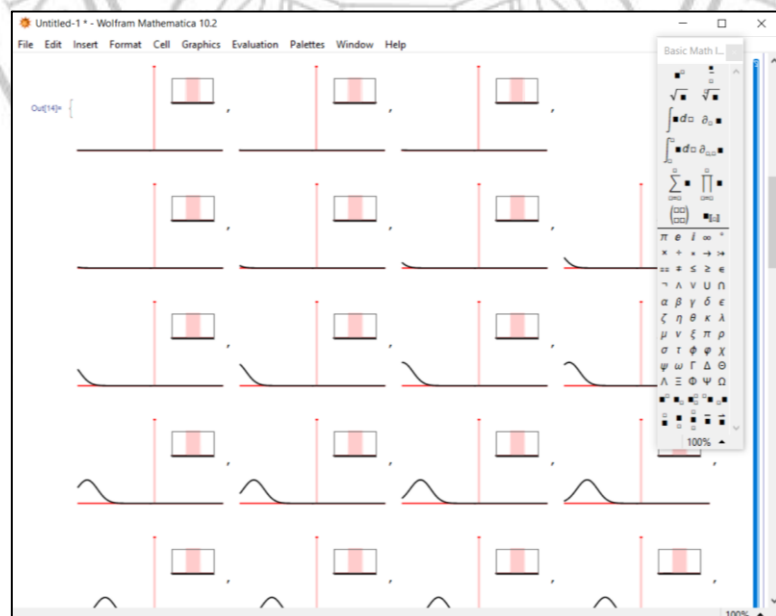


```

In[1]:= f[e_, V_, a_, b_, x_] := E^((Sqrt[2] Sqrt[-e + m V] x) / h) a + E^(-(Sqrt[2] Sqrt[-e + m V]
(*Solution of the time-independent Schrodinger equation for a constant potential V*)
df[e_, V_, a_, b_, x_] := Evaluate@FullSimplify[D[f[e, V, a, b, x], x]]:
coeff =
FullSimplify[
Solve[{f[e, V0, 1, b, 11] = f[e, V1, c, d, 11], df[e, V0, 1, b, 11] = df[e, V1, c, d, 11],
f[e, V0, a2, 0, 12] = f[e, V1, c, d, 12], df[e, V0, a2, 0, 12] = df[e, V1, c, d, 12]}, {b,
(*impose continuity and smoothness to find all the needed coefficients*) xmin = -100;
xmax = 100;
b = 1.;
m = 1.;
V0 = 0;
V1 = 1;
11 = 5;
12 = 7;
e = .;
g = Piecewise[{{f[e, V0, 1, b, x] /. coeff, x < 11}, {f[e, V1, c, d, x] /. coeff, 11 < x < 12},
{f[e, V0, a2, 0, x] /. coeff, x > 12}}];
(*Complete solution as a function of the energy e*) e = 0.05;
e0 = 0.5;
fevo = Table[Flatten[Table[(E^(-(e - e0)^2 / (2 a^2))) g] /. {e -> j}, {x, xmin, xmax, 0.201}],
{j, 0., 1., 0.0011}];
evo = Transpose[InverseFourier /@ (Transpose[fevo])];
pi =
Table[
If[j > 0, Show[Plot[50*HeavisidePi[(x - 6) / 2], {x, xmin, xmax}, PlotStyle -> {Red}, Filling -> Bottom],
ListPlot[Abs[evo[[j]]]^2, PlotRange -> All, DataRange -> {xmin, xmax}, Joined -> True,
PlotStyle -> {Black}], PlotRange -> {0, 50}, Axes -> False,
Epilog ->
Inset[Show[Plot[50*HeavisidePi[(x - 6) / 2], {x, xmin, xmax}, PlotStyle -> {Red}, Filling -> Bottom],
ListPlot[Abs[evo[[j]]]^2, DataRange -> {xmin, xmax}, Joined -> True, PlotStyle -> {Black},
PlotRange -> {{11 - 2, 12 + 2}, {0, 15}}, {0, 15}], Axes -> False, Frame -> True,
FrameTicks -> None], {0, 30}], Automation -> None], {j, 0, 30}]]

```

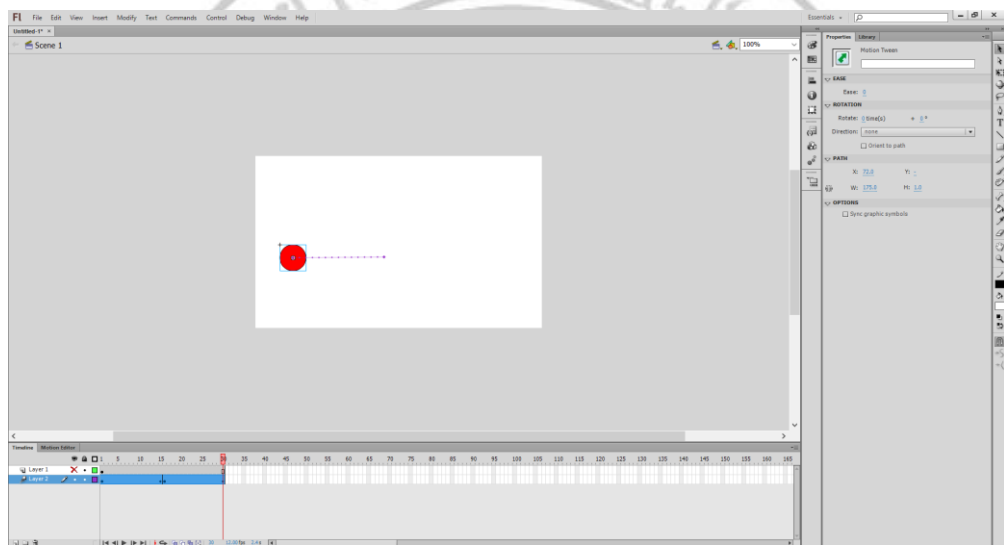
ขั้นตอนที่ 2 รันผลข้อมูลโดยการกด <Shift> + <Enter> โปรแกรมจะแสดงผลการวิเคราะห์ ดังนี้



ภาคผนวก ค

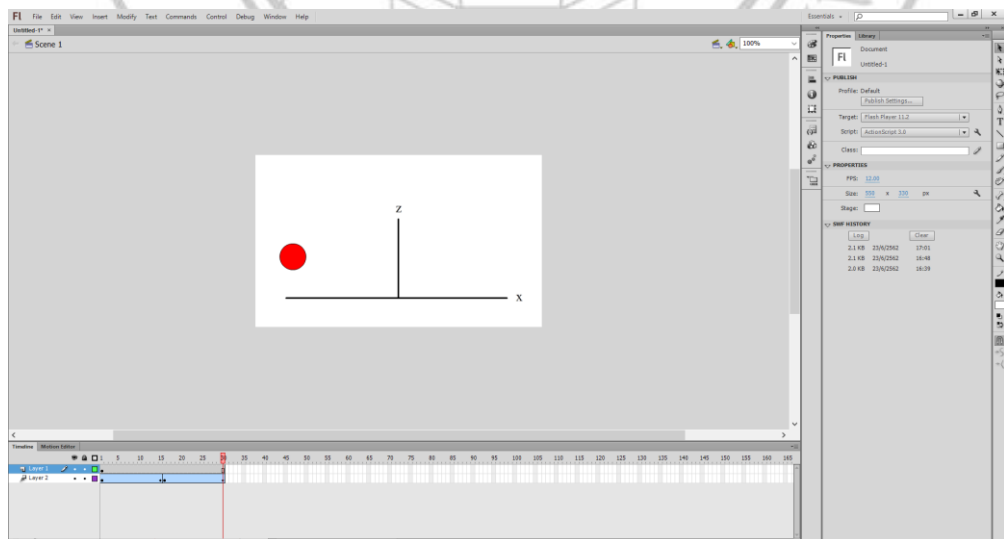
ขั้นตอนการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยใช้โปรแกรม Flash

ขั้นตอนที่ 1 วาดรูปวัตถุและกำหนดทิศทางการเคลื่อนที่

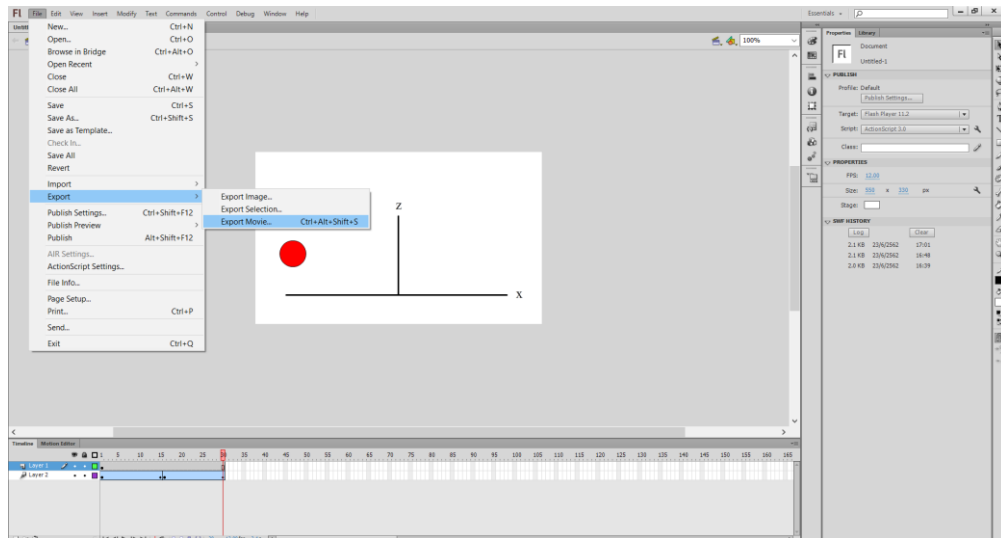


ขั้นตอนที่ 2 วาดเส้นกำหนดแนวแกน x และแกน y

โดยแกน x คือ ทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ ในงานวิจัยนี้กำหนดให้เป็น wave vector และแกน y คือ ความสูงของกำแพงศักย์



ขั้นตอนที่ 3 ทำการ save ไฟล์งาน และ export ไฟล์งานออกมาในรูปแบบวิดีโอ

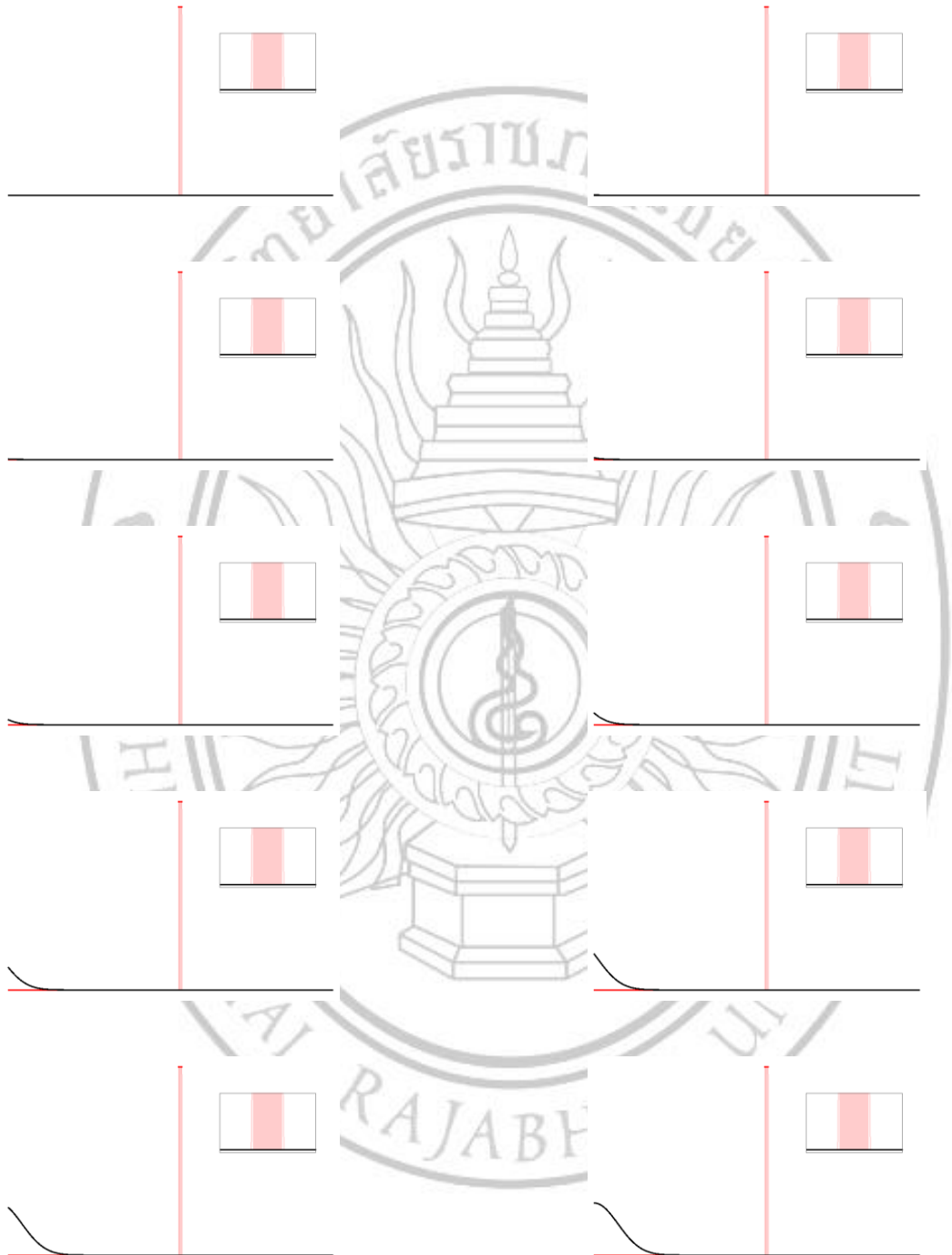


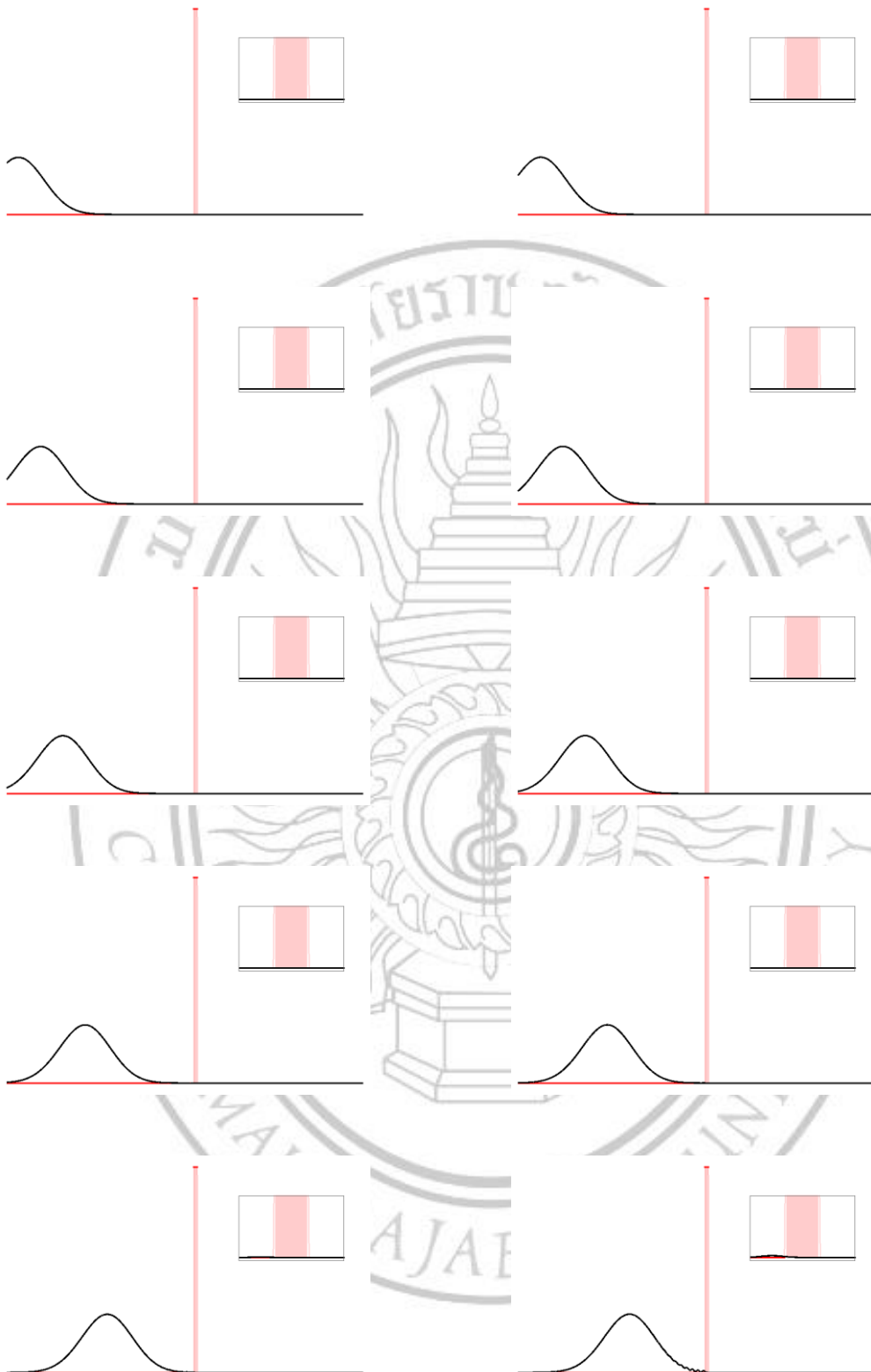
ภาคผนวก ง

แสดงผลและการวิเคราะห์ค่าต่าง ๆ

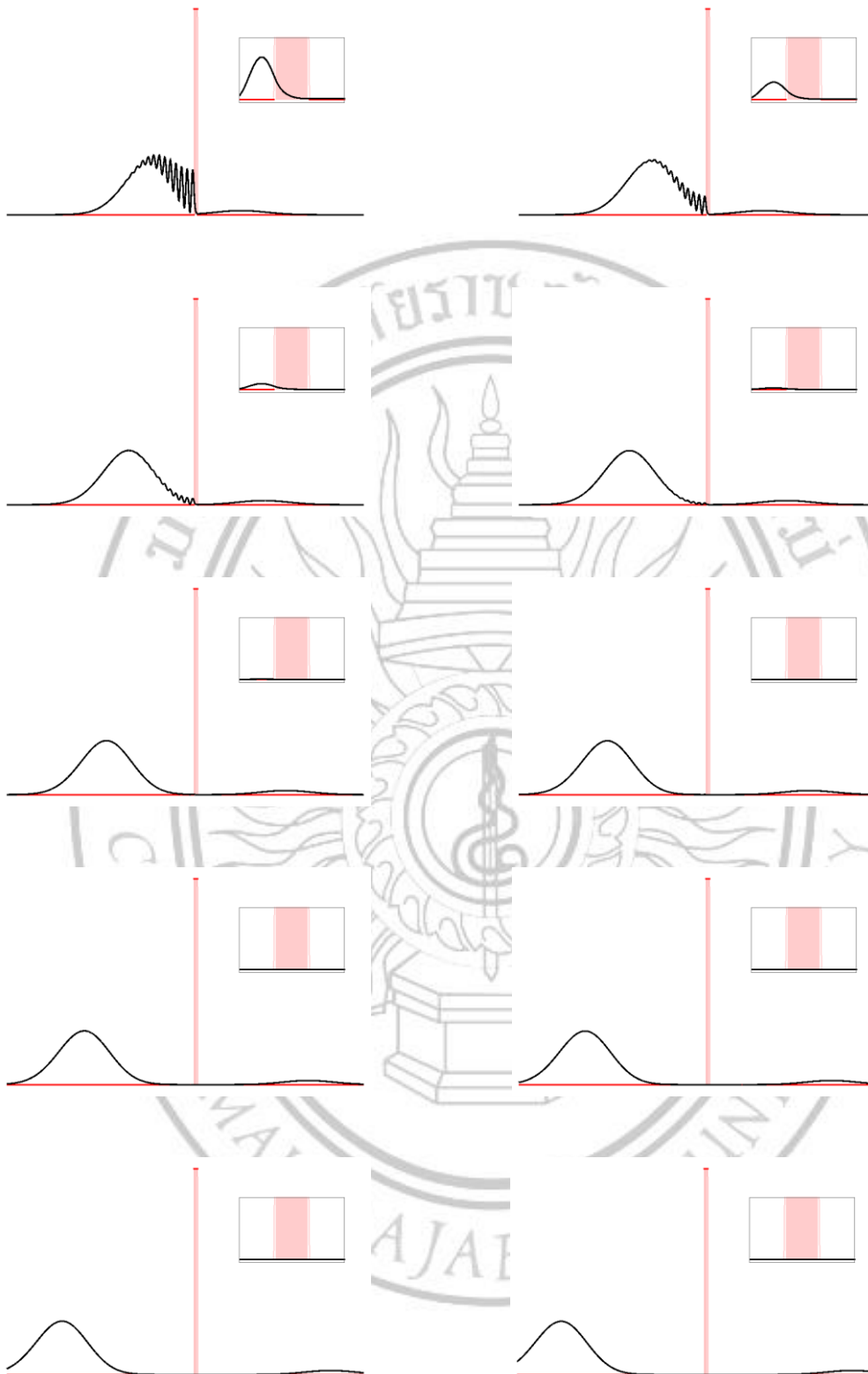
- ผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง โดยการใช้โปรแกรม Mathematica
- ตารางการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี
- ตารางการเปรียบเทียบคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนจากการทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี
- ตารางค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติทดสอบที ของการทดสอบเปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง
- ตารางความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อสื่อการเรียนรู้แบบเคลื่อนไหว เพื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง
- ตารางค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี
- ตารางที่การแจกแจง t-Distribution

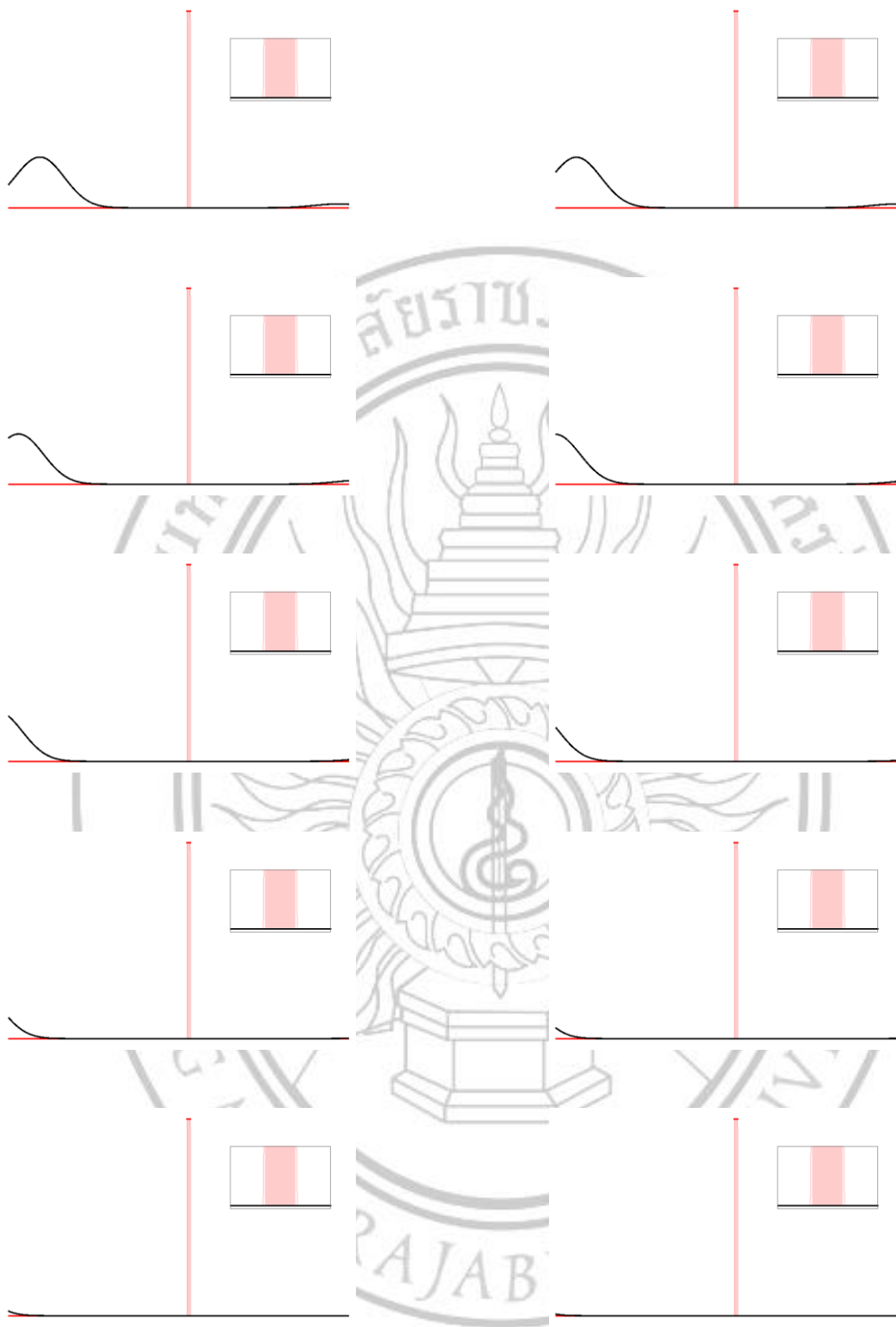
ผลการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง
โดยใช้โปรแกรม Mathematica











ภาพที่ พ 1 การลอดอุโมงค์ของอนุภาคควมดัม (quantum tunnelling)

ตารางที่ 1 แสดงผลประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และ
ทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี

ทดสอบระหว่างทดลอง	จำนวนคน	คะแนนเต็ม	คะแนนรวม	เฉลี่ยร้อยละ
ครั้งที่ 1	50	100	4007	80.14
ทดสอบหลังทดลอง	50	100	4295	85.90

ตารางกำหนดเกณฑ์การตัดสิน

กำหนดเกณฑ์	E1	E2
	80.00	80.00

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

	E1	E2
ประสิทธิภาพ	80.14	85.90
แปลผล	สูงกว่าเกณฑ์	สูงกว่าเกณฑ์

ตารางที่ 2 แสดงผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทางการเรียน ก่อนเรียนและหลังเรียน ด้วยสื่อการเรียนรู้แบบ
ภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศกดิ์และทันเนลลิง

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (100)	คะแนนหลังเรียน (100)	คะแนนผลต่าง (D)
1	78	85	7
2	92	98	6
3	89	94	5
4	82	86	4
5	90	95	5
6	77	81	4
7	79	87	8
8	70	79	9
9	86	92	6
10	71	79	8
11	92	98	6
12	79	87	8
13	88	92	4
14	82	89	7
15	90	94	4
16	90	96	6
17	83	87	4
18	73	78	5
19	79	83	4

ตารางที่ 2 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (100)	คะแนนหลังเรียน (100)	คะแนนผลต่าง (D)
20	84	90	6
21	83	87	4
22	80	86	6
23	68	75	7
24	88	91	3
25	64	73	9
26	80	89	9
27	78	84	6
28	80	87	7
29	78	82	4
30	78	82	4
31	74	78	4
32	76	85	9
33	87	92	5
34	70	79	9
35	89	95	6
36	79	87	8
37	75	79	4
38	85	92	7

ตารางที่ 2 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (100)	คะแนนหลังเรียน (100)	คะแนนผลต่าง (D)
39	75	79	4
40	89	96	7
41	89	94	5
42	80	85	5
43	70	76	6
44	72	76	4
45	70	75	5
46	87	92	5
47	70	73	3
48	77	82	5
49	79	84	5
50	83	90	7

ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติทดสอบที ของการทดสอบเปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของผู้เรียนที่ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศักดิ์และทันเนลลิง

การทดสอบ	$\bar{x}$	S.D.	t	Sig.(2-tailed)
ก่อนเรียน	80.14	7.12	23.67*	0.0000
หลังเรียน	85.90	6.92		

ตารางที่ 4 ผลความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนรู้แบบเคลื่อนไหว เพื่อการเรียนรู้ทาง
กลศาสตร์ควอนตัม เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

รายการ	Mean	S.D.	แปลผล
1. เนื้อหาสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ความถูกต้องของการประมวลผล สูตรการคำนวณ	4.33	0.52	มาก
3. มีความชัดเจนของภาพ เสียง หรือตัวอักษร	4.17	0.75	มาก
4. ความสะดวกในการใช้งานโปรแกรม	3.67	0.52	มาก
5. ความเหมาะสมในการใช้งานโปรแกรม	4.00	0.63	มาก
6. การออกแบบให้ใช้งานง่าย เมนูไม่ซับซ้อน	3.83	0.41	มาก
7. ข้อมูลที่ได้รับเป็นประโยชน์	4.33	0.52	มาก
8. ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ <u>ก่อน</u> การใช้สื่อการเรียนรู้	2.50	0.55	ปานกลาง
9. ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ <u>หลัง</u> การใช้สื่อการเรียนรู้	4.67	0.52	มากที่สุด
10. มีความมั่นใจและสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้จริง	4.83	0.41	มากที่สุด

ตารางที่ 5 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพง
สัทยและทันเนลลิง สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ						IOC	แปลผล
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	ท่านที่ 6		
1	1	1	1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	0	1	1	0.83	ใช้ได้
3	1	1	0	1	1	1	0.83	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1	0	1	0.83	ใช้ได้
6	1	1	1	0	1	1	0.83	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
8	0	1	1	1	1	1	0.83	ใช้ได้
9	1	0	1	1	1	1	0.83	ใช้ได้
10	1	0	1	1	1	1	0.83	ใช้ได้

หมายเหตุ

การแปลผลค่า IOC ใช้เกณฑ์ ดังนี้

- $IOC < 0.5$ หมายถึง ตัดข้อสอบข้อนั้นทิ้ง
- $IOC \geq 0.5$ หมายถึง ข้อสอบข้อนั้นใช้ได้

ตารางที่ 6 การแจกแจง t-Distribution

ตารางการแจกแจง t

df	0.1	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.005	0.0025	0.0005	One-tail
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.005	0.001	Two-tail
1	3.0777	6.3137	12.7062	15.8945	21.2051	31.8210	63.6559	127.3211	636.5776	
2	1.8856	2.9200	4.3027	4.8487	5.6428	6.9645	9.9250	14.0892	31.5998	
3	1.6377	2.3534	3.1824	3.4819	3.8961	4.5407	5.8408	7.4532	12.9244	
4	1.5332	2.1318	2.7765	2.9985	3.2976	3.7469	4.6041	5.5975	8.6101	
5	1.4759	2.0150	2.5706	2.7565	3.0029	3.3649	4.0321	4.7733	6.8685	
6	1.4398	1.9432	2.4469	2.6122	2.8289	3.1427	3.7074	4.3168	5.9587	
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.5168	2.7146	2.9979	3.4995	4.0294	5.4081	
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.4490	2.6338	2.8965	3.3554	3.8325	5.0414	
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.3984	2.5738	2.8214	3.2498	3.6896	4.7809	
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.3593	2.5275	2.7638	3.1693	3.5814	4.5868	
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.3281	2.4907	2.7181	3.1058	3.4966	4.4369	
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.3027	2.4607	2.6810	3.0545	3.4284	4.3178	
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.2816	2.4358	2.6503	3.0123	3.3725	4.2209	
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.2638	2.4149	2.6245	2.9768	3.3257	4.1403	
15	1.3406	1.7531	2.1315	2.2485	2.3970	2.6025	2.9467	3.2860	4.0728	
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.2354	2.3815	2.5835	2.9208	3.2520	4.0149	
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.2238	2.3681	2.5669	2.8982	3.2224	3.9651	
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.2137	2.3562	2.5524	2.8784	3.1966	3.9217	
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.2047	2.3457	2.5395	2.8609	3.1737	3.8833	
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.1967	2.3362	2.5280	2.8453	3.1534	3.8496	
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.1894	2.3278	2.5176	2.8314	3.1352	3.8193	
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.1829	2.3202	2.5083	2.8188	3.1188	3.7922	
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.1770	2.3132	2.4999	2.8073	3.1040	3.7676	
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.1715	2.3069	2.4922	2.7970	3.0905	3.7454	
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.1666	2.3011	2.4851	2.7874	3.0782	3.7251	
26	1.3150	1.7056	2.0555	2.1620	2.2958	2.4786	2.7787	3.0669	3.7067	
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.1578	2.2909	2.4727	2.7707	3.0565	3.6895	
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.1539	2.2864	2.4671	2.7633	3.0470	3.6739	
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.1503	2.2822	2.4620	2.7564	3.0380	3.6595	
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.1470	2.2783	2.4573	2.7500	3.0298	3.6460	
31	1.3095	1.6955	2.0395	2.1438	2.2746	2.4528	2.7440	3.0221	3.6335	
32	1.3086	1.6939	2.0369	2.1409	2.2712	2.4487	2.7385	3.0149	3.6218	
33	1.3077	1.6924	2.0345	2.1382	2.2680	2.4448	2.7333	3.0082	3.6109	
34	1.3070	1.6909	2.0322	2.1356	2.2650	2.4411	2.7284	3.0020	3.6007	
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.1332	2.2622	2.4377	2.7238	2.9961	3.5911	

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ตารางการแจกแจง t (ต่อ)

df	0.1	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.005	0.0025	0.0005	One-tail
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.005	0.001	Two-tail
36	1.3055	1.6883	2.0281	2.1309	2.2595	2.4345	2.7195	2.9905	3.5821	
37	1.3049	1.6871	2.0262	2.1287	2.2570	2.4314	2.7154	2.9853	3.5737	
38	1.3042	1.6860	2.0244	2.1267	2.2546	2.4286	2.7116	2.9803	3.5657	
39	1.3036	1.6849	2.0227	2.1247	2.2524	2.4258	2.7079	2.9756	3.5581	
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.1229	2.2503	2.4233	2.7045	2.9712	3.5510	
41	1.3025	1.6829	2.0195	2.1212	2.2483	2.4208	2.7012	2.9670	3.5443	
42	1.3020	1.6820	2.0181	2.1195	2.2463	2.4185	2.6981	2.9630	3.5377	
43	1.3016	1.6811	2.0167	2.1179	2.2445	2.4163	2.6951	2.9592	3.5316	
44	1.3011	1.6802	2.0154	2.1164	2.2428	2.4141	2.6923	2.9555	3.5258	
45	1.3007	1.6794	2.0141	2.1150	2.2411	2.4121	2.6896	2.9521	3.5203	
46	1.3002	1.6787	2.0129	2.1136	2.2395	2.4102	2.6870	2.9488	3.5149	
47	1.2998	1.6779	2.0117	2.1123	2.2380	2.4083	2.6846	2.9456	3.5099	
48	1.2994	1.6772	2.0106	2.1111	2.2365	2.4066	2.6822	2.9426	3.5050	
49	1.2991	1.6766	2.0096	2.1099	2.2351	2.4049	2.6800	2.9397	3.5005	
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.1087	2.2338	2.4033	2.6778	2.9370	3.4960	
51	1.2984	1.6753	2.0076	2.1076	2.2325	2.4017	2.6757	2.9343	3.4917	
52	1.2980	1.6747	2.0066	2.1066	2.2313	2.4002	2.6737	2.9318	3.4877	
53	1.2977	1.6741	2.0057	2.1055	2.2301	2.3988	2.6718	2.9293	3.4837	
54	1.2974	1.6736	2.0049	2.1046	2.2289	2.3974	2.6700	2.9270	3.4799	
55	1.2971	1.6730	2.0040	2.1036	2.2279	2.3961	2.6682	2.9247	3.4765	
56	1.2969	1.6725	2.0032	2.1027	2.2268	2.3948	2.6665	2.9225	3.4730	
57	1.2966	1.6720	2.0025	2.1018	2.2258	2.3936	2.6649	2.9204	3.4695	
58	1.2963	1.6716	2.0017	2.1010	2.2248	2.3924	2.6633	2.9184	3.4663	
59	1.2961	1.6711	2.0010	2.1002	2.2238	2.3912	2.6618	2.9164	3.4632	
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.0994	2.2229	2.3901	2.6603	2.9146	3.4602	
61	1.2956	1.6702	1.9996	2.0986	2.2220	2.3890	2.6589	2.9127	3.4572	
62	1.2954	1.6698	1.9990	2.0979	2.2212	2.3880	2.6575	2.9110	3.4545	
63	1.2951	1.6694	1.9983	2.0971	2.2203	2.3870	2.6561	2.9093	3.4517	
64	1.2949	1.6690	1.9977	2.0965	2.2195	2.3860	2.6549	2.9076	3.4491	
65	1.2947	1.6686	1.9971	2.0958	2.2188	2.3851	2.6536	2.9060	3.4466	
66	1.2945	1.6683	1.9966	2.0951	2.2180	2.3842	2.6524	2.9045	3.4441	
67	1.2943	1.6679	1.9960	2.0945	2.2173	2.3833	2.6512	2.9030	3.4418	
68	1.2941	1.6676	1.9955	2.0939	2.2166	2.3824	2.6501	2.9015	3.4395	
69	1.2939	1.6672	1.9949	2.0933	2.2159	2.3816	2.6490	2.9001	3.4372	
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.0927	2.2152	2.3808	2.6479	2.8987	3.4350	

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ตารางการแจกแจง t (ต่อ)

df	0.1	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.005	0.0025	0.0005	One-tail
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.005	0.001	Two-tail
71	1.2936	1.6666	1.9939	2.0922	2.2146	2.3800	2.6469	2.8974	3.4329	
72	1.2934	1.6663	1.9935	2.0916	2.2139	2.3793	2.6458	2.8961	3.4308	
73	1.2933	1.6660	1.9930	2.0911	2.2133	2.3785	2.6449	2.8948	3.4289	
74	1.2931	1.6657	1.9925	2.0906	2.2127	2.3778	2.6439	2.8936	3.4270	
75	1.2929	1.6654	1.9921	2.0901	2.2122	2.3771	2.6430	2.8924	3.4249	
76	1.2928	1.6652	1.9917	2.0896	2.2116	2.3764	2.6421	2.8913	3.4232	
77	1.2926	1.6649	1.9913	2.0891	2.2110	2.3758	2.6412	2.8902	3.4214	
78	1.2925	1.6646	1.9908	2.0887	2.2105	2.3751	2.6403	2.8891	3.4197	
79	1.2924	1.6644	1.9905	2.0882	2.2100	2.3745	2.6395	2.8880	3.4180	
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.0878	2.2095	2.3739	2.6387	2.8870	3.4164	
81	1.2921	1.6639	1.9897	2.0873	2.2090	2.3733	2.6379	2.8860	3.4148	
82	1.2920	1.6636	1.9893	2.0869	2.2085	2.3727	2.6371	2.8850	3.4132	
83	1.2918	1.6634	1.9890	2.0865	2.2080	2.3721	2.6364	2.8840	3.4116	
84	1.2917	1.6632	1.9886	2.0861	2.2076	2.3716	2.6356	2.8831	3.4101	
85	1.2916	1.6630	1.9883	2.0857	2.2071	2.3710	2.6349	2.8822	3.4086	
86	1.2915	1.6628	1.9879	2.0854	2.2067	2.3705	2.6342	2.8813	3.4073	
87	1.2914	1.6626	1.9876	2.0850	2.2063	2.3700	2.6335	2.8804	3.4059	
88	1.2912	1.6624	1.9873	2.0846	2.2058	2.3695	2.6329	2.8795	3.4046	
89	1.2911	1.6622	1.9870	2.0843	2.2054	2.3690	2.6322	2.8787	3.4033	
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.0839	2.2050	2.3685	2.6316	2.8779	3.4019	
91	1.2909	1.6618	1.9864	2.0836	2.2047	2.3680	2.6309	2.8771	3.4006	
92	1.2908	1.6616	1.9861	2.0833	2.2043	2.3676	2.6303	2.8763	3.3995	
93	1.2907	1.6614	1.9858	2.0830	2.2039	2.3671	2.6297	2.8755	3.3982	
94	1.2906	1.6612	1.9855	2.0826	2.2035	2.3667	2.6291	2.8748	3.3970	
95	1.2905	1.6611	1.9852	2.0823	2.2032	2.3662	2.6286	2.8741	3.3958	
96	1.2904	1.6609	1.9850	2.0820	2.2028	2.3658	2.6280	2.8733	3.3948	
97	1.2903	1.6607	1.9847	2.0817	2.2025	2.3654	2.6275	2.8727	3.3937	
98	1.2903	1.6606	1.9845	2.0814	2.2022	2.3650	2.6269	2.8720	3.3926	
99	1.2902	1.6604	1.9842	2.0812	2.2018	2.3646	2.6264	2.8713	3.3915	
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.0809	2.2015	2.3642	2.6259	2.8707	3.3905	
105	1.2897	1.6595	1.9828	2.0796	2.2000	2.3624	2.6235	2.8676	3.3856	
110	1.2893	1.6588	1.9818	2.0784	2.1986	2.3607	2.6213	2.8648	3.3811	
115	1.2890	1.6582	1.9808	2.0773	2.1973	2.3592	2.6193	2.8622	3.3772	
120	1.2886	1.6576	1.9799	2.0763	2.1962	2.3578	2.6174	2.8599	3.3734	
125	1.2884	1.6571	1.9791	2.0754	2.1951	2.3566	2.6157	2.8577	3.3701	
130	1.2881	1.6567	1.9784	2.0746	2.1942	2.3554	2.6142	2.8557	3.3670	

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ตารางการแจกแจง t (ต่อ)

df	0.1	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.005	0.0025	0.0005	One-tail
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.005	0.001	Two-tail
140	1.2876	1.6558	1.9771	2.0731	2.1924	2.3533	2.6114	2.8522	3.3613	
150	1.2872	1.6551	1.9759	2.0718	2.1909	2.3515	2.6090	2.8492	3.3565	
160	1.2869	1.6544	1.9749	2.0706	2.1896	2.3499	2.6069	2.8465	3.3523	
170	1.2866	1.6539	1.9740	2.0696	2.1885	2.3485	2.6051	2.8441	3.3487	
180	1.2863	1.6534	1.9732	2.0687	2.1874	2.3472	2.6034	2.8421	3.3453	
190	1.2860	1.6529	1.9725	2.0679	2.1865	2.3461	2.6020	2.8402	3.3424	
200	1.2858	1.6525	1.9719	2.0672	2.1857	2.3451	2.6006	2.8385	3.3398	
250	1.2849	1.6510	1.9695	2.0645	2.1826	2.3414	2.5956	2.8322	3.3299	
300	1.2844	1.6499	1.9679	2.0627	2.1805	2.3388	2.5923	2.8279	3.3232	
350	1.2840	1.6492	1.9668	2.0614	2.1790	2.3370	2.5899	2.8249	3.3186	
400	1.2837	1.6487	1.9659	2.0605	2.1779	2.3357	2.5882	2.8227	3.3151	
500	1.2832	1.6479	1.9647	2.0591	2.1763	2.3338	2.5857	2.8195	3.3101	
600	1.2830	1.6474	1.9639	2.0582	2.1753	2.3326	2.5841	2.8175	3.3068	
700	1.2828	1.6470	1.9634	2.0576	2.1745	2.3317	2.5829	2.8160	3.3044	
800	1.2826	1.6468	1.9629	2.0571	2.1740	2.3310	2.5820	2.8148	3.3027	
900	1.2825	1.6465	1.9626	2.0567	2.1735	2.3305	2.5813	2.8140	3.3014	
1000	1.2824	1.6464	1.9623	2.0564	2.1732	2.3301	2.5807	2.8133	3.3002	
1500	1.2821	1.6459	1.9615	2.0555	2.1722	2.3288	2.5791	2.8112	3.2970	
2000	1.2820	1.6456	1.9612	2.0551	2.1716	2.3282	2.5783	2.8102	3.2954	
3000	1.2818	1.6454	1.9608	2.0546	2.1711	2.3276	2.5775	2.8091	3.2938	
4000	1.2818	1.6452	1.9606	2.0544	2.1709	2.3273	2.5771	2.8086	3.2930	
5000	1.2817	1.6452	1.9604	2.0543	2.1707	2.3271	2.5768	2.8083	3.2925	
10000	1.2816	1.6450	1.9602	2.0540	2.1704	2.3267	2.5763	2.8076	3.2915	
20000	1.2816	1.6449	1.9601	2.0539	2.1702	2.3265	2.5761	2.8074	3.2911	
30000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1702	2.3265	2.5760	2.8072	3.2908	
40000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1702	2.3264	2.5759	2.8072	3.2908	
50000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1702	2.3264	2.5759	2.8072	3.2908	
60000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1701	2.3264	2.5759	2.8071	3.2908	
70000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1701	2.3264	2.5759	2.8071	3.2906	
80000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1701	2.3264	2.5759	2.8071	3.2906	
90000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1701	2.3264	2.5759	2.8071	3.2906	
100000	1.2816	1.6449	1.9600	2.0538	2.1701	2.3264	2.5759	2.8071	3.2906	

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง
สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี

คำชี้แจง

แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ (ข้อละ 10 คะแนน)

1. กำหนดให้ $\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $0 \leq x \leq a$
จงหาค่าคงตัว A ของฟังก์ชันคลื่น

2. กำหนดให้ $\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $0 \leq x \leq a$
จงหาค่าคาดหวังพลังงาน $\langle E \rangle$

3. กำหนดให้ $\psi(x) = Ax$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง $0 \leq x \leq 1.00$
จงหาค่าคงตัว A

4. กำหนดให้ $\psi(x) = Ax$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง $0 \leq x \leq 1.00$ จงหา
ความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในช่วง $0.300 \leq x \leq 0.400$

5. ถ้า $\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติในช่วง $-L \leq x \leq L$ แล้วจงแสดงให้เห็นว่า $A = \sqrt{\frac{1}{L}}$

6. กำหนดให้ $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง $0 \leq x \leq L$
จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในช่วง $\frac{L}{4} \leq x \leq \frac{3L}{4}$

7. กำหนดให้ $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง
 $0 \leq x \leq L$ จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในช่วง $0.450L \leq x \leq 0.550L$

8. จงหาระดับพลังงานในสถานะพื้นและในสถานะกระตุ้นอันดับแรกของอิเล็กตรอน ซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในบ่อศักย์อนันต์ กว้าง 5×10^{-10} เมตร (เมื่อ $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)
9. ถ้าอิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งกำลังเคลื่อนที่อยู่ในบ่อศักย์อนันต์ที่มีความกว้างเท่ากับ 0.300 นาโนเมตร จงหาอัตราเร็วของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะพื้น ($n = 1$)
10. ลูกบอลมวล 0.500 กิโลกรัมเคลื่อนที่อยู่ระหว่างกำแพงที่อยู่ห่างกัน 100 เมตร จงหาอัตราเร็วที่ต่ำที่สุดของลูกบอลดังกล่าว



ภาคผนวก จ

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กำแพงศักย์และทันเนลลิง

สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี

1. กำหนดให้ $\psi(x,t) = A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $0 \leq x \leq a$

จงหาค่าคงตัว A ของฟังก์ชันคลื่น

วิธีทำ จาก $\int \psi^* \psi dx = 1$

เมื่อ $\psi(x,t) = A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}}$ จะได้ $\psi^*(x,t) = A^* \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}}$

ดังนั้น $\int \psi^* \psi dx = \int_0^a A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}} A^* \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}} dx = 1$

เนื่องจาก $A^* A$ และ $e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}} \cdot e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}} = e^0 = 1$

ดังนั้นจะได้ $|A|^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = 1$

แทน $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$

จะได้ $\frac{1}{2} |A|^2 \int_0^a \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)\right] dx = 1$

$\frac{1}{2} |A|^2 \left[x \Big|_0^a - \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \Big|_{x=0}^a \right] = 1$

$\frac{1}{2} |A|^2 \left[(a - 0) - \left(\frac{a}{2\pi} \sin 2\pi - \frac{a}{2\pi} \sin 0 \right) \right] = 1$

และจาก $\sin 2\pi = \sin 0 = 0$

จะได้ $\frac{1}{2} |A|^2 a = 1$ นั่นคือ $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$

2. กำหนดให้ $\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $0 \leq x \leq a$

จงหาค่าคาดหวังพลังงาน $\langle E \rangle$

วิธีทำ จาก $\langle E \rangle = \int \psi^* \hat{E} \psi dx = \int \psi^* \left(i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) dx$

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \int_0^a \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}} \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \left[\sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}} \right] \right) dx \\ &= i\hbar \int_0^a \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}} \left(\frac{d}{dt} e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}} \right) dx \\ &= i\hbar \int_0^a \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}} \left(-\frac{iE_0}{\hbar} \right) e^{\frac{iE_0 t}{\hbar}} dx \\ &= \frac{2E_0}{a} \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \\ \langle E \rangle &= \frac{2E_0}{a} \int_0^a \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] dx \\ &= \frac{E_0}{a} \left[x \Big|_0^a - \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \Big|_{x=0}^a \right] \\ &= \frac{E_0}{a} \left[(a - 0) - \left(\frac{a}{2\pi} \sin 2\pi - 0 \right) \right] \\ &= E_0 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังพลังงาน เท่ากับ E_0

3. กำหนดให้ $\psi(x) = Ax$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง $0 \leq x \leq 1.00$

จงหาค่าคงตัว A

วิธีทำ จาก $\int \psi^* \psi dx = 1$

เมื่อ $\psi^*(x) = \psi(x) = Ax$

จะได้ $|A|^2 \int_0^1 x^2 dx = 1$

$$|A|^2 \int_0^1 x^2 dx = |A|^2 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1$$

$$= \frac{(1)^3 - 0^3}{3} |A|^2 = 1$$

$$|A|^2 = 3$$

ดังนั้น $A = \sqrt{3}$

4. กำหนดให้ $\psi(x) = Ax$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง $0 \leq x \leq 1.00$ จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในช่วง $0.300 \leq x \leq 0.400$

วิธีทำ จาก $P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$

จะได้ $P(0.3, 0.4) = \int_{0.3}^{0.4} (\sqrt{3}x)^2 dx$

$$= x^3 \Big|_{0.3}^{0.4}$$

$$= (0.4)^3 - (0.3)^3$$

$$= 0.037$$

$$= 3.70\%$$

5. ถ้า $\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติในช่วง $-L \leq x \leq L$ แล้วจงแสดงให้เห็นว่า $A = \sqrt{\frac{1}{L}}$

วิธีทำ จาก $\int \psi^* \psi dx = 1$

เมื่อ $\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

ดังนั้น $\int \psi^* \psi dx = \int_{-L}^L A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = 1$

จะได้ $|A|^2 \int_{-L}^L \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = 1$

แทน $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$

จะได้ $\frac{1}{2}|A|^2 \int_{-L}^L \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right] dx = 1$

$$\frac{1}{2}|A|^2 \left[x \Big|_{-L}^L - \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \Big|_{-L}^L \right] = 1$$

$$\frac{1}{2}|A|^2 \left[(L + L) - \left(\frac{L}{2\pi} \sin 2\pi + \frac{L}{2\pi} \sin 2\pi \right) \right] = 1$$

จะได้ $\frac{1}{2}|A|^2 (2L) = 1$

นั่นคือ $A = \sqrt{\frac{1}{L}}$

6. กำหนดให้ $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่อยู่ในช่วง $0 \leq x \leq L$

จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในช่วง $\frac{L}{4} \leq x \leq \frac{3L}{4}$

วิธีทำ จาก $P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P\left(\frac{L}{4}, \frac{3L}{4}\right) &= \frac{2}{L} \int_{L/4}^{3L/4} \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx \\ &= \frac{1}{L} \int_{L/4}^{3L/4} 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) dx \\ &= \frac{1}{L} \left[x - \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right]_{L/4}^{3L/4} \\ &= \frac{1}{L} \left(\frac{3L}{4} - \frac{L}{4} \right) - \frac{1}{2\pi} \left[\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \\ &= 0.82 \\ &= 82\% \end{aligned}$$

7. กำหนดให้ $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในช่วง

$0 \leq x \leq L$ จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคในช่วง $0.450L \leq x \leq 0.550L$

วิธีทำ จาก $P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(0.45L, 0.55L) &= \frac{2}{L} \int_{0.45L}^{0.55L} \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx \\ &= \frac{1}{L} \int_{0.45L}^{0.55L} 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) dx \\ &= \frac{1}{L} \left[x - \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right]_{0.45L}^{0.55L} \\ P(0.45L, 0.55L) &= \frac{1}{L} \left[(0.55L - 0.45L) - \left[\frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{1.1\pi L}{L}\right) - \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{0.9\pi L}{L}\right) \right] \right] \\ &= 0.1 - 0.00174 \\ &= 0.098 \\ &= 9.8\% \end{aligned}$$

8. จงหาระดับพลังงานในสถานะพื้นและในสถานะกระตุ้นอันดับแรกของอิเล็กตรอน ซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในบ่อศักย์อนันต์ กว้าง 5×10^{-10} เมตร (เมื่อ $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

วิธีทำ พลังงานในสถานะพื้น E_1

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{h^2}{8m_e L^2} = \frac{(6.625 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5.0 \times 10^{-10} \text{ m})^2} \\ &= 2.4 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } E_1 = \frac{2.4 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1.5 \text{ eV}$$

$$\text{และจาก } E_n = n^2 E_1$$

$$\text{ดังนั้น } E_2 = 4(1.5 \text{ eV}) = 6 \text{ eV}$$

9. ถ้าอิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งกำลังเคลื่อนที่อยู่ในบ่อศักย์อนันต์ที่มีความกว้างเท่ากับ 0.300 นาโนเมตร จงหาอัตราเร็วของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะพื้น ($n = 1$)

วิธีทำ จากพลังงานจลน์ $E_K = \frac{1}{2}mv^2$

จะได้

$$v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(6.69 \times 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2)}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$= 1.21 \times 10^6 \text{ m/s}$$

10. ลูกบอลลมวอล 0.500 กิโลกรัมเคลื่อนที่อยู่ระหว่างกำแพงที่อยู่ห่างกัน 100 เมตร จงหาอัตราเร็วที่ต่ำที่สุดของลูกบอลดังกล่าว

วิธีทำ หาพลังงานต่ำสุด ($n = 1$)

จาก $E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$

จะได้ $E_1 = \frac{(6.625 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8(0.5 \text{ kg})(100 \text{ m})^2} = 1.10 \times 10^{-71} \text{ J}$

หาอัตราเร็วต่ำสุดของลูกบอล

จาก $E_K = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.10 \times 10^{-71} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2)}{0.5 \text{ kg}}}$$

$$v = 6.63 \times 10^{-36} \text{ m/s}$$

ภาคผนวก ข

**ตัวอย่างแบบประเมินเกี่ยวกับการใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว
เรื่อง กำแพงศกัณฑ์และทันเนลลิง**

วัตถุประสงค์ แบบสอบถามนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจความพึงพอใจในการใช้สื่อการเรียนรู้แบบภาพเคลื่อนไหว เรื่อง กำแพงศกัณฑ์และทันเนลลิง โดยใช้โปรแกรม Mathematica และโปรแกรม Flash ในการสร้างชิ้นงาน แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ข้อมูลเกี่ยวกับสถานภาพและข้อมูลพื้นฐานของผู้ตอบแบบสอบถาม

คำชี้แจง โปรดให้รายละเอียดเกี่ยวกับตัวท่าน โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงใน () หน้าข้อความตามความเป็นจริง

เพศ () ชาย () หญิง

ตอนที่ 2 การประเมินความพึงพอใจ

คำชี้แจง เขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับความพึงพอใจตามความเป็นจริง

หัวข้อประเมิน	ระดับความพึงพอใจ				
	มากที่สุด 5	มาก 4	ปานกลาง 3	น้อย 2	น้อยที่สุด 1
1. เนื้อหาสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย					
2. ความถูกต้องของการประมวลผล สูตรการคำนวณ					
3. มีความชัดเจนของภาพ เสียง หรือตัวอักษร					
4. ความสะดวกในการใช้งานโปรแกรม					

5. ความเหมาะสมในการใช้งานโปรแกรม					
6. การออกแบบให้ใช้งานง่ายเมนูไม่ซับซ้อน					
7. ข้อมูลที่ได้รับเป็นประโยชน์					
8. ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ <u>ก่อน</u> การใช้สื่อการเรียนรู้					
9. ความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนี้ <u>หลัง</u> การใช้สื่อการเรียนรู้					
10. มีความมั่นใจและสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้จริง					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....